

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Высшая школа информационных технологий и информационных систем



подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
Кратные интегралы Б2.ДВ.2

Направление подготовки: 230700.62 - Прикладная информатика

Профиль подготовки: не предусмотрено

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Широкова Е.А.

**Рецензент(ы):**

Луговая Г.Д.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Широкова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Высшей школы информационных технологий и информационных систем:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 689511114

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, д.н. (доцент) Широкова Е.А. Кафедра общей математики отделение математики, Elena.Shirokova@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Основные цели освоения данной дисциплины - знакомство с дополнительными главами математического анализа, не вошедшими в курс математического анализа, обучение методам решения математических задач, относящихся к соответствующим разделам математики.

При обучении студентов данной дисциплине помимо классических приемов активно используются информационные технологии. Часть математических методов по темам "Несобственные интегралы", "Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы" преподаются с применением пакета программ MAXIMA.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б2.ДВ.2 Общепрофессиональный" основной образовательной программы 230700.62 Прикладная информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 2 курсе, 3 семестр.

. Учебная дисциплина "Кратные интегралы" включена в раздел ДВ2 и является одной из основ для курсов профессионального цикла. Для изучения дисциплины "Дополнительные главы математического анализа" необходимо знакомство студентов с курсом "Математический анализ".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-1 (общекультурные компетенции)	владение культурой мышления, способностью обобщения, анализа, восприятия информации, постановки цели и выбора путей ее достижения;
ОК-2 (общекультурные компетенции)	умение логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь
ПК-1 (профессиональные компетенции)	обладание представлением о современной научной картине мира на основе знаний методов естественных наук
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способность использовать в профессиональной деятельности базовых знаний математики.

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

определения и методы вычисления несобственных, кратных, криволинейных и поверхностных интегралов, а также интегралов, зависящих от параметра.

2. должен уметь:

вычислять и применять на практике несобственные, кратные, криволинейные и поверхностные интегралы, а также интегралы, зависящих от параметра, использовать для вычисления компьютерные технологии, применять полученные знания при решении профессиональных задач.

3. должен владеть:

аппаратом кратного интегрирования и его приложениями

4. должен демонстрировать способность и готовность:

изучать определения и методы вычисления несобственных, кратных, криволинейных и поверхностных интегралов, а также интегралов, зависящих от параметра, применять при вычислении компьютерные технологии

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 3 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода	3	1	2	2	0	домашнее задание
2.	Тема 2. Интегралы, зависящие от параметра.	3	2-3	3	3	0	домашнее задание
3.	Тема 3. Двойной интеграл.	3	3-4	3	3	0	домашнее задание
4.	Тема 4. Тройной интеграл.	3	5-6	4	4	0	домашнее задание
5.	Тема 5. Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода.	3	7	2	2	0	домашнее задание
6.	Тема 6. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода.	3	8	2	2	0	домашнее задание
7.	Тема 7. Теоремы Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского.	3	9	2	2	0	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	экзамен
	Итого			18	18	0	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Определения несобственных интегралов 1-го и 2-го рода. Достаточные условия сходимости.

#### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Исследование сходимости несобственных интегралов 1-го и 2-го рода. Применение МАХИМы.

### Тема 2. Интегралы, зависящие от параметра.

#### **лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Свойства собственных и несобственных интегралов, зависящих от параметра. Введение параметра интеграл с целью вычисления.

#### **практическое занятие (3 часа(ов)):**

Вычисление интегралов, зависящих от параметра с применением метода дифференцирования по параметру.

### Тема 3. Двойной интеграл.

#### **лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Определение и свойства двойного интеграла. Способ вычисления двойного интеграла сведением к повторному. Замена переменных в двойном интеграле.

#### **практическое занятие (3 часа(ов)):**

Расстановка пределов интегрирования и вычисление двойных интегралов. вычисление с помощью замены переменных. Применение МАХИМы

### Тема 4. Тройной интеграл.

#### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Определение тройного интеграла. Сведение к повторному. Замена переменных в тройном интеграле.

#### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Расстановка пределов интегрирования и вычисление тройных интегралов. вычисление с помощью замены переменных. Применение МАХИМы

### Тема 5. Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода.

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Определения криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода. Методы вычисления

#### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Вычисление криволинейных интегралов сведением к интегралам по отрезкам.

### Тема 6. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода.

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Определения поверхностных интегралов 1-го и 2-го рода. Методы вычисления.

#### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Вычисление поверхностных интегралов сведением к интегралам по плоской области

### Тема 7. Теоремы Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского.

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Доказательство теорем Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского.

### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Вычисление интегралов по замкнутым кривым и поверхностям с применением теорем Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского

### **4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

<b>N</b>	<b>Раздел Дисциплины</b>	<b>Семестр</b>	<b>Неделя семестра</b>	<b>Виды самостоятельной работы студентов</b>	<b>Трудоемкость (в часах)</b>	<b>Формы контроля самостоятельной работы</b>
1.	Тема 1. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода	3	1	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
2.	Тема 2. Интегралы, зависящие от параметра.	3	2-3	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
3.	Тема 3. Двойной интеграл.	3	3-4	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
4.	Тема 4. Тройной интеграл.	3	5-6	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
5.	Тема 5. Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода.	3	7	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
6.	Тема 6. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода.	3	8	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
7.	Тема 7. Теоремы Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского.	3	9	подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
	Итого				36	

### **5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения**

. Проводятся лекции и лабораторные занятия с использованием компьютеров. Большая часть материала изучается самостоятельно с использованием методического материала.

### **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

#### **Тема 1. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода**

домашнее задание , примерные вопросы:

Примерное задание: 1 исследовать сходимость несобственного интеграла 1-го рода, 2 исследовать сходимость несобственного интеграла 2-го рода, 3 сосчитать несобственный интеграл.

#### **Тема 2. Интегралы, зависящие от параметра.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Примерное задание: 1 вычислить собственный интеграла зависящий от параметра, 2 вычислить несобственный интеграла зависящий от параметра

### **Тема 3. Двойной интеграл.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление двойных интегралов аналитически (расстановка пределов интегрирования, замена переменных) и с применением компьютера.

### **Тема 4. Тройной интеграл.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление тройных интегралов аналитически (расстановка пределов интегрирования, замена переменных) и с применением компьютера.

### **Тема 5. Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление криволинейных интегралов сведением к интегралам по отрезкам. Вычисление массы кривой и работы вдоль кривой с помощью криволинейных интегралов.

### **Тема 6. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление поверхностных интегралов сведением к интегралам по плоской области.

Применение к вычислению массы оболочки и потока вектора через поверхность.

### **Тема 7. Теоремы Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Выполнение индивидуального задания, связанного с вычислением криволинейного интеграла по замкнутой кривой и поверхностного интеграла по замкнутой поверхности двумя способами.

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

Приложение.

Программа экзамена по курсу "Кратные интегралы".

1. Сходимость несобственного интеграла 1-го рода (по бесконечному промежутку).
2. Сходимость несобственного интеграла 2-го рода (для функций с особенностью).
3. Примеры вычисления несобственных интегралов путем введения параметров и дифференцирования по параметру.
4. Задача о вычислении объема цилиндриоида. Двойной интеграл.
5. Свойства двойного интеграла. Формула вычисления двойного интеграла.
6. Замена переменных в двойном интеграле с примером.
7. Вычисление площади поверхности с помощью двойного интеграла (явное и параметрическое задание поверхности).
8. Несобственный двойной интеграл по бесконечной области. Примеры.
9. Вычисление .
10. Задача о вычислении массы неоднородного тела. Тройной интеграл.
11. Свойства тройного интеграла. Формула вычисления тройного интеграла.
12. Замена переменных в тройном интеграле с примером.
13. Задача о вычислении массы неоднородной нити. Криволинейный интеграл 1-го рода (по длине дуги). Способ вычисления.
14. Задача о вычислении работы силы вдоль кривой. Криволинейный интеграл 2-го рода (по координатам). Способ вычисления.
15. Формула Грина.
16. Условие независимости криволинейного интеграла на плоскости от пути интегрирования.
17. Задача о вычислении массы неоднородной оболочки. Поверхностный интеграл 1-го рода (по площади поверхности). Способ вычисления.



18. Задача о вычислении потока вектора через поверхность. Поверхностный интеграл 2-го рода (по координатам). Способ вычисления.
19. Формула Стокса.
20. Условие независимости криволинейного интеграла в пространстве от пути интегрирования.
21. Формула Гаусса-Остроградского.

### 7.1. Основная литература:

1. Практическое руководство к решению задач по высшей математике. Кратные интегралы, теория поля, теория функций комплексного переменного, обыкновенные дифференциальные уравнения  
Практическое руководство к решению задач по высшей математике. Кратные интегралы, теория поля, теория функций комплексного переменного, обыкновенные дифференциальные уравнения/  
И.А. Соловьев, В.В. Шевелев, А.В. Червяков и др. - "Лань" , 2009.-448 с.//  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=372](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=372)
2. Кратные интегралы. Дистанционный курс./ Е.А.Широкова. КПФУ. 2013.//  
<http://tulpar.kpfu.ru/course/view.php?id=416>
3. Специальные функции и их приложения/ Н.Н.Лебедев. - "Лань", 2010 368 с.//  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=550](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=550)

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Решебник к сборнику задач по курсу математического анализа/ Берман Г.Н.- "Лань"Издательство, 2011. - 608 стр.//[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=674](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=674)
2. Краткий курс математического анализа. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ./Л.Д. Кудрявцев.- Физматлит, 2008.-424с.// [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2225](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2225)

### 7.3. Интернет-ресурсы:

- Загрузка программы MAXIMA -  
<http://sourceforge.net/projects/maxima/files/Maxima-Windows/5.28.0-Windows/maxima-5.28.0-2.exe/download>
- Кратные интегралы. Дистанционный курс./ Е.А.Широкова. КПФУ. 2013 -  
<http://tulpar.kpfu.ru/course/view.php?id=416>
- Математика. Задачник - <http://vm.psati.ru/online-math-sem-2/taskbook.html>
- Математический анализ. Интегральное исчисление. Ардаширова Е.В. -  
[www.intuit.ru/shop/product.xhtml?id=2494764](http://www.intuit.ru/shop/product.xhtml?id=2494764)
- Практикум по работе в программе MAXIMA -  
<http://www.pmf.msiu.ru/chair31/students/spichkov/maxima2.pdf>

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Кратные интегралы" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:



Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "КнигаФонд", доступ к которой предоставлен студентам. Электронно-библиотечная система "КнигаФонд" реализует легальное хранение, распространение и защиту цифрового контента учебно-методической литературы для вузов с условием обязательного соблюдения авторских и смежных прав. КнигаФонд обеспечивает широкий законный доступ к необходимым для образовательного процесса изданиям с использованием инновационных технологий и соответствует всем требованиям новых ФГОС ВПО.

Число компьютеров должно быть не меньше числа студентов

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 230700.62 "Прикладная информатика" и профилю подготовки не предусмотрено .

Автор(ы):

Широкова Е.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Луговая Г.Д. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.