

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

### Программа дисциплины

Задачи на собственные значения и их приложения БЗ.ДВ.7

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Соловьев С.И.

**Рецензент(ы):**

Глазырина Л.Л.

### **СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Задворнов О. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 9121114

Казань

2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, д.н. (доцент) Соловьев С.И. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики , Sergei.Solovyev@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Цель дисциплины состоит в изучении современных сеточных методов решения прикладных задач на собственные значения.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.ДВ.7 Профессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 8 семестр.

Данная дисциплина относится к дисциплинам по выбору.

Читается на 4 курсе в 8 семестре для студентов, обучающихся по направлению "Прикладная математика и информатика".

Изучение основано на дисциплинах: "Алгебра и геометрия",

"Математический анализ", "Функциональный анализ", "Дифференциальные уравнения", "Уравнения математической физики", "Численные методы", "Метод конечных элементов".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-4 (профессиональные компетенции)	способность в составе научно-исследовательского и производственного коллектива решать задачи профессиональной деятельности
ПК-8 (профессиональные компетенции)	способность формировать суждения о значении и последствиях своей профессиональной деятельности с учетом социальных, профессиональных и этических позиций
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность решать задачи производственной и технологической деятельности на профессиональном уровне, включая: разработку алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования

В результате освоения дисциплины студент:

#### 1. должен знать:

Примеры прикладных задач на собственные значения, основные понятия теории гильбертовых пространств, постановку задачи на собственные значения в гильбертовом пространстве, результаты о существовании решений и их свойствах, постановку конечномерной аппроксимации задачи в гильбертовом пространстве, результаты о сходимости и погрешности аппроксимации, способы построения сеточных схем метода конечных разностей и метода конечных элементов для дифференциальных задач, результаты о сходимости и погрешности приближенных решений.

#### 2. должен уметь:

Проводить вывод дифференциальных уравнений для прикладных задач, формулировать эти уравнения в виде задачи на собственные значения в гильбертовом пространстве, проводить исследования существования решений и их свойств, формулировать сеточные схемы метода конечных разностей и метода конечных элементов, строить матричные задачи, проводить исследования сходимости и погрешности сеточных методов.

3. должен владеть:

Методами теории гильбертовых пространств для формулировки и исследования постановок прикладных задач, сеточными методами построения приближенных решений, способами построения матричных задач сеточных аппроксимаций.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Применять общие результаты теории гильбертовых пространств, метода конечных разностей, метода конечных элементов для решения конкретных прикладных задач на собственные значения.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 8 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Приложения задач на собственные значения.	8		0	6	0	домашнее задание
2.	Тема 2. Гильбертовы пространства.	8		0	6	0	домашнее задание
3.	Тема 3. Задача на собственные значения в гильбертовом пространстве.	8		0	6	0	контрольная работа
4.	Тема 4. Аппроксимация задачи в гильбертовом пространстве.	8		0	6	0	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
5.	Тема 5. Метод конечных разностей для дифференциальных задач.	8		0	6	0	домашнее задание
6.	Тема 6. Метод конечных элементов для дифференциальных задач.	8		0	10	0	контрольная работа
	Тема . Итоговая форма контроля	8		0	0	0	зачет
	Итого			0	40	0	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Приложения задач на собственные значения.

#### *практическое занятие (6 часа(ов)):*

Исследование собственных колебаний элементов строительных конструкций: струна, стержень, балка, мембрана, пластина.

### Тема 2. Гильбертовы пространства.

#### *практическое занятие (6 часа(ов)):*

Линейные пространства, линейные нормированные пространства, линейные пространства со скалярным произведением, гильбертовы пространства, проекция в гильбертовом пространстве, линейные пространства с линейной формой, слабая сходимость в гильбертовом пространстве, линейные пространства с билинейной формой, раствор подпространств гильбертова пространства.

### Тема 3. Задача на собственные значения в гильбертовом пространстве.

#### *практическое занятие (6 часа(ов)):*

Постановка задачи, исследование существования решений, минимаксные принципы, теорема сравнения.

### Тема 4. Аппроксимация задачи в гильбертовом пространстве.

#### *практическое занятие (6 часа(ов)):*

Схема аппроксимации, существование приближенных решений, исследование сходимости, исследование погрешности.

