

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины
Современные проблемы вычислительной математики М1.В.3

Направление подготовки: 010400.68 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Даутов Р.З.

Рецензент(ы):

Миссаров М.Д.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Задворнов О. А.

Протокол заседания кафедры № ____ от "____" ____ 201 ____ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК № ____ от "____" ____ 201 ____ г

Регистрационный № 974014

Казань
2014

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (доцент) Даутов Р.З. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики , Rafail.Dautov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Рассматриваются современные численные методы решения основных задач линейной алгебры с разреженными матрицами большой размерности, а также методы решения краевых задач для стационарных и нестационарных многомерных дифференциальных уравнений

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " М1.В.3 Общенаучный" основной образовательной программы 010400.68 Прикладная математика и информатика и относится к вариативной части. Осваивается на 1 курсе, 1 семестр.

"Современные проблемы вычислительной математики" входит в состав общенаучных дисциплин. Читается на 1 курсе, 1 семестр

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-1 (общекультурные компетенции)	способность понимать и анализировать мировоззренческие, социально и личностно значимые философские проблемы
ОК-1 (общекультурные компетенции)	способность понимать и анализировать мировоззренческие, социально и личностно значимые философские проблемы
ОК-2 (общекультурные компетенции)	способность совершенствовать и развивать свой интеллектуальный и общекультурный уровень, добиваться нравственного и физического совершенствования своей личности
ОК-2 (общекультурные компетенции)	способность совершенствовать и развивать свой интеллектуальный и общекультурный уровень, добиваться нравственного и физического совершенствования своей личности
ОК-3 (общекультурные компетенции)	способность к самостоятельному обучению новым методам исследования, к изменению научного и научно-производственного профиля своей профессиональной деятельности
ОК-3 (общекультурные компетенции)	способность к самостоятельному обучению новым методам исследования, к изменению научного и научно-производственного профиля своей профессиональной деятельности
ОК-4 (общекультурные компетенции)	способность свободно пользоваться русским и иностранным языками как средством делового общения
ОК-4 (общекультурные компетенции)	способность свободно пользоваться русским и иностранным языками как средством делового общения

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

круг прикладных задач, требующих решения задач линейной алгебры с разреженными матрицами большой размерности и многомерных дифференциальных уравнений

2. должен уметь:

ориентироваться в основных проблемах, связанных с программной реализацией численных методов на ЭВМ

3. должен владеть:

теоретическими знаниями о наиболее употребительных методах численного решения основных задач линейной алгебры и теории дифференциальных уравнений.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять полученные знания в своей дальнейшей профессиональной деятельности.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 1 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Метод математического моделирования. Технологическая цепочка построения, исследования и применения математических моделей. Роль современных численных методов.	1	1	1	0	0	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Основные задачи линейной алгебры: системы линейных алгебраических уравнений и задачи на собственные значения. Задачи с разреженными матрицами. Примеры приложений-источников больших и сверхбольших разреженных матриц: задачи о гидравлических и электрических сетях, многомерные дифференциальные уравнения с частными производными.	1	2	0	1	0	домашнее задание
3.	Тема 3. Основные свойства СЛАУ. Метод Гаусса. Факторизация матриц: схемы LU, LDL разложения матриц и их варианты.	1	3	1	1	0	домашнее задание
4.	Тема 4. Понятие о технологии разреженных матриц: диагональная, профильная, связные схемы разреженного хранения. Упорядоченные и неупорядоченные разреженные строчные и столбцевые форматы. Реализация схемы хранения и операций в системе MatLab.	1	4	1	0	0	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
5.	Тема 5. Алгоритмические аспекты реализации методов решения СЛАУ на ЭВМ. Понятие о перенумерации неизвестных: алгоритмы Катхилла-Макки, минимальной степени, параллельных сечений. Демонстрация реализации объекта sparse в системе MatLab на конкретных примерах.	1	5	0	1	0	контрольная работа домашнее задание
6.	Тема 6. Итерационные методы решения СЛАУ с большими разреженными матрицами. Двухслойные и трехслойные методы. Оптимизация двухслойных методов для симметричных матриц.	1	6	2	0	0	домашнее задание
7.	Тема 7. Вариационные методы наискорейшего спуска и сопряженных градиентов. Сходимость МНС. Методы с предобуславливанием. Построение матриц предобуславливания на основе неполных LU и LDL разложений.	1	7-8	2	2	0	домашнее задание
8.	Тема 8. Задача на собственные значения матриц. Свойства решений. Обобщенная проблема. Редукция к задаче для 3-х диагональной матрицы в случае заполненных симметричных матриц методом отражения.	1	9-10	0	2	0	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
9.	Тема 9. Частичная и полная проблема на собственные значения. Степенной метод, метод бисекции и понятие о QL алгоритме.	1	10-11	2	2	0	домашнее задание
10.	Тема 10. Метод Ланцюша решения частичной задачи с большими разреженными матрицами.	1	12	2	0	0	домашнее задание
11.	Тема 11. Двумерные и трехмерные краевые задачи эллиптического типа. Нестационарные задачи. Понятия о сильном и слабом решении. Сеточные методы их приближенного определения. Сложность возникающих задач. Понятие о нелинейных задачах и системах на примере уравнений Навье-Стокса.	1	13	0	2	0	домашнее задание
12.	Тема 12. Определение метода конечных элементов на примере двумерных эллиптических уравнений второго порядка. Простейшие треугольные элементы. Структура разреженности матрицы МКЭ и ее свойства.	1	14-15	2	0	0	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
13.	Тема 13. Алгоритмические аспекты МКЭ: алгоритмы триангуляции области, алгоритмы формирования глобальной и локальной матрицы. Схемы на основе элементов высокого порядка.	1	16	0	2	0	контрольная работа домашнее задание
14.	Тема 14. МКЭ для уравнений параболического типа. Формирование задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Понятие о явных и неявных методах их решения на примере метода Эйлера.	1	17	2	0	0	домашнее задание
15.	Тема 15. Основные этапы и вопросы, возникающие при автоматизации решения краевых задач для стационарных и нестационарных задач на ЭВМ. Демонстрация системы pdetool в Matlab.	1	18	0	2	0	домашнее задание
.	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	зачет
	Итого			15	15	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Метод математического моделирования. Технологическая цепочка построения, исследования и применения математических моделей. Роль современных численных методов.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

О методе математического моделирования. Основные этапы построения, исследования и применения математических моделей. Иерархия моделей. О роли ЭВМ и современных численных методов.

Тема 2. Основные задачи линейной алгебры: системы линейных алгебраических уравнений и задачи на собственные значения. Задачи с разреженными матрицами. Примеры приложений-источников больших и сверхбольших разреженных матриц: задачи о гидравлических и электрических сетях, многомерные дифференциальные уравнения с частными производными.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Классификация задач линейной алгебры. Системы линейных алгебраических уравнений и задачи на собственные значения. Понятие о разреженных матрицах. Примеры задач, приводящих к системам уравнений с большими и сверхбольшими разреженными матрицами: задачи о гидравлических и электрических сетях, приближенное решение многомерных дифференциальных уравнений с частными производными. Вывод соответствующих систем линейных уравнений.

Тема 3. Основные свойства СЛАУ. Метод Гаусса. Факторизация матриц: схемы LU, LDL разложения матриц и их варианты.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

О разрешимости систем линейных алгебраических уравнений. Достаточные условия. Свойства матриц. О прямых и итерационных методах решения. Метод Гаусса. Компактные схемы факторизации матриц: LU, LDL разложения матриц и их варианты.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Программная реализация прямых методов. Алгоритмизация и программирование метода Гаусса и его вариантов: LU, LDL разложений.

Тема 4. Понятие о технологии разреженных матриц: диагональная, профильная, связные схемы разреженного хранения. Упорядоченные и неупорядоченные разреженные строчные и столбцевые форматы. Реализация схемы хранения и операций в системе MatLab.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Хранение полных и разреженных матриц в ЭВМ. О различных формах хранения разреженных матриц: диагональная, профильная, связные схемы разреженного хранения. Упорядоченные и неупорядоченные разреженные строчные и столбцевые форматы хранения. Реализация схемы хранения и основных арифметических операций над матрицами в системе MatLab. Понятие о технологии разреженных матриц.

Тема 5. Алгоритмические аспекты реализации методов решения СЛАУ на ЭВМ. Понятие о перенумерации неизвестных: алгоритмы Катхилла-Макки, минимальной степени, параллельных сечений. Демонстрация реализации объекта sparse в системе MatLab на конкретных примерах.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Работа с разреженными матрицами в MatLab. Объект sparse. Демонстрация реализации объекта sparse в системе MatLab на конкретных примерах. Алгоритмические аспекты реализации методов решения СЛАУ на ЭВМ. Понятие о перенумерации неизвестных: алгоритмы Катхилла-Макки, минимальной степени, параллельных сечений. Изучение эффективности алгоритмов перенумерации на конкретных примерах.

Тема 6. Итерационные методы решения СЛАУ с большими разреженными матрицами. Двухслойные и трехслойные методы. Оптимизация двухслойных методов для симметричных матриц.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Основные понятия теории итерационных методов: нормы векторов и матриц, сходимость, эффективность. О специфике решения СЛАУ с большими разреженными матрицами. Двухслойные и трехслойные методы. Стационарные двухслойные методы. Оптимизация двухслойных методов для симметричных матриц.

Тема 7. Вариационные методы наискорейшего спуска и сопряженных градиентов. Сходимость МНС. Методы с предобуславливанием. Построение матриц предобуславливания на основе неполных LU и LDL разложений.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Вариационные методы наискорейшего спуска и сопряженных градиентов. Сходимость МНС. Методы с предобуславливанием. Построение матриц предобуславливания на основе неполных LU и LDL разложений.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Эквивалентные формулировки СЛАУ в виде задачи безусловной оптимизации. Методы наискорейшего спуска. Вывод формул, доказательство сходимости. Понятие и расчетные формулы метода сопряженных градиентов. Методы с предобуславливанием. Построение матриц предобуславливания на основе неполных LU и LDL разложений.

Тема 8. Задача на собственные значения матриц. Свойства решений. Обобщенная проблема. Редукция к задаче для 3-х диагональной матрицы в случае заполненных симметричных матриц методом отражения.

практическое занятие (2 часа(ов)):

О задача на собственные значения матриц. Частичная и полная проблема. Обобщенная проблема на собственные значения. Редукция к задаче для 3-х диагональной матрицы в случае заполненных симметричных матриц методом отражения. Решение задач на собственные значения полных и разреженных матриц в MatLab.

Тема 9. Частичная и полная проблема на собственные значения. Степенной метод, метод бисекции и понятие о QL алгоритме.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Степенной метод решения частичной проблемы на собственные значения. Доказательство сходимости.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Решение полной проблемы на собственные значения в MatLab для заполненной матрицы на тестовых примерах матриц. Решение частичной проблемы на собственные значения в MatLab для разреженной матрицы на тестовых примерах матриц.

Тема 10. Метод Ланцоша решения частичной задачи с большими разреженными матрицами.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Подобные и конгруэнтные преобразования матриц. Метод бисекции. QL алгоритм. О программной реализации QL алгоритма для симметричных матриц.

Тема 11. Двумерные и трехмерные краевые задачи эллиптического типа.

Нестационарные задачи. Понятия о сильном и слабом решении. Сеточные методы их приближенного определения. Сложность возникающих задач. Понятие о нелинейных задачах и системах на примере уравнений Навье-Стокса.

практическое занятие (2 часа(ов)):

О краевых задачах эллиптического типа в двумерных и трехмерных. Модельная задача: задача Дирихле для уравнение Пуассона. Соответствующие нестационарные задачи. Дискретизация модельной задачи конечно-разностным методом. Понятие о решении нелинейных задачах и системах на примере уравнений Навье-Стокса. О программе pdetool в MatLab. Решение модельной задачи в двумерной области.

Тема 12. Определение метода конечных элементов на примере двумерных эллиптических уравнений второго порядка. Простейшие треугольные элементы.

Структура разреженности матрицы МКЭ и ее свойства.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Решение методом конечных элементов модельной задачи Дирихле для уравнение Пуассона в двумерной области с использованием простейших треугольных элементов. Автоматизация формирования системы уравнений. Зависимость структуры разреженности матрицы МКЭ от нумерации сетки узлов.

Тема 13. Алгоритмические аспекты МКЭ: алгоритмы триангуляции области, алгоритмы формирования глобальной и локальной матрицы. Схемы на основе элементов высокого порядка.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Изучение алгоритмических аспектов МКЭ с использованием функции pdetool в MatLab: задание области, построение триангуляции области, решение задачи и ее графическое представление. Решение конкретных краевых задач.

Тема 14. МКЭ для уравнений параболического типа. Формирование задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Понятие о явных и неявных методах их решения на примере метода Эйлера.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Построение схем МКЭ для уравнