

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



Программа дисциплины
Основы построения метода конечных элементов Б3.ДВ.6

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Численные методы

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Тимербаев М.Р.

Рецензент(ы):

Панкратова О.В.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Задворнов О. А.

Протокол заседания кафедры № ____ от "____" ____ 201____ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК № ____ от "____" ____ 201____ г

Регистрационный № 930315

Казань

2015

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (доцент) Тимербаев М.Р. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики , Marat.Timerbaev@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины "Основы построения метода конечных элементов" является подготовка квалифицированных специалистов в области применения метода конечных элементов для моделирования полей различной физической природы, описываемых уравнениями математической физики.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.ДВ.6 Профессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3 курсе, 6 семестр.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Читается на 4 курсе в 7 семестре для студентов, обучающихся по направлению "Прикладная математика и информатика".

Изучение основывается на результатах изучения дисциплин "Алгебра и геометрия", "Уравнения математической физики", "Дополнительные главы математической физики".

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-8 (профессиональные компетенции)	способность формировать суждения о значении и последствиях своей профессиональной деятельности с учетом социальных, профессиональных и этических позиций
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность решать задачи производственной и технологической деятельности на профессиональном уровне, включая: разработку алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия и факты линейной алгебры, математического анализа, функционального анализа.

2. должен уметь:

понимать и применять на практике компьютерные технологии для решения различных задач линейной алгебры, функционального анализа.

3. должен владеть:

навыками самостоятельного анализа и решения теоретических и практических задач, связанных с численным решением краевых задач математической физики методом конечных элементов.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

умение строить схемы МКЭ произвольного порядка точности для основных краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 6 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Примеры решения уравнения второго порядка.	6	1-2	0	0	6	домашнее задание
2.	Тема 2. Задачи, связанные с аппроксимацией функциональных пространств Соболева.	6	3-4	0	0	6	домашнее задание
3.	Тема 3. Решения краевых задач математической физики для эллиптических уравнений второго порядка.	6	5-6	0	0	6	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Анализ и решение теоретических и практических задач, связанных с численным решением краевых задач математической физики методом конечных элементов.	6	7-8	0	0	6	контрольная работа
5.	Тема 5. Построение схемы МКЭ произвольного порядка точности для основных краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка.	6	9-10	0	0	6	домашнее задание
6.	Тема 6. Введение в метод конечных элементов.	6	11-12	0	0	6	домашнее задание
7.	Тема 7. Основы построения метода конечных элементов.	6	13-14	0	0	6	домашнее задание
8.	Тема 8. Правила учета главных и естественных краевых условий.	6	15-16	0	0	6	домашнее задание
9.	Тема 9. Методы решения систем уравнений.	6	17-18	0	0	6	контрольная работа
.	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	зачет
	Итого			0	0	54	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Примеры решения уравнения второго порядка.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Рассмотрение двухточечной краевой задачи. Ее аппроксимация простейшими конечными элементами.

Тема 2. Задачи, связанные с аппроксимацией функциональных пространств Соболева.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Понятие слабой, или обобщенной, производной. Наилучшее приближение в пространстве Соболева.

Тема 3. Решения краевых задач математической физики для эллиптических уравнений второго порядка.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Обобщенные формулировки краевых задач математической физики для эллиптических уравнений второго порядка на основе понятия слабого решения.

Тема 4. Анализ и решение теоретических и практических задач, связанных с численным решением краевых задач математической физики методом конечных элементов.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Метод Галеркина для решения краевых задач математической физики. Основные аспекты метода Галеркина.

Тема 5. Построение схемы МКЭ произвольного порядка точности для основных краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Использование кусочных полиномов для построения схем МКЭ произвольного порядка точности для основных краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка.

Тема 6. Введение в метод конечных элементов.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Понятие конечного элемента. Узлы и базисные функции конечного элемента. Примеры конечных элементов в одномерном и двумерном случаях. Лагранжевые и эрмитовые конечные элементы. Треугольные и прямоугольные конечные элементы.

Тема 7. Основы построения метода конечных элементов.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Понятие триангуляции расчетной области на конечные элементы. Условие регулярности семейства триангуляций. Пространство конечных элементов.