### Тема 5. Метод конечных разностей для дифференциальных задач.

#### *практическое занятие (6 часа(ов)):*

Формулировка сеточной схемы, построение системы метода конечных разностей, исследование сходимости, исследование погрешности.

### Тема 6. Метод конечных элементов для дифференциальных задач.

#### *практическое занятие (10 часа(ов)):*

Формулировка сеточной схемы, построение системы метода конечных элементов, исследование сходимости, исследование погрешности.

## 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Приложения задач на собственные значения.	8		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
2.	Тема 2. Гильбертовы пространства.	8		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
3.	Тема 3. Задача на собственные значения в гильбертовом пространстве.	8		подготовка к контрольной работе	5	контрольная работа
4.	Тема 4. Аппроксимация задачи в гильбертовом пространстве.	8		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
5.	Тема 5. Метод конечных разностей для дифференциальных задач.	8		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
6.	Тема 6. Метод конечных элементов для дифференциальных задач.	8		подготовка к контрольной работе	7	контрольная работа
	Итого				32	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме практических занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Изучение курса подразумевает получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к зачету. При подготовке к сдаче зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к зачету, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Приложения задач на собственные значения.

домашнее задание, примерные вопросы:

Исследование собственных колебаний элементов строительных конструкций: струна, стержень, балка, мембрана, пластина.

### Тема 2. Гильбертовы пространства.

домашнее задание, примерные вопросы:

Линейные пространства, линейные нормированные пространства, линейные пространства со скалярным произведением, гильбертовы пространства, проекция в гильбертовом пространстве, линейные пространства с линейной формой, слабая сходимость в гильбертовом пространстве, линейные пространства с билинейной формой, раствор подпространств гильбертова пространства.

### **Тема 3. Задача на собственные значения в гильбертовом пространстве.**

контрольная работа, примерные вопросы:

Постановка задачи, исследование существования решений, минимаксные принципы, теорема сравнения.

### **Тема 4. Аппроксимация задачи в гильбертовом пространстве.**

домашнее задание, примерные вопросы:

Схема аппроксимации, существование приближенных решений, исследование сходимости, исследование погрешности.

### **Тема 5. Метод конечных разностей для дифференциальных задач.**

домашнее задание, примерные вопросы:

Формулировка сеточной схемы, построение системы метода конечных разностей, исследование сходимости, исследование погрешности.

### **Тема 6. Метод конечных элементов для дифференциальных задач.**

контрольная работа, примерные вопросы:

Формулировка сеточной схемы, построение системы метода конечных элементов, исследование сходимости, исследование погрешности.

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

Проекция в гильбертовом пространстве.

Слабая сходимость в гильбертовом пространстве.

Линейные пространства с билинейной формой.

Вариационное уравнение.

Задача минимизации функционала.

Раствор подпространств гильбертова пространства.

Задача на собственные значения в гильбертовом пространстве.

Существование решений.

Минимаксные принципы.

Дифференциальные задачи на собственные значения.

Пространства Соболева.

Постановки краевых задач для дифференциальных уравнений.

Обобщенная задача Дирихле.

Постановки дифференциальных задач на собственные значения.

Обобщенная спектральная задача Дирихле.

Доказательство простоты спектра.

Схема аппроксимации в гильбертовом пространстве.

Существование приближенных решений.

Исследование сходимости.

Исследование погрешности.

Построение пространства конечных элементов.

Схема метода конечных элементов с точным интегрированием.

Схема метода конечных элементов с численным интегрированием.

Построение матричной задачи.

Исследование сходимости сеточной схемы.  
Исследование погрешности сеточной схемы.

### 7.1. Основная литература:

1. Глазырина Л. Л. Введение в численные методы: учебное пособие / Л. Л. Глазырина, М. М. Карчевский; Казан. федер. ун-т. Казань: Казанский университет, 2012. 121, [1] с.: ил.; 21. Библиогр. в конце кн. (3 назв.).
2. Даутов Р.З. Введение в теорию метода конечных элементов: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности "Прикладная математика и информатика" и по направлению "Прикладная математика и информатика" / Р. З. Даутов, М. М. Карчевский. Изд. 2-е, испр. Казань: Казанский университет, 2011. 237 с.: ил.; 21. Библиогр.: с. 228-229 (25 назв.). Предм. указ.: с. 234-237. ISBN 978-5-98180-993-42.
3. Даутов Р.З., Карчевский М.М. Введение в теорию метода конечных элементов: [Учебное пособие]. - Казань: Казанский университет. 2012. - 240 с. (с грифом УМО). [http://kpfu.ru/publication?p\\_id=47325](http://kpfu.ru/publication?p_id=47325)
4. Карчевский Е.М. Математические модели спектральной теории диэлектрических волноводов: Учебное пособие / Е.М. Карчевский. - Казань: Казанский государственный университет, 2008. - [http://kpfu.ru/publication?p\\_id=5178](http://kpfu.ru/publication?p_id=5178)
5. Плещинский, Николай Борисович (д-р физ.-мат. наук ; 1955-) . Абстрактные приближенные схемы [Текст: электронный ресурс] : [учебно-методическое пособие] / Н. Б. Плещинский ; Казан. (Приволж.) федер. ун-т, Ин-т вычисл. математики и информац. технологий .? Электронные данные (1 файл: 0,51 Мб) .? (Казань : Казанский федеральный университет, 2009) .? Загл. с экрана .? Для 7-го семестра .? Режим доступа: открытый .? <UR
6. Карчевский Е.М. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Е.М. Карчевский, М.М. Карчевский. - Казань: Казанский университет, 2011. - 269 с.
7. Сидоров А.М. Функциональный анализ / А.М. Сидоров. - Казань: Казанский университет, 2010. - 139 с.

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Зализняк В.Е. Численные методы. Основы научных вычислений / В.Е. Зализняк. - Москва: Юрайт, 2012. (20)
2. Антонец А.Б. Задачи и упражнения по функциональному анализу / А.Б. Антонец, П.Н. Князев, Я.В. Радыно. - Москва: URSS, 2006. (151)
3. Треногин В.А. Задачи и упражнения по функциональному анализу / В.А. Треногин, Б.М. Писаревский, Т.С. Соболева. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2005. (80)
4. Киреев В.И. Численные методы в примерах и задачах / В.И. Киреев, А.В. Пантелеев. - Москва: Высшая школа, 2006. (50)
5. Самарский А.А. Введение в численные методы / А.А. Самарский. - Санкт-Петербург: Лань, 2005. (132)
6. Канторович Л.В. Функциональный анализ / Л.В. Канторович, Г.П. Акилов. - Санкт-Петербург: Нев. Диалект: БХВ-Петербург, 2004. (2)
7. Луговая Г.Д. Функциональный анализ / Г.Д. Луговая, А.Н. Шерстнев. - Москва: URSS: Издательство ЛКИ, 2008. (10)

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Карчевский Е.М. Математические модели спектральной теории диэлектрических волноводов: Учебное пособие / Е.М. Карчевский. ? Казань: Казанский государственный университет, 2008. - [http://cmc.ksu.ru/books/Karchevskii\\_posobie.pdf](http://cmc.ksu.ru/books/Karchevskii_posobie.pdf)



Плещинский Н. Б. Абстрактные приближенные схемы / Н. Б. Плещинский. ? Казань: Казанский федеральный университет. - [http://libweb.ksu.ru/ebooks/09\\_64\\_ds009.pdf](http://libweb.ksu.ru/ebooks/09_64_ds009.pdf)

Соловьев С.И. Аппроксимация дифференциальных задач на собственные значения / С.И.

Соловьев // Дифференциальные уравнения. 2013. Т. 49. ♦ 7. С. 936-944. -

<http://elibrary.ru/download/81501443.pdf>

Соловьев С.И. Аппроксимация знаконеопределенных спектральных задач / С.И. Соловьев //

Дифференциальные уравнения. 2012. Т. 48. ♦ 7. С. 1042-1055. -

<http://elibrary.ru/download/48381783.pdf>

Соловьев С.И. Метод конечных элементов для несамосопряженных спектральных задач / С.И.

Соловьев // Ученые записки Казанского государственного университета. Серия

Физико-математические науки. 2006. Т. 148. ♦ 4. С. 51-62. -

<http://elibrary.ru/download/61323678.pdf>

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Задачи на собственные значения и их приложения" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Соловьев С.И. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Глазырина Л.Л. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.