

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
**Одномерные интегральные операторы M2.B.6**

Направление подготовки: 010100.68 - Математика

Профиль подготовки: Уравнения в частных производных

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Бикчантаев И.А.

**Рецензент(ы):**

Авхадиев Ф.Г.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Обносов Ю. В.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 81724614

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Бикчантаев И.А.  
Кафедра дифференциальных уравнений отделение математики , lldar.Bikchantaev@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины "ОДНОМЕРНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ОПЕРАТОРЫ":

- 1) понимать роль и место дисциплины в структуре общего курса математического анализа, понимать основные идеи, лежащие в основе теории одномерных интегральных операторов;
- 2) обладать теоретическими знаниями и иметь четкое представление о методах построения теории одномерных интегральных операторов;
- 3) приобрести навыки для постановки и решения новых задач, приводящих к решению одномерных интегральных операторов

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " М2.В.6 Профессиональный" основной образовательной программы 010100.68 Математика и относится к вариативной части. Осваивается на 2 курсе, 4 семестр.

Дисциплина теории "одномерные интегральные операторы" входит в цикл профессиональных дисциплин.

Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математический анализ, линейная алгебра, абстрактная алгебра, дифференциальные уравнения, интегральные уравнения, комплексный анализ.

Освоение дисциплины "одномерные интегральные операторы" выводит обучающихся на передний край науки, что позволит проводить им самостоятельные исследования при выполнении курсовых и дипломных работ по данному направлению.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-5 (общекультурные компетенции)	способность порождать новые идеи
ОК-6 (общекультурные компетенции)	способностью работать самостоятельно, заботой о качестве, стремлением к успеху
ОК-8 (общекультурные компетенции)	инициативностью и лидерством
ПК-12 (профессиональные компетенции)	способность различным образом представлять и адаптировать математические знания с учетом уровня аудитории
ПК-15 (профессиональные компетенции)	возможность преподавания физико-математических дисциплин и информатики в общеобразовательных учреждениях, образовательных учреждениях начального профессионального, среднего профессионального и высшего профессионального образования на основе полученного фундаментального образования и научного мировоззрения

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-16 (профессиональные компетенции)	умение извлекать актуальную научно-техническую информацию из электронных библиотек, реферативных журналов
ПК-5 (профессиональные компетенции)	умение публично представить собственные новые научные результаты
ПК-6 (профессиональные компетенции)	самостоятельное построение целостной картины дисциплины

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

место и роль теории одномерных интегральных операторов в структуре математического анализа;

2. должен уметь:

ориентироваться в различных классах одномерных интегральных операторов

3. должен владеть:

теоретическими знаниями о методах, используемых при построении теории одномерных интегральных операторов;

4. должен продемонстрировать способность и готовность:

понимать место и роль теории одномерных интегральных операторов в структуре математического анализа;

обладать теоретическими знаниями о методах, используемых при построении теории одномерных интегральных операторов;

ориентироваться в различных классах одномерных интегральных операторов

приобрести навыки в использовании аппарата теории одномерных интегральных операторов.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Основные						

ПОНЯТИЯ.