Тема 8. Правила учета главных и естественных краевых условий.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Влияние типа краевых условий на вариационную постановку краевой задачи. Учет существенных и естественных краевых условий в системе МКЭ.

Тема 9. Методы решения систем уравнений.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Прямые методы решения систем МКЭ: метод Гаусса, LU-разложение, метод Холесского. Итерационные методы решения систем МКЭ: метод сопряженных градиентов с предобусловливанием, многосеточные методы, методы декомпозиции области.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Примеры решения уравнения второго порядка.	6	1-2	домашняя работа	6	домашняя работа
2.	Тема 2. Задачи, связанные с аппроксимацией функциональных пространств Соболева.	6	3-4	домашняя работа	6	домашняя работа
3.	Тема 3. Решения краевых задач математической физики для эллиптических уравнений второго порядка.	6	5-6	домашняя работа	6	домашняя работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
4.	Тема 4. Анализ и решение теоретических и практических задач, связанных с численным решением краевых задач математической физики методом конечных элементов.	6	7-8	домашняя работа	4	домашняя работа
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
5.	Тема 5. Построение схемы МКЭ произвольного порядка точности для основных краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка.	6	9-10	домашняя работа	6	домашняя работа
6.	Тема 6. Введение в метод конечных элементов.	6	11-12	домашняя работа	6	домашняя работа
7.	Тема 7. Основы построения метода конечных элементов.	6	13-14	домашняя работа	6	домашняя работа
8.	Тема 8. Правила учета главных и естественных краевых условий.	6	15-16	домашняя работа	6	домашняя работа
9.	Тема 9. Методы решения систем уравнений.	6	17-18	домашняя работа	4	домашняя работа
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
	Итого				54	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Изучение курса подразумевает получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к зачету. При подготовке к сдаче зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Примеры решения уравнения второго порядка.

домашняя работа , примерные вопросы:

Двухточечную краевую задачу свести к вариационной задаче, применяя формулы интегрирования по частям.

Тема 2. Задачи, связанные с аппроксимацией функциональных пространств Соболева.

домашняя работа , примерные вопросы:

Вычислить обобщенные производные заданных функций. Вычислить их соболевские нормы. Для заданной функции вычислить наилучшее приближение в подпространстве кусочно-линейной функций пространства Соболева на интервале.

Тема 3. Решения краевых задач математической физики для эллиптических уравнений второго порядка.

домашняя работа , примерные вопросы:

Сведение поточечной формы краевой задачи к вариационной постановке с помощью формул интегрирования по частям.

Тема 4. Анализ и решение теоретических и практических задач, связанных с численным решением краевых задач математической физики методом конечных элементов.

домашняя работа , примерные вопросы:

Для заданной правой части показать, что решение краевой задачи в классическом смысле не существует, а в обобщенной постановке решение существует и единственно.

контрольная работа , примерные вопросы:

Выписать узловой базис конечного элемента лагранжевого типа в одномерном случае.

Выписать узловой базис треугольного конечного элемента лагранжевого типа в двумерном случае.

Тема 5. Построение схемы МКЭ произвольного порядка точности для основных краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка.

домашняя работа , примерные вопросы:

Использование кусочных полиномов для аппроксимации решения краевой задачи. Оценки точности аппроксимации.

Тема 6. Введение в метод конечных элементов.

домашняя работа , примерные вопросы:

Построение триангуляции прямоугольной области на треугольные и прямоугольные конечные элементы.

Тема 7. Основы построения метода конечных элементов.

домашняя работа , примерные вопросы:

Проаммирование в Matlab вычисления базисных функций на конечном элементе. Вычисление матрицы связности данной триангуляции.

Тема 8. Правила учета главных и естественных краевых условий.

домашняя работа , примерные вопросы:

Программирование в Matlab сборки системы МКЭ. Учет в МКЭ существенных и естественных краевых условий.

Тема 9. Методы решения систем уравнений.

домашняя работа , примерные вопросы:

Написать в Matlab программу решения системы МКЭ методом Холесского с учетом разреженной структуры матрицы.

контрольная работа , примерные вопросы:

Написать в Matlab программу решения системы МКЭ методом сопряженных градиентов.

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

Для текущего контроля успеваемости предусмотрено проведение зачета. Примерные вопросы на зачет - Приложение1.

Постановка краевой задачи в вариационном виде. Метод Галеркина аппроксимации вариационной задачи в гильбертовом пространстве.

Основные аспекты метода Галеркина: выбор аппроксимирующего подпространства, выбор базиса, генерирование системы

линейных алгебраических уравнений, ее решение прямым или итерационным методом.

Понятие конечного элемента в одномерном, двумерном, общем случае. Триангуляция расчетной области, условие регулярности семейства триангуляций.

Пространства конечных элементов. Локальный и глобальный базис. Применение пространств конечных элементов

для аппроксимации краевых задач. Локальные и глобальные матрицы жесткости и вектора сил. Алгоритмы сборки систем МКЭ.

Учет существенных и естественных краевых условий в вариационной постановке задачи. Учет существенных и естественных краевых условий в системе МКЭ.

Прямые методы решения систем МКЭ: метод Гаусса, LU-разложение, метод Холесского.

Итерационные методы решения систем МКЭ: метод сопряженных

градиентов с предобусловливанием, многосеточные методы, методы декомпозиции области.

7.1. Основная литература:

1. Даутов Р.З. Введение в теорию метода конечных элементов: учебное пособие для студентов высших учебных заведений,

обучающихся по специальности "Прикладная математика и информатика" и по направлению "Прикладная математика и информатика" /

Р. З. Даутов , М. М. Карчевский.?Изд. 2-е, испр..?Казань: Казанский университет, 2011.?237 с.: ил.; 21.?

Библиогр.: с. 228-229 (25 назв.).?Предм. указ.: с. 234-237.?ISBN 978-5-98180-993-4.

2. Даутов Р.З., Карчевский М.М. Введение в теорию метода конечных элементов:

[Учебное пособие]. - Казань: Казанский университет. 2012. - 240 с. (с грифом УМО).
http://kpfu.ru/publication?p_id=47325.

3. Даутов Р.З. Метод Галеркина с возмущениями для задач на собственные значения.
[Учебное пособие]. - Казань, 2010. - 94 с.http://kpfu.ru/publication?p_id=21045

7.2. Дополнительная литература:

1. Стрэнг, Гилберт. Теория метода конечных элементов. / Г. Стрэнг, Дж. Фикс;
под ред. Г. И. Марчука; пер. с англ. В. И Агошкова [и др].?М.: Мир, 1977.?348 с.: ил.;
22.?Библиогр.: с. 324-335.?Имен. указ.: с. 342-344.?Предм. указ.: с. 345-347.

2. Ильин В. П. Методы и технологии конечных элементов / В.П. Ильин;
Рос. акад. наук, Сиб. отд-ние, Ин-т вычисл. математики и мат. геофизики.?Новосибирск:
ИВМиМГ СО РАН, 2007.?370 с.: ил.; 22.?Библиогр.: с. 357-361 (71 назв.).?Предм. указ.: с.
362-367.?ISBN 978-5-901548-30-1, 460.

3. Репченков В. И. Физические основы метода конечных элементов:
пособие для студентов механико-математического факультета
/ В. И. Репченков, Ю. Е. Нагорный.?Минск: БГУ, 2009.?90, [1] с.: ил.; 20.?Библиогр.: с.
89.?ISBN 978-985-518-194-2, 100.

4. Съярле Ф. Метод конечных элементов для эллиптических задач: перевод с английского / Ф. Съярле;
Под ред. Н. Н. Яненко; Пер. Б. И. Класов.?Москва: Мир, 1980.?512с.
5. Деклу Ж. Методы конечных элементов / Ж. Деклу.?Москва: Мир, 1976.?95с.

7.3. Интернет-ресурсы:

Образовательный математический сайт - <http://www.exponenta.ru/>
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>
Портал ресурсов по естественно-научным дисциплинам - <http://en.edu.ru/>
Сайт с учебными материалами по математике - <http://mathhelp.spb.ru>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Основы построения метода конечных элементов" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Лабораторные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом (маркером), а также в компьютерных кабинетах.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Численные методы .

Автор(ы):

Тимербаев М.Р. _____
"___" ____ 201 ____ г.

Рецензент(ы):

Панкратова О.В. _____
"___" ____ 201 ____ г.