

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**Программа дисциплины**

Линейные уравнения в банаховых пространствах M2.B.5

Направление подготовки: 010100.68 - Математика

Профиль подготовки: Уравнения в частных производных

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Бикчантаев И.А.

**Рецензент(ы):**

Авхадиев Ф.Г.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Обносов Ю. В.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 81724314

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Бикчантаев И.А.  
Кафедра дифференциальных уравнений отделение математики , lldar.Bikchantaev@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины "Линейные уравнения в банаховых пространствах":

- 1) понимать роль и место дисциплины в структуре общего курса математического анализа, понимать основные идеи, лежащие в основе теории линейных операторов;
- 2) обладать теоретическими знаниями и иметь четкое представление о методах построения теории линейных уравнений в банаховых пространствах;
- 3) приобрести навыки для постановки и решения новых задач, приводящих к решению линейных уравнений в банаховых пространствах.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " М2.В.5 Профессиональный" основной образовательной программы 010100.68 Математика и относится к вариативной части. Осваивается на 2 курсе, 3 семестр.

Дисциплина "Линейные уравнения в банаховых пространствах": входит в цикл профессиональных дисциплин.

Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математический анализ, линейная алгебра, абстрактная алгебра, дифференциальные уравнения, интегральные уравнения, комплексный анализ.

Освоение дисциплины "Линейные уравнения в банаховых пространствах" выводит обучающихся на передний край науки, что позволит проводить им самостоятельные исследования при выполнении курсовых и дипломных работ по данному направлению.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

| Шифр компетенции                        | Расшифровка приобретаемой компетенции   |
|---|---|
| ОК-5<br>(общекультурные компетенции)    | способность порождать новые идеи  |
| ОК-6<br>(общекультурные компетенции)    | способностью работать самостоятельно, заботой о качестве, стремлением к успеху  |
| ОК-8<br>(общекультурные компетенции)    | инициативностью и лидерством  |
| ПК-1<br>(профессиональные компетенции)  | владение методами математического моделирования при анализе глобальных проблем на основе глубоких знаний фундаментальных математических дисциплин и компьютерных наук |
| ПК-12<br>(профессиональные компетенции) | способность различным образом представлять и адаптировать математические знания с учетом уровня аудитории   |
| ПК-3<br>(профессиональные компетенции)  | способность к интенсивной научно-исследовательской и научно-изыскательской деятельности   |

| Шифр компетенции                       | Расшифровка приобретаемой компетенции                            |
|--|--|
| ПК-5<br>(профессиональные компетенции) | умение публично представить собственные новые научные результаты |
| ПК-6<br>(профессиональные компетенции) | самостоятельное построение целостной картины дисциплины          |

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

место и роль теории линейных уравнений в банаховых пространствах в структуре математического анализа;

2. должен уметь:

ориентироваться в различных классах линейных уравнений в банаховых пространствах;

3. должен владеть:

теоретическими знаниями о методах, используемых при построении теории линейных уравнений в банаховых пространствах;

4. должен демонстрировать способность и готовность:

1) понимать роль и место дисциплины в структуре общего курса математического анализа, понимать основные идеи, лежащие в основе теории линейных операторов;

2) обладать теоретическими знаниями и иметь четкое представление о методах построения теории линейных уравнений в банаховых пространствах;

3) приобрести навыки для постановки и решения новых задач, приводящих к решению линейных уравнений в банаховых пространствах.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 3 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

| N  | Раздел Дисциплины/ Модуля                    | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) |                      |                     | Текущие формы контроля |
|----|--|---------|-----------------|--|----------------------|---------------------|------------------------|
|    |  |         |                 | Лекции   | Практические занятия | Лабораторные работы |                        |
| 1. | Тема 1. Линейные уравнения. Основные понятия | 3       | 1               | 1  | 1                    | 0                   | устный опрос           |

| N   | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля  | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля |
|-----|--|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
|     |  |         |                    | Лекции  | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                           |
| 2.  | Тема 2. Тема.<br>Уравнения с<br>замкнутым оператором                                       | 3       | 2                  | 1   | 1                       | 0                      | устный опрос              |
| 3.  | Тема 3. Тема.<br>Сопряженное<br>уравнение  | 3       | 2                  | 1   | 1                       | 0                      | устный опрос              |
| 4.  | Тема 4. Уравнение,<br>сопряженное к<br>факторизованному.                                   | 3       | 3                  | 1   | 1                       | 0                      | устный опрос              |
| 5.  | Тема 5. Уравнение с<br>замкнутым<br>оператором, имеющем<br>плотную область<br>определения. | 3       | 4                  | 1   | 1                       | 0                      | устный опрос              |
| 6.  | Тема 6. Нормально<br>разрешимые<br>уравнения с<br>конечномерным<br>нуль-пространством      | 3       | 4                  | 1   | 1                       | 0                      | устный опрос              |
| 7.  | Тема 7. Априорные<br>оценки.   | 3       | 5                  | 1   | 1                       | 0                      | устный опрос              |
| 8.  | Тема 8. Уравнения с<br>конечным дефектом.  | 3       | 6                  | 1   | 1                       | 0                      | устный опрос              |
| 9.  | Тема 9. Различные<br>сопряженные<br>уравнения.   | 3       | 7                  | 1   | 1                       | 0                      | устный опрос              |
| 10. | Тема 10. Линейные<br>преобразования<br>уравнений.  | 3       | 8                  | 1   | 2                       | 0                      | письменная<br>работа      |
| 11. | Тема 11.<br>Преобразование<br>d-нормальных<br>уравнений.                                   | 3       | 9                  | 1   | 2                       | 0                      | устный опрос              |
| 12. | Тема 12. Нётеровы<br>уравнения, индекс.  | 3       | 10                 | 1   | 1                       | 0                      | устный опрос              |
| 13. | Тема 13. Уравнения с<br>оператором,<br>действующем в одном<br>пространстве.                | 3       | 11                 | 1   | 1                       | 0                      | устный опрос              |
| 14. | Тема 14.<br>Фредгольмовы<br>уравнения.<br>Регуляризация<br>уравнений.                      | 3       | 12                 | 1   | 1                       | 0                      | устный опрос              |
| 15. | Тема 15. Линейная<br>замена переменного  | 3       | 13                 | 1   | 1                       | 0                      | устный опрос              |
| 16. | Тема 16. Устойчивость<br>свойств уравнений.  | 3       | 14                 | 1   | 0                       | 0                      | устный опрос              |

| N   | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля            | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля |
|-----|--|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
|     |  |         |                    | Лекции  | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                           |
| 17. | Тема 17.<br>Переопределенные<br>уравнения  | 3       | 15                 | 0   | 0                       | 0                      | устный опрос              |
| 18. | Тема 18.<br>Неопределенные<br>уравнения.   | 3       | 16                 | 0   | 1                       | 0                      | устный опрос              |
| 19. | Тема 19.<br>Интегральные<br>уравнения.     | 3       | 17                 | 0   | 1                       | 0                      | устный опрос              |
| 20. | Тема 20.<br>Дифференциальные<br>уравнения. | 3       | 18                 | 0   | 1                       | 0                      | письменная<br>работа      |
|     | Тема . Итоговая<br>форма контроля          | 3       |                    | 0   | 0                       | 0                      | экзамен                   |
|     | Итого                                      |         |                    | 16  | 20                      | 0                      |                           |

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Линейные уравнения. Основные понятия

#### *лекционное занятие (1 часа(ов)):*

Линейные уравнения. Основные понятия. Некоторые сведения из линейного функционального анализа.

#### *практическое занятие (1 часа(ов)):*

Основные определения, связанные с понятием линейного оператора в банаховом пространстве. Необходимые сведения из линейного функционального анализа.

### Тема 2. Тема. Уравнения с замкнутым оператором

#### *лекционное занятие (1 часа(ов)):*

УРАВНЕНИЯ С ЗАМКНУТЫМ ОПЕРАТОРОМ. (ПОНЯТИЕ ЗАМКНУТОГО ОПЕРАТОРА, УСЛОВИЯ ЕГО КОРРЕКТНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ, ОДНОЗНАЧНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ, ВЕЗДЕ РАЗРЕШИМОСТИ, ПЛОТНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ)

#### *практическое занятие (1 часа(ов)):*

Исследование функциональных уравнений, содержащих замкнутый оператор. Изучение случаев однозначной разрешимости таких уравнений, в частности, случаев, когда оператор является корректно разрешимым.

### Тема 3. Тема. Сопряженное уравнение

#### *лекционное занятие (1 часа(ов)):*

СОПРЯЖЕННОЕ УРАВНЕНИЕ. (УСТАНОВЛИВАЕТСЯ СВЯЗЬ МЕЖДУ ТОЙ ИЛИ ИНОЙ РАЗРЕШИМОСТЬЮ ИСХОДНОГО УРАВНЕНИЯ И СОПРЯЖЕННОГО С НИМ УРАВНЕНИЯ)

#### *практическое занятие (1 часа(ов)):*

Раскрывается зависимость между свойствами исходного линейного уравнения в банаховом пространстве и сопряженного с ним уравнения.

### Тема 4. Уравнение, сопряженное к факторизованному.

#### *лекционное занятие (1 часа(ов)):*

УРАВНЕНИЕ, СОПРЯЖЕННОЕ К ФАКТОРИЗОВАННОМУ. СВЯЗЬ МЕЖДУ КОРРЕКТНОЙ РАЗРЕШИМОСТЬЮ ФАКТОРИЗОВАННОГО УРАВНЕНИЯ И НОРМАЛЬНОЙ РАЗРЕШИМОСТЬЮ СОПРЯЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ

#### *практическое занятие (1 часа(ов)):*



Установление связи между различными свойствами уравнений, сопоставление их с соответствующими свойствами факторизованных уравнений. Выяснить, что означает корректная разрешимость факторизованного уравнения для исходного уравнения.

#### **Тема 5. Уравнение с замкнутым оператором, имеющем плотную область определения.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

УРАВНЕНИЕ С ЗАМКНУТЫМ ОПЕРАТОРОМ, ИМЕЮЩЕМ ПЛОТНУЮ ОБЛАСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ. (УСТАНОВЛИВАЕТСЯ СВЯЗЬ МЕЖДУ ТОЙ ИЛИ ИНОЙ РАЗРЕШИМОСТЬЮ ИСХОДНОГО УРАВНЕНИЯ И СОПРЯЖЕННОГО С НИМ УРАВНЕНИЯ В УКАЗАННЫХ УСЛОВИЯХ)

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Изучаются связи между различными свойствами уравнений, сопоставление их с соответствующими свойствами сопряженных уравнений. Выяснить, что означает корректная разрешимость сопряженного уравнения для исходного уравнения.

#### **Тема 6. Нормально разрешимые уравнения с конечномерным нуль-пространством**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

НОРМАЛЬНО РАЗРЕШИМЫЕ УРАВНЕНИЯ С КОНЕЧНОМЕРНЫМ НУЛЬ-ПРОСТРАНСТВОМ. (ДАЕТСЯ НЕОБХОДИМОЕ И ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ ТОГО, ЧТОБЫ УРАВНЕНИЕ С ЗАМКНУТЫМ ОПЕРАТОРОМ БЫЛО НОРМАЛЬНО РАЗРЕШИМЫМ И ОДНОРОДНОЕ ИМЕЛО КОНЕЧНОЕ ЧИСЛО ЛИНЕЙНО НЕЗАВИСИМЫХ РЕШЕНИЙ)

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Разработка критериев того, чтобы данный замкнутый линейный оператор в банаховом пространстве был нормально разрешимым и имел конечномерное ядро. Дается априорная оценка, необходимая и достаточная для того, чтобы линейный оператор был полунетеровым.

#### **Тема 7. Априорные оценки.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

АПРИОРНЫЕ ОЦЕНКИ. (УСТАНОВЛИВАЕТСЯ НЕОБХОДИМОЕ И ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ N-НОРМАЛЬНОСТИ ЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ)

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

АПРИОРНЫЕ ОЦЕНКИ. (УСТАНОВЛИВАЕТСЯ НЕОБХОДИМОЕ И ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ N-НОРМАЛЬНОСТИ ЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ)

#### **Тема 8. Уравнения с конечным дефектом.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

УРАВНЕНИЯ С КОНЕЧНЫМ ДЕФЕКТОМ. (ДОКАЗЫВАЕТСЯ, ЧТО СВОЙСТВА N-НОРМАЛЬНОСТИ И D-НОРМАЛЬНОСТИ СИММЕТРИЧНЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ПЕРЕХОДА К СОПРЯЖЕННОМУ УРАВНЕНИЮ)

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

УРАВНЕНИЯ С КОНЕЧНЫМ ДЕФЕКТОМ. (ДОКАЗЫВАЕТСЯ, ЧТО СВОЙСТВА N-НОРМАЛЬНОСТИ И D-НОРМАЛЬНОСТИ СИММЕТРИЧНЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ПЕРЕХОДА К СОПРЯЖЕННОМУ УРАВНЕНИЮ)

#### **Тема 9. Различные сопряженные уравнения.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

РАЗЛИЧНЫЕ СОПРЯЖЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Изучить связь между свойствами сопряженных уравнений в различных функциональных пространствах.

#### **Тема 10. Линейные преобразования уравнений.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

ЛИНЕЙНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ УРАВНЕНИЙ. (ИЗУЧАЕТСЯ СВЯЗЬ МЕЖДУ СВОЙСТВАМИ ИСХОДНОГО ЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ И ПОЛУЧЕННОГО ИЗ НЕГО ЛИНЕЙНЫМ ПРЕОБРАЗОВАНИЕМ)

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Понятие линейного преобразования уравнения и восстановление свойств исходного уравнения по соответствующим свойствам преобразованного.

### **Тема 11. Преобразование $D$ -нормальных уравнений.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ  $D$ -НОРМАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ. (УСТАНОВЛИВАЕТСЯ СВЯЗЬ МЕЖДУ ДЕФЕКТАМИ ЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ И УРАВНЕНИЯ, ПОЛУЧЕННОГО ИЗ НЕГО ЛИНЕЙНЫМ ПРЕОБРАЗОВАНИЕМ)

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Изучение линейных уравнений с конечномерным ядром и уравнений, получаемых из них линейным преобразованием, сравнение размерностей ядер этих уравнений.

### **Тема 12. Нётеровы уравнения, индекс.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

НЁТЕРОВЫ УРАВНЕНИЯ, ИНДЕКС. (ОСНОВНОЙ РЕЗУЛЬТАТ - ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНДЕКСА ДЛЯ ПРОИЗВЕДЕНИЯ ДВУХ ОПЕРАТОРОВ)

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Понятие  $\phi$ -оператора. Теорема Аткинсона о величине индекса для композиции двух линейных нетеровых операторов.

### **Тема 13. Уравнения с оператором, действующем в одном пространстве.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

УРАВНЕНИЯ С ОПЕРАТОРОМ, ДЕЙСТВУЮЩЕМ В ОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕ. (ДОКАЗЫВАЕТСЯ, ЧТО ИНДЕКС КАНОНИЧЕСКОГО ФРЕДГОЛЬМОВА ОПЕРАТОРА РАВЕН НУЛЮ)

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Изучение линейных операторов, действующих в одном пространстве и, в частности, канонических уравнений Фредгольма. Вычисление индекса фредгольмова уравнения.

### **Тема 14. Фредгольмовы уравнения. Регуляризация уравнений.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

ФРЕДГОЛЬМОВЫ УРАВНЕНИЯ. РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ УРАВНЕНИЙ. (УСТАНОВЛИВАЕТСЯ СВЯЗЬ МЕЖДУ СВОЙСТВАМИ  $N$ -НОРМАЛЬНОСТИ И  $D$ -НОРМАЛЬНОСТИ И СУЩЕСТВОВАНИЕМ ЛЕВОГО ИЛИ ПРАВОГО РЕГУЛЯРИЗАТОРА)

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Преобразование линейных уравнений путем линейной замены независимого переменного, соотношение между индексом исходного уравнения и преобразованного.

### **Тема 15. Линейная замена переменного**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

ЛИНЕЙНАЯ ЗАМЕНА ПЕРЕМЕННОГО. (УСТАНОВЛИВАЕТСЯ СВЯЗЬ МЕЖДУ ИНДЕКСАМИ ЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРОВ  $A$  И  $AC$ )

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Преобразование линейных уравнений путем линейной замены независимого переменного, соотношение между индексом исходного уравнения и преобразованного.

### **Тема 16. Устойчивость свойств уравнений.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

УСТОЙЧИВОСТЬ СВОЙСТВ УРАВНЕНИЙ. (ДОКАЗЫВАЕТСЯ, ЧТО СВОЙСТВА КОРРЕКТНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ, ВЕЗДЕ РАЗРЕШИМОСТИ,  $N$ -НОРМАЛЬНОСТИ,  $D$ -НОРМАЛЬНОСТИ УСТОЙЧИВЫ ПРИ МАЛЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ ЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРОВ)

### **Тема 17. Переопределенные уравнения**

### **Тема 18. Неопределенные уравнения.**

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

НЕОПРЕДЕЛЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ. (ВВОДИТСЯ ПОНЯТИЕ ОПРЕДЕЛЯЮЩЕГО УРАВНЕНИЯ И ИЗУЧАЕТСЯ ЕГО СВЯЗЬ С ИСХОДНЫМ ЛИНЕЙНЫМ УРАВНЕНИЕМ)



## Тема 19. Интегральные уравнения.

### *практическое занятие (1 часа(ов)):*

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ. (В КАЧЕСТВЕ ИЛЛЮСТРАЦИИ ИЗЛОЖЕННОЙ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ИЗУЧАЮТСЯ ЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, КАК ФРЕДГОЛЬМОВЫ, ТАК И СИНГУЛЯРНЫЕ)

## Тема 20. Дифференциальные уравнения.

### *практическое занятие (1 часа(ов)):*

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ. (В КАЧЕСТВЕ ИЛЛЮСТРАЦИИ ИЗЛОЖЕННОЙ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ИЗУЧАЮТСЯ ЛИНЕЙНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, КАК ОБЫКНОВЕННЫЕ, ТАК И В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ)

### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

| N   | Раздел Дисциплины  | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|-----|--|---------|-----------------|---------------------------------------|------------------------|---------------------------------------|
| 1.  | Тема 1. Линейные уравнения. Основные понятия                                   | 3       | 1               | подготовка к устному опросу           | 2                      | устный опрос                          |
| 2.  | Тема 2. Тема. Уравнения с замкнутым оператором                                 | 3       | 2               | подготовка к устному опросу           | 1                      | устный опрос                          |
| 3.  | Тема 3. Тема. Сопряженное уравнение  | 3       | 2               | подготовка к устному опросу           | 1                      | устный опрос                          |
| 4.  | Тема 4. Уравнение, сопряженное к факторизованному.                             | 3       | 3               | подготовка к устному опросу           | 1                      | устный опрос                          |
| 5.  | Тема 5. Уравнение с замкнутым оператором, имеющем плотную область определения. | 3       | 4               | подготовка к устному опросу           | 2                      | устный опрос                          |
| 6.  | Тема 6. Нормально разрешимые уравнения с конечномерным нуль-пространством      | 3       | 4               | подготовка к устному опросу           | 2                      | устный опрос                          |
| 7.  | Тема 7. Априорные оценки.  | 3       | 5               | подготовка к устному опросу           | 2                      | устный опрос                          |
| 8.  | Тема 8. Уравнения с конечным дефектом.   | 3       | 6               | подготовка к устному опросу           | 2                      | устный опрос                          |
| 9.  | Тема 9. Различные сопряженные уравнения.                                       | 3       | 7               | подготовка к устному опросу           | 2                      | устный опрос                          |
| 10. | Тема 10. Линейные преобразования уравнений.                                    | 3       | 8               | подготовка к письменной работе        | 1                      | письменная работа                     |

| N   | Раздел Дисциплины  | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|-----|--|---------|-----------------|---------------------------------------|------------------------|---------------------------------------|
| 11. | Тема 11. Преобразование d-нормальных уравнений.                    | 3       | 9               | подготовка к устному опросу           | 2                      | устный опрос                          |
| 12. | Тема 12. Нётеровы уравнения, индекс.                               | 3       | 10              | подготовка к устному опросу           | 2                      | устный опрос                          |
| 13. | Тема 13. Уравнения с оператором, действующем в одном пространстве. | 3       | 11              | подготовка к устному опросу           | 2                      | устный опрос                          |
| 14. | Тема 14. Фредгольмовы уравнения. Регуляризация уравнений.          | 3       | 12              | подготовка к устному опросу           | 2                      | устный опрос                          |
| 15. | Тема 15. Линейная замена переменного                               | 3       | 13              | подготовка к устному опросу           | 2                      | устный опрос                          |
| 16. | Тема 16. Устойчивость свойств уравнений.                           | 3       | 14              | подготовка к устному опросу           | 2                      | устный опрос                          |
| 17. | Тема 17. Переопределенные уравнения                                | 3       | 15              | подготовка к устному опросу           | 2                      | устный опрос                          |
| 18. | Тема 18. Неопределенные уравнения.                                 | 3       | 16              | подготовка к устному опросу           | 2                      | устный опрос                          |
| 19. | Тема 19. Интегральные уравнения.                                   | 3       | 17              | подготовка к устному опросу           | 2                      | устный опрос                          |
| 20. | Тема 20. Дифференциальные уравнения.                               | 3       | 18              | подготовка к письменной работе        | 2                      | письменная работа                     |
|     | Итого  |         |                 |                                       | 36                     |                                       |

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

активные и интерактивные формы.

Чтение лекций и проведение семинарских занятий.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Линейные уравнения. Основные понятия

устный опрос , примерные вопросы:

Линейные уравнения. Основные понятия. Некоторые сведения из линейного функционального анализа.

### Тема 2. Тема. Уравнения с замкнутым оператором

устный опрос , примерные вопросы:

УРАВНЕНИЯ С ЗАМКНУТЫМ ОПЕРАТОРОМ. (ПОНЯТИЕ ЗАМКНУТОГО ОПЕРАТОРА, УСЛОВИЯ ЕГО КОРРЕКТНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ, ОДНОЗНАЧНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ, ВЕЗДЕ РАЗРЕШИМОСТИ, ПЛОТНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ)

### **Тема 3. Тема. Сопряженное уравнение**

устный опрос , примерные вопросы:

СОПРЯЖЕННОЕ УРАВНЕНИЕ. (УСТАНОВЛИВАЕТСЯ СВЯЗЬ МЕЖДУ ТОЙ ИЛИ ИНОЙ РАЗРЕШИМОСТЬЮ ИСХОДНОГО УРАВНЕНИЯ И СОПРЯЖЕННОГО С НИМ УРАВНЕНИЯ)

### **Тема 4. Уравнение, сопряженное к факторизованному.**

устный опрос , примерные вопросы:

УРАВНЕНИЕ, СОПРЯЖЕННОЕ К ФАКТОРИЗОВАННОМУ. СВЯЗЬ МЕЖДУ КОРРЕКТНОЙ РАЗРЕШИМОСТЬЮ ФАКТОРИЗОВАННОГО УРАВНЕНИЯ И НОРМАЛЬНОЙ РАЗРЕШИМОСТЬЮ СОПРЯЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ

### **Тема 5. Уравнение с замкнутым оператором, имеющем плотную область определения.**

устный опрос , примерные вопросы:

УРАВНЕНИЕ С ЗАМКНУТЫМ ОПЕРАТОРОМ, ИМЕЮЩЕМ ПЛОТНУЮ ОБЛАСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ. (УСТАНОВЛИВАЕТСЯ СВЯЗЬ МЕЖДУ ТОЙ ИЛИ ИНОЙ РАЗРЕШИМОСТЬЮ ИСХОДНОГО УРАВНЕНИЯ И СОПРЯЖЕННОГО С НИМ УРАВНЕНИЯ В УКАЗАННЫХ УСЛОВИЯХ)

### **Тема 6. Нормально разрешимые уравнения с конечномерным нуль-пространством**

устный опрос , примерные вопросы:

НОРМАЛЬНО РАЗРЕШИМЫЕ УРАВНЕНИЯ С КОНЕЧНОМЕРНЫМ НУЛЬ-ПРОСТРАНСТВОМ. (ДАЕТСЯ НЕОБХОДИМОЕ И ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ ТОГО, ЧТОБЫ УРАВНЕНИЕ С ЗАМКНУТЫМ ОПЕРАТОРОМ БЫЛО НОРМАЛЬНО РАЗРЕШИМЫМ И ОДНОРОДНОЕ ИМЕЛО КОНЕЧНОЕ ЧИСЛО ЛИНЕЙНО НЕЗАВИСИМЫХ РЕШЕНИЙ)

### **Тема 7. Априорные оценки.**

устный опрос , примерные вопросы:

АПРИОРНЫЕ ОЦЕНКИ. (УСТАНОВЛИВАЕТСЯ НЕОБХОДИМОЕ И ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ N-НОРМАЛЬНОСТИ ЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ)

### **Тема 8. Уравнения с конечным дефектом.**

устный опрос , примерные вопросы:

УРАВНЕНИЯ С КОНЕЧНЫМ ДЕФЕКТОМ. (ДОКАЗЫВАЕТСЯ, ЧТО СВОЙСТВА N-НОРМАЛЬНОСТИ И D-НОРМАЛЬНОСТИ СИММЕТРИЧНЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ПЕРЕХОДА К СОПРЯЖЕННОМУ УРАВНЕНИЮ)

### **Тема 9. Различные сопряженные уравнения.**

устный опрос , примерные вопросы:

РАЗЛИЧНЫЕ СОПРЯЖЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ.

### **Тема 10. Линейные преобразования уравнений.**

письменная работа , примерные вопросы:

Линейные преобразования уравнений.

### **Тема 11. Преобразование d-нормальных уравнений.**

устный опрос , примерные вопросы:

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ D-НОРМАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ. (УСТАНОВЛИВАЕТСЯ СВЯЗЬ МЕЖДУ ДЕФЕКТАМИ ЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ И УРАВНЕНИЯ, ПОЛУЧЕННОГО ИЗ НЕГО ЛИНЕЙНЫМ ПРЕОБРАЗОВАНИЕМ)

### **Тема 12. Нётеровы уравнения, индекс.**

устный опрос , примерные вопросы:

НЁТЕРОВЫ УРАВНЕНИЯ, ИНДЕКС. (ОСНОВНОЙ РЕЗУЛЬТАТ ? ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНДЕКСА ДЛЯ ПРОИЗВЕДЕНИЯ ДВУХ ОПЕРАТОРОВ)

### **Тема 13. Уравнения с оператором, действующем в одном пространстве.**

устный опрос , примерные вопросы:

УРАВНЕНИЯ С ОПЕРАТОРОМ, ДЕЙСТВУЮЩЕМ В ОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕ. (ДОКАЗЫВАЕТСЯ, ЧТО ИНДЕКС КАНОНИЧЕСКОГО ФРЕДГОЛЬМОВА ОПЕРАТОРА РАВЕН НУЛЮ)

**Тема 14. Фредгольмовы уравнения. Регуляризация уравнений.**

устный опрос , примерные вопросы:

ФРЕДГОЛЬМОВЫ УРАВНЕНИЯ. РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ УРАВНЕНИЙ. (УСТАНОВЛИВАЕТСЯ СВЯЗЬ МЕЖДУ СВОЙСТВАМИ N-НОРМАЛЬНОСТИ И D-НОРМАЛЬНОСТИ И СУЩЕСТВОВАНИЕМ ЛЕВОГО ИЛИ ПРАВОГО РЕГУЛЯРИЗАТОРА)

**Тема 15. Линейная замена переменного**

устный опрос , примерные вопросы:

ЛИНЕЙНАЯ ЗАМЕНА ПЕРЕМЕННОГО. (УСТАНОВЛИВАЕТСЯ СВЯЗЬ МЕЖДУ ИНДЕКСАМИ ЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРОВ А И АС)

**Тема 16. Устойчивость свойств уравнений.**

устный опрос , примерные вопросы:

УСТОЙЧИВОСТЬ СВОЙСТВ УРАВНЕНИЙ. (ДОКАЗЫВАЕТСЯ, ЧТО СВОЙСТВА КОРРЕКТНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ, ВЕЗДЕ РАЗРЕШИМОСТИ, N-НОРМАЛЬНОСТИ, D-НОРМАЛЬНОСТИ УСТОЙЧИВЫ ПРИ МАЛЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ ЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРОВ)

**Тема 17. Переопределенные уравнения**

устный опрос , примерные вопросы:

ПЕРЕОПРЕДЕЛЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ. (ПОЛУЧЕНЫ КРИТЕРИИ ПЛОТНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ, ВЕЗДЕ РАЗРЕШИМОСТИ, КОРРЕКТНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ПЕРЕОПРЕДЕЛЕННЫХ УРАВНЕНИЙ)

**Тема 18. Неопределенные уравнения.**

устный опрос , примерные вопросы:

НЕОПРЕДЕЛЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ. (ВВОДИТСЯ ПОНЯТИЕ ОПРЕДЕЛЯЮЩЕГО УРАВНЕНИЯ И ИЗУЧАЕТСЯ ЕГО СВЯЗЬ С ИСХОДНЫМ ЛИНЕЙНЫМ УРАВНЕНИЕМ)

**Тема 19. Интегральные уравнения.**

устный опрос , примерные вопросы:

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ. (В КАЧЕСТВЕ ИЛЛЮСТРАЦИИ ИЗЛОЖЕННОЙ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ИЗУЧАЮТСЯ ЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, КАК ФРЕДГОЛЬМОВЫ, ТАК И СИНГУЛЯРНЫЕ)

**Тема 20. Дифференциальные уравнения.**

письменная работа , примерные вопросы:

Обыкновенные дифференциальные уравнения . Дифференциальные уравнения с частными производными.

**Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

В течение семестра студенты делают доклады на семинарах по темам, перечисленным в приведенной программе.

Вопросы выносимые на экзамен:

Тема: Линейные уравнения. Основные понятия

1. Что означает корректная разрешимость оператора?
2. Что означает плотная разрешимость оператора?
3. Что означает нормальная разрешимость оператора?

Тема: Уравнения с замкнутым оператором.

1. Что означает замкнутость оператора?
2. Как соотносятся понятия замкнутости и непрерывности линейного оператора?
3. Каково условие корректной разрешимости замкнутого оператора?

Тема: Сопряженное уравнение.

1. Дать определение сопряженного оператора.
2. Показать, что плотная разрешимость уравнения с замкнутым оператором равносильна однозначной разрешимости сопряженного уравнения.

Тема: Уравнение с замкнутым оператором  $A$ , имеющим плотную область определения.

1. Доказать, что из замкнутой разрешимости оператора  $A^*$  следует нормальная разрешимость  $A$ .
2. Доказать, что для того, чтобы оператор  $A$  был везде разрешим, необходимо и достаточно, чтобы оператор  $A^*$  был корректно разрешим.

Тема: Нормально разрешимые уравнения с конечномерным нуль-пространством.

1. Дать необходимое и достаточное условие  $n$ -нормальности замкнутого оператора.

Тема: Априорные оценки.

2. 1. Дать необходимое и достаточное условие (априорную оценку)  $n$ -нормальности замкнутого оператора.

Тема: Уравнения с конечным дефектом.

1. Дать определение дефекта подпространства.
2. Доказать, что для замкнутого оператора  $A$  с плотной областью определения  $d$ - нормальность оператора  $A$  эквивалентна  $n$ -нормальности оператора  $A^*$ .

### 7.1. Основная литература:

Функциональный анализ, Сидоров, Анатолий Михайлович, 2010г.

Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Элементы теории поля, Широкова, Елена Александровна, 2010г.

1. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. "Лань" Издательство: 978-5-8114-0976-1 ISBN: 2009 Год: 2-е изд., стер. Издание: 272 стр. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=245](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=245)
2. Гуревич А. П. Корнев В. В. Хромов А. П. Сборник задач по функциональному анализу. "Лань" Издательство: 978-5-8114-1274-7 ISBN: 2012 Год: 2-е, испр. Издание: 192 стр. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=3175](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=3175)
3. Горлач Б.А. Математический анализ. "Лань" Издательство: 978-5-8114-1428-4 ISBN: 2013 Год: 1-е изд. Издание: 608 стр. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=4863](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=4863)

### 7.2. Дополнительная литература:

Функциональный анализ и вычислительная математика, Лебедев, Вячеслав Иванович, 2005г.

Функциональный анализ, Канторович, Леонид Витальевич; Акилов, Глеб Павлович, 2004г.

1. Сикорский Ю.С. Элементы теории эллиптических функций. С приложениями к механике. КомКнига. 2011. 368 стр.
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учебник. В 3-х тт. Том 1 "Лань" Издательство: 978-5-8114-0672-5 ISBN: 2009 Год: 608 стр. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=407](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=407)
3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учебник. В 3-х тт. Том 2 "Лань" Издательство: 978-5-8114-0672-2 ISBN: 2009 Год: 800 стр. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=408](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=408)

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Васильева А.Б. Тихонов Н.А. Интегральные уравнения. 978-5-8114-0911-2 ISBN: 2009 Год: 3-е изд., стер. Издание: 160 стр. - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=42](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=42)

Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. -

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=322](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=322)

Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учебник. В 3-х тт. Том 1 Издательство: 978-5-8114-0672-5 ISBN: 2009 Год: 9-е, стер. Издание: 608 стр. -

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=407](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=407)

Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учебник. В 3-х тт. Том 2 - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=408](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=408)

Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учебник. В 3-х тт. Том 3 Издательство: 978-5-8114-0672-2 ISBN: 2009 Год: 9-е, стер. Издание: 656 стр. -

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=409](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=409)

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Линейные уравнения в банаховых пространствах" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.68 "Математика" и магистерской программе Уравнения в частных производных .



Автор(ы):

Бикчантаев И.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Авхадиев Ф.Г. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.