N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Регуляризация операторов..	4	2	1	1	0	устный опрос
3.	Тема 3. Нётеровы и полунётеровы операторы в банаховом пространстве.	4	2	2	2	0	устный опрос
4.	Тема 4. Нётеровы и полунётеровы операторы в топологических линейных пространствах.	4	3	2	2	0	устный опрос
5.	Тема 5. Символ.	4	4	1	1	0	устный опрос
6.	Тема 6. Символ оператора свертки.	4	4	1	1	0	устный опрос
7.	Тема 7. Сингулярный интеграл и его простейшие свойства.	4	5	2	2	0	устный опрос
8.	Тема 8. Ограниченность сингулярного интегрального оператора в пространстве $L_p(\Gamma)$ .	4	6	2	2	0	устный опрос
9.	Тема 9. Ограниченность сингулярного интегрального оператора в пространстве $L_p$ с весом.	4	7	2	2	0	письменная работа
10.	Тема 10. Дальнейшие свойства интегральных операторов.	4	8	2	2	0	устный опрос
11.	Тема 11. Операторы, близкие с сингулярным интегралом Коши.	4	9	1	1	0	устный опрос
12.	Тема 12. Сингулярный интегральный оператор в пространствах дифференцируемых функций.	4	10	1	1	0	устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
13.	Тема 13. Абстрактные сингулярные операторы..	4	11	1	1	0	устный опрос
14.	Тема 14. Сингулярные интегральные операторы с рациональными коэффициентами.	4	12	2	3	0	устный опрос
15.	Тема 15. Сингулярные интегральные операторы с непрерывными коэффициентами.	4	13	2	4	0	устный опрос
16.	Тема 16. Сингулярные интегральные уравнения в пространстве $H_\mu(\Gamma)$ .	4	14	2	2	0	устный опрос
17.	Тема 17. Факторизация непрерывных функций.	4	15	2	2	0	устный опрос
18.	Тема 18. Эффективное решение сингулярных интегральных уравнений с непрерывными коэффициентами.	4	16	2	2	0	письменная работа
19.	Тема 19. Случай составной замкнутой системы кривых.	4	17	1	2	0	устный опрос
	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	зачет
	Итого			30	34	0	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Основные понятия.

#### *лекционное занятие (1 часа(ов)):*

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ. ЛЕММА ХАУСДОРФА, ТЕОРЕМА БАНАХА-ХАУСДОРФА.

#### *практическое занятие (1 часа(ов)):*

1. Необходимые сведения из функционального анализа, основные теоремы.

### Тема 2. Регуляризация операторов..

#### *лекционное занятие (1 часа(ов)):*

2. РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ ОПЕРАТОРОВ..(ПОНЯТИЕ ЛЕВОЙ И ПРАВОЙ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ, НЕОБХОДИМОЕ И ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ ТОГО, ЧТОБЫ ЛИНЕЙНЫЙ ОПЕРАТОР БЫЛ НОРМАЛЬНО РАЗРЕШИМ И ИМЕЛ КОНЕЧНОМЕРНОЕ ЯДРО)

#### *практическое занятие (1 часа(ов)):*



2. Понятие линейного преобразования линейных уравнений, понятие регуляризации линейных уравнений, критерий того, чтобы линейный оператор был  $\Phi$ -оператором.

### **Тема 3. Нётеровы и полунётеровы операторы в банаховом пространстве.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

3. НЁТЕРОВЫ И ПОЛУНЁТЕРОВЫ ОПЕРАТОРЫ В БАНАХОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ. (СВЯЗЬ МЕЖДУ (ПОЛУ)НЕТЕРОВОСТЬЮ ЛИНЕЙНОГО ОПЕРАТОРА И НАЛИЧИЕМ РЕГУЛЯРИЗАТОРОВ СЛЕВА ИЛИ СПРАВА, ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНДЕКСА ЛИНЕЙНОГО ОПЕРАТОРА)

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

3. Понятие  $\phi$ -плюс и  $\phi$ -минус оператора, связь этих понятий с наличием левого или правого регуляризатора, вычисление индекса.

### **Тема 4. Нётеровы и полунётеровы операторы в топологических линейных пространствах.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

4. НЁТЕРОВЫ И ПОЛУНЁТЕРОВЫ ОПЕРАТОРЫ В ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ЛИНЕЙНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ. (ДАЕТСЯ КРИТЕРИЙ НЕТЕРОВОСТИ ЛИНЕЙНОГО ОПЕРАТОРА В ПРОСТРАНСТВАХ ФРЕШЕ)

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

4. Понятие  $\phi$ -плюс и  $\phi$ -минус оператора в топологических векторных пространствах, в пространствах Фреше, связь этих понятий с наличием левого или правого регуляризатора, вычисление индекса.

### **Тема 5. Символ.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

5. СИМВОЛ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИМВОЛА, ПРИМЕРЫ

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

5. СИМВОЛ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИМВОЛА, ПРИМЕРЫ

### **Тема 6. Символ оператора свертки.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

6. СИМВОЛ ОПЕРАТОРА СВЕРТКИ.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

6. Вычисление символа интегрального сверточного оператора.

### **Тема 7. Сингулярный интеграл и его простейшие свойства.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

7. СИНГУЛЯРНЫЙ ИНТЕГРАЛ И ЕГО ПРОСТЕЙШИЕ СВОЙСТВА. (ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИМНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛА, ПРИВОДЯТСЯ ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ ЕГО СУЩЕСТВОВАНИЯ)

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

7. СИНГУЛЯРНЫЙ ИНТЕГРАЛ И ЕГО ПРОСТЕЙШИЕ СВОЙСТВА. (ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИМНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛА, ПРИВОДЯТСЯ ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ ЕГО СУЩЕСТВОВАНИЯ)

### **Тема 8. Ограниченность сингулярного интегрального оператора в пространстве $L_p(\Gamma)$ .**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

8. ОГРАНИЧЕННОСТЬ СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА В ПРОСТРАНСТВЕ  $L_p(\Gamma)$ .

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

8. Теорема об ограниченности сингулярного оператора в пространстве функций, интегрируемых по Лебегу со степенью  $p > 1$ .

### **Тема 9. Ограниченность сингулярного интегрального оператора в пространстве $L_p$ с весом.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

9. ОГРАНИЧЕННОСТЬ СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА В ПРОСТРАНСТВЕ  $L^p$  С ВЕСОМ. РЕЗУЛЬТАТЫ ПРЕДЫДУЩЕЙ ЛЕКЦИИ ОБОБЩАЮТСЯ НА СЛУЧАЙ ПРОСТРАНСТВ ФУНКЦИЙ ИНТЕГРИРУЕМЫХ С ВЕСОМ

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

9. ОГРАНИЧЕННОСТЬ СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА В ПРОСТРАНСТВЕ  $L^p$  С ВЕСОМ. РЕЗУЛЬТАТЫ ПРЕДЫДУЩЕЙ ЛЕКЦИИ ОБОБЩАЮТСЯ НА СЛУЧАЙ ПРОСТРАНСТВ ФУНКЦИЙ ИНТЕГРИРУЕМЫХ С ВЕСОМ

**Тема 10. Дальнейшие свойства интегральных операторов.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

10. ДАЛЬНЕЙШИЕ СВОЙСТВА ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ. (ИЗУЧАЮТСЯ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ОПЕРАТОРЫ СО СЛАБОЙ ОСОБЕННОСТЬЮ, ДОКАЗЫВАЕТСЯ ФОРМУЛА ПУАНКАРЕ-БЕРТРАНА ПЕРЕСТАНОВКИ ДВУХ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛОВ)ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

10. Формула перестановки двух особых интегральных операторов, интегральные операторы со слабой особенностью в ядре.

**Тема 11. Операторы, близкие с сингулярным интегралом Коши.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

11. ОПЕРАТОРЫ, БЛИЗКИЕ С СИНГУЛЯРНЫМ ИНТЕГРАЛОМ КОШИ.(ИЗУЧАЮТСЯ СИНГУЛЯРНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ С ЯДРОМ ГИЛЬБЕРТА, ПРОЕКТОРЫ, СВЯЗАННЫЕ С СИНГУЛЯРНЫМ ИНТЕГРАЛЬНЫМ ОПЕРАТОРОМ)

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

11. Проекторы, связанные с сингулярным интегралом Коши, операторы с ядром котангенс, другие операторы, близкие с оператором Коши.

**Тема 12. Сингулярный интегральный оператор в пространствах дифференцируемых функций.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

12. СИНГУЛЯРНЫЙ ИНТЕГРАЛЬНЫЙ ОПЕРАТОР В ПРОСТРАНСТВАХ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ. (В ПРОСТРАНСТВАХ ФУНКЦИЙ, ИМЕЮЩИХ  $n$  НЕПРЕРЫВНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ, УДОВЛЕТВОРЯЮЩИХ К ТОМУ ЖЕ УСЛОВИЮ ГЁЛЬДЕРА, ДОКАЗАНА НЕПРЕРЫВНОСТЬ ОПЕРАТОРА СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ)

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

12. Изучение сингулярных интегральных операторов в пространствах функций, имеющих конечное число производных.

**Тема 13. Абстрактные сингулярные операторы..**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

13. АБСТРАКТНЫЕ СИНГУЛЯРНЫЕ ОПЕРАТОРЫ. (ВВОДИТСЯ ПОНЯТИЕ ПАРНЫХ ОПЕРАТОРОВ И ИЗУЧАЮТСЯ ИХ СВОЙСТВА)

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

13. Абстрактные операторы в банаховых пространствах и их свойства. Понятие парного оператора.

**Тема 14. Сингулярные интегральные операторы с рациональными коэффициентами.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

14. СИНГУЛЯРНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ОПЕРАТОРЫ С РАЦИОНАЛЬНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ. (ДЛЯ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ С РАЦИОНАЛЬНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ СТРОЯТСЯ В ЯВНОМ ВИДЕ ИХ ЯДРА И КОЯДРА, ВЫЧИСЛЯЮТСЯ ИХ РАЗМЕРНОСТИ)

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

14. Изучаются сингулярные операторы в том частном случае, когда их коэффициенты являются рациональными функциями. В явном виде строится базис нуль-пространства таких операторов, вычисляются размерности нуль-пространства и коядра.

### Тема 15. Сингулярные интегральные операторы с непрерывными коэффициентами.

#### лекционное занятие (2 часа(ов)):

15. СИНГУЛЯРНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ОПЕРАТОРЫ С РАЦИОНАЛЬНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ. (ДЛЯ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ С РАЦИОНАЛЬНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ СТРОЯТСЯ В ЯВНОМ ВИДЕ ИХ ЯДРА И КОЯДРА, ВЫЧИСЛЯЮТСЯ ИХ РАЗМЕРНОСТИ)

#### практическое занятие (4 часа(ов)):

15. Изучаются сингулярные операторы в том частном случае, когда их коэффициенты являются рациональными функциями. В явном виде строится базис нуль-пространства таких операторов, вычисляются размерности нуль-пространства и коядра.

### Тема 16. Сингулярные интегральные уравнения в пространстве $H_\mu(\Gamma)$ .

#### лекционное занятие (2 часа(ов)):

16. СИНГУЛЯРНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ  $H_\mu(\Gamma)$ . (СТРОИТСЯ НЕТЕРОВА ТЕОРИЯ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ПРОСТРАНСТВАХ ГЕЛЬДЕРОВСКИХ ФУНКЦИЙ)

#### практическое занятие (2 часа(ов)):

16. СИНГУЛЯРНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ  $H_\mu(\Gamma)$ . (СТРОИТСЯ НЕТЕРОВА ТЕОРИЯ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ПРОСТРАНСТВАХ ГЕЛЬДЕРОВСКИХ ФУНКЦИЙ)

### Тема 17. Факторизация непрерывных функций.

#### лекционное занятие (2 часа(ов)):

17. ФАКТОРИЗАЦИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ. (ДОКАЗЫВАЕТСЯ, ЧТО ДЛЯ ТОГО, ЧТОБЫ ФУНКЦИЯ ДОПУСКАЛА ФАКТОРИЗАЦИЮ В АЛГЕБРЕ  $A$ , НЕОБХОДИМО И ДОСТАТОЧНО, ЧТОБЫ ЭТА АЛГЕБРА БЫЛА РАЗЛОЖИМОЙ)

#### практическое занятие (2 часа(ов)):

17. Дается критерий того, чтобы непрерывная на гладком контуре функция допускала факторизацию в алгебре  $A$ . Вводится понятие разложимой алгебры.

### Тема 18. Эффективное решение сингулярных интегральных уравнений с непрерывными коэффициентами.

#### лекционное занятие (2 часа(ов)):

18. ЭФФЕКТИВНОЕ РЕШЕНИЕ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С НЕПРЕРЫВНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ. (ВЫВОДЯТСЯ ЯВНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ РЕШЕНИЙ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С НЕПРЕРЫВНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ.)

#### практическое занятие (2 часа(ов)):

18. В случае, когда коэффициенты сингулярного интегрального уравнения непрерывны, приводятся явные формулы для их решения, выписываются явно условия разрешимости.

### Тема 19. Случай составной замкнутой системы кривых.

#### лекционное занятие (1 часа(ов)):

19. СЛУЧАЙ СОСТАВНОЙ ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ КРИВЫХ. (РЕЗУЛЬТАТЫ ПРЕДЫДУЩЕЙ ЛЕКЦИИ ОБОБЩАЮТСЯ НА СЛУЧАЙ, КОГДА ИНТЕГРАЛЬНОЕ СИНГУЛЯРНОЕ УРАВНЕНИЕ ЗАДАНО НА СОСТАВНОЙ СИСТЕМЕ КРИВЫХ)

#### практическое занятие (2 часа(ов)):

19. Рассматривается сингулярное интегральное уравнение на составной системе кривых и доказанные ранее теоремы распространяются на этот случай.

## 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Основные					

ПОНЯТИЯ.

4	1	подготовка к
---	---	--------------

устному опросу

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Регуляризация операторов..	4	2	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
3.	Тема 3. Нётеровы и полунётеровы операторы в банаховом пространстве.	4	2	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
4.	Тема 4. Нётеровы и полунётеровы операторы в топологических линейных пространствах.	4	3	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
5.	Тема 5. Символ.	4	4	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
6.	Тема 6. Символ оператора свертки.	4	4	подготовка к устному опросу	1	устный опрос
7.	Тема 7. Сингулярный интеграл и его простейшие свойства.	4	5	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
8.	Тема 8. Ограниченность сингулярного интегрального оператора в пространстве $L_p(\Gamma)$ .	4	6	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
9.	Тема 9. Ограниченность сингулярного интегрального оператора в пространстве $L_p$ с весом.	4	7	подготовка к письменной работе	2	письменная работа
10.	Тема 10. Дальнейшие свойства интегральных операторов.	4	8	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
11.	Тема 11. Операторы, близкие с сингулярным интегралом Коши.	4	9	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
12.	Тема 12. Сингулярный интегральный оператор в пространствах дифференцируемых функций.	4	10	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
13.	Тема 13. Абстрактные сингулярные операторы..	4	11	подготовка к устному опросу	2	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
14.	Тема 14. Сингулярные интегральные операторы с рациональными коэффициентами.	4	12	подготовка к устному опросу	4	устный опрос
15.	Тема 15. Сингулярные интегральные операторы с непрерывными коэффициентами.	4	13	подготовка к устному опросу	4	устный опрос
16.	Тема 16. Сингулярные интегральные уравнения в пространстве $H_\mu(\Gamma)$ .	4	14	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
17.	Тема 17. Факторизация непрерывных функций.	4	15	подготовка к устному опросу	4	устный опрос
18.	Тема 18. Эффективное решение сингулярных интегральных уравнений с непрерывными коэффициентами.	4	16	подготовка к письменной работе	2	письменная работа
19.	Тема 19. Случай составной замкнутой системы кривых.	4	17	подготовка к устному опросу	3	устный опрос
	Итого				44	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

активные и интерактивные формы.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Основные понятия.

устный опрос , примерные вопросы:

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ. ЛЕММА ХАУСДОРФА, ТЕОРЕМА БАНАХА-ХАУСДОРФА.

### Тема 2. Регуляризация операторов..

устный опрос , примерные вопросы:

2. РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ ОПЕРАТОРОВ..(ПОНЯТИЕ ЛЕВОЙ И ПРАВОЙ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ, НЕОБХОДИМОЕ И ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ ТОГО, ЧТОБЫ ЛИНЕЙНЫЙ ОПЕРАТОР БЫЛ НОРМАЛЬНО РАЗРЕШИМ И ИМЕЛ КОНЕЧНОМЕРНОЕ ЯДРО)

### Тема 3. Нётеровы и полунётеровы операторы в банаховом пространстве.

устный опрос , примерные вопросы:

3. НЁТЕРОВЫ И ПОЛУНЁТЕРОВЫ ОПЕРАТОРЫ В БАНАХОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ. (СВЯЗЬ МЕЖДУ (ПОЛУ)НЕТЕРОВОСТЬЮ ЛИНЕЙНОГО ОПЕРАТОРА И НАЛИЧИЕМ РЕГУЛЯРИЗАТОРОВ СЛЕВА ИЛИ СПРАВА, ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНДЕКСА ЛИНЕЙНОГО ОПЕРАТОРА)

#### **Тема 4. Нётеровы и полунётеровы операторы в топологических линейных пространствах.**

устный опрос , примерные вопросы:

4. НЁТЕРОВЫ И ПОЛУНЁТЕРОВЫ ОПЕРАТОРЫ В ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ЛИНЕЙНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ. (ДАЕТСЯ КРИТЕРИЙ НЕТЕРОВОСТИ ЛИНЕЙНОГО ОПЕРАТОРА В ПРОСТРАНСТВАХ ФРЕШЕ)

#### **Тема 5. Символ.**

устный опрос , примерные вопросы:

5. СИМВОЛ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИМВОЛА, ПРИМЕРЫ

#### **Тема 6. Символ оператора свертки.**

устный опрос , примерные вопросы:

6. СИМВОЛ ОПЕРАТОРА СВЕРТКИ.

#### **Тема 7. Сингулярный интеграл и его простейшие свойства.**

устный опрос , примерные вопросы:

7. СИНГУЛЯРНЫЙ ИНТЕГРАЛ И ЕГО ПРОСТЕЙШИЕ СВОЙСТВА. (ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИМНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛА, ПРИВОДЯТСЯ ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ ЕГО СУЩЕСТВОВАНИЯ)

#### **Тема 8. Ограниченность сингулярного интегрального оператора в пространстве $L_p(\Gamma)$ .**

устный опрос , примерные вопросы:

8. ОГРАНИЧЕННОСТЬ СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА В ПРОСТРАНСТВЕ  $L_p(\Gamma)$ .

#### **Тема 9. Ограниченность сингулярного интегрального оператора в пространстве $L_p$ с весом.**

письменная работа , примерные вопросы:

9. Ограниченность сингулярного интегрального оператора в пространстве  $L_p$  с весом.

#### **Тема 10. Дальнейшие свойства интегральных операторов.**

устный опрос , примерные вопросы:

10. ДАЛЬНЕЙШИЕ СВОЙСТВА ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ. (ИЗУЧАЮТСЯ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ОПЕРАТОРЫ СО СЛАБОЙ ОСОБЕННОСТЬЮ, ДОКАЗЫВАЕТСЯ ФОРМУЛА ПУАНКАРЕ-БЕРТРАНА ПЕРЕСТАНОВКИ ДВУХ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛОВ)ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ.

#### **Тема 11. Операторы, близкие с сингулярным интегралом Коши.**

устный опрос , примерные вопросы:

11. ОПЕРАТОРЫ, БЛИЗКИЕ С СИНГУЛЯРНЫМ ИНТЕГРАЛОМ КОШИ.(ИЗУЧАЮТСЯ СИНГУЛЯРНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ С ЯДРОМ ГИЛЬБЕРТА, ПРОЕКТОРЫ, СВЯЗАННЫЕ С СИНГУЛЯРНЫМ ИНТЕГРАЛЬНЫМ ОПЕРАТОРОМ)

#### **Тема 12. Сингулярный интегральный оператор в пространствах дифференцируемых функций.**

устный опрос , примерные вопросы:

12. СИНГУЛЯРНЫЙ ИНТЕГРАЛЬНЫЙ ОПЕРАТОР В ПРОСТРАНСТВАХ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ. (В ПРОСТРАНСТВАХ ФУНКЦИЙ, ИМЕЮЩИХ  $n$  НЕПРЕРЫВНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ, УДОВЛЕТВОРЯЮЩИХ К ТОМУ ЖЕ УСЛОВИЮ ГЁЛЬДЕРА, ДОКАЗАНА НЕПРЕРЫВНОСТЬ ОПЕРАТОРА СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ)

#### **Тема 13. Абстрактные сингулярные операторы..**

устный опрос , примерные вопросы:



### 13. АБСТРАКТНЫЕ СИНГУЛЯРНЫЕ ОПЕРАТОРЫ. (ВВОДИТСЯ ПОНЯТИЕ ПАРНЫХ ОПЕРАТОРОВ И ИЗУЧАЮТСЯ ИХ СВОЙСТВА)

#### **Тема 14. Сингулярные интегральные операторы с рациональными коэффициентами.**

устный опрос , примерные вопросы:

14. СИНГУЛЯРНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ОПЕРАТОРЫ С РАЦИОНАЛЬНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ. (ДЛЯ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ С РАЦИОНАЛЬНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ СТРОЯТСЯ В ЯВНОМ ВИДЕ ИХ ЯДРА И КОЯДРА, ВЫЧИСЛЯЮТСЯ ИХ РАЗМЕРНОСТИ)

#### **Тема 15. Сингулярные интегральные операторы с непрерывными коэффициентами.**

устный опрос , примерные вопросы:

15. СИНГУЛЯРНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ОПЕРАТОРЫ С РАЦИОНАЛЬНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ. (ДЛЯ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ С РАЦИОНАЛЬНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ СТРОЯТСЯ В ЯВНОМ ВИДЕ ИХ ЯДРА И КОЯДРА, ВЫЧИСЛЯЮТСЯ ИХ РАЗМЕРНОСТИ)

#### **Тема 16. Сингулярные интегральные уравнения в пространстве $H_2(\Gamma)$ .**

устный опрос , примерные вопросы:

16. СИНГУЛЯРНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ  $H_2(\Gamma)$ . (СТРОИТСЯ НЁТЕРОВА ТЕОРИЯ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ПРОСТРАНСТВАХ ГЁЛЬДЕРОВСКИХ ФУНКЦИЙ)

#### **Тема 17. Факторизация непрерывных функций.**

устный опрос , примерные вопросы:

17. ФАКТОРИЗАЦИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ. (ДОКАЗЫВАЕТСЯ, ЧТО ДЛЯ ТОГО, ЧТОБЫ ФУНКЦИЯ ДОПУСКАЛА ФАКТОРИЗАЦИЮ В АЛГЕБРЕ  $A$ , НЕОБХОДИМО И ДОСТАТОЧНО, ЧТОБЫ ЭТА АЛГЕБРА БЫЛА РАЗЛОЖИМОЙ)

#### **Тема 18. Эффективное решение сингулярных интегральных уравнений с непрерывными коэффициентами.**

письменная работа , примерные вопросы:

18. Эффективное решение сингулярных интегральных уравнений с непрерывными коэффициентами.

#### **Тема 19. Случай составной замкнутой системы кривых.**

устный опрос , примерные вопросы:

19. СЛУЧАЙ СОСТАВНОЙ ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ КРИВЫХ. (РЕЗУЛЬТАТЫ ПРЕДЫДУЩЕЙ ЛЕКЦИИ ОБОБЩАЮТСЯ НА СЛУЧАЙ, КОГДА ИНТЕГРАЛЬНОЕ СИНГУЛЯРНОЕ УРАВНЕНИЕ ЗАДАНО НА СОСТАВНОЙ СИСТЕМЕ КРИВЫХ)

#### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

В течение семестра студенты делают доклады на семинарах по темам, перечисленным в приведенной программе.

Вопросы выносимые на зачет:

Тема: Регуляризация операторов.

1. Что такое левый регуляризатор?

2. Что такое правый регуляризатор?

3. Что такое левый эквивалентный регуляризатор?

4. Что такое правый эквивалентный регуляризатор?

Тема: Нётеровы и полунётеровы операторы в банаховом пространстве.

1. Что такое (полу)нетеровый оператор?

2. Дать определение следа конечномерного оператора.

3. Доказать, что нетеровость оператора равносильна существованию двустороннего регуляризатора.

#### 4. Доказать теорему Аткинсона.

Тема: Символ.

1. Дать определение символа линейного оператора.
2. Привести примеры колец линейных операторов и их символов.

Тема: Сингулярный интеграл и его простейшие свойства.

1. Доказать существование сингулярного интеграла с гильбертовской плотностью.

Тема: Ограниченность сингулярного интегрального оператора в пространстве  $L_p(\Gamma)$ .

1. Доказать ограниченность сингулярного оператора в классах  $L_p(\Gamma)$ .

Тема: Ограниченность сингулярного интегрального оператора в пространстве  $L_p$  с весом.

1. Доказать ограниченность сингулярного интегрального оператора в пространстве  $L_p$  с весом.

Тема: Сингулярные интегральные операторы с рациональными коэффициентами.

1. Описать ядро сингулярного интегрального оператора с рациональными коэффициентами.
2. Описать коядро сингулярного интегрального оператора с рациональными коэффициентами.

Тема: Сингулярные интегральные операторы с непрерывными коэффициентами.

1. Факторизация в алгебрах с двумя нормами.
2. Что такое обобщенная факторизация непрерывной функции?
3. Описать ядро сингулярного интегрального оператора с непрерывными коэффициентами.
4. Описать коядро сингулярного интегрального оператора с непрерывными коэффициентами.

### 7.1. Основная литература:

Функциональный анализ, Сидоров, Анатолий Михайлович, 2010г.

Неопределенные интегралы: методы вычисления, Желтухин, Виктор Семенович, 2013г.

Интегральные уравнения. Вариационное исчисление, Волков, Владимир Тарасович; Ягола, Анатолий Григорьевич, 2009г.

1. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. "Лань" Издательство: 978-5-8114-0976-1 ISBN: 2009 Год: 2-е изд., стер. Издание: 272 стр. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=245](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=245)

2. Гуревич А. П. Корнев В. В. Хромов А. П. Сборник задач по функциональному анализу. "Лань" Издательство: 978-5-8114-1274-7 ISBN: 2012 Год: 2-е, испр. Издание: 192 стр. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=3175](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=3175)

3. Горлач Б.А. Математический анализ. "Лань" Издательство: 978-5-8114-1428-4 ISBN: 2013 Год: 1-е изд. Издание: 608 стр. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=4863](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=4863)

### 7.2. Дополнительная литература:

Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Элементы теории поля, Широкова, Елена Александровна, 2010г.

Нелинейный функциональный анализ и математическое моделирование в физике, Корпусов, Максим Олегович; Свешников, Алексей Георгиевич, 2011г.

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учебник. В 3-х тт. Том 2. Лань. 2009. 800 стр. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=408](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=408)

2. Титчмарш Э.Ч. Дзета-функция Римана. Едиториал УРСС. 2010. 156 стр.

3. Сикорский Ю.С. Элементы теории эллиптических функций. С приложениями к механике. КомКнигаю 2011. 368 стр.

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Васильева А.Б. Тихонов Н.А. Интегральные уравнения. -

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=42](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=42)

Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. Издательство:

978-5-8114-0976-1 ISBN: 2009 Год: 272 стр. - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=245](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=245)

Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учебник. В 3-х тт.

Том 1 Издательство: 978-5-8114-0672-5 ISBN: 2009 Год: 9-е, стер. Издание: 608 стр. -

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=407](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=407)

Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учебник. В 3-х тт.

Том 2 - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=408](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=408)

Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учебник. В 3-х тт.

Том 3 Издательство: 978-5-8114-0672-2 ISBN: 2009 Год: 9-е, стер. Издание: 656 стр. -

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=409](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=409)

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Одномерные интегральные операторы" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.68 "Математика" и магистерской программе Уравнения в частных производных .

Автор(ы):

Бикчантаев И.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Авхадиев Ф.Г. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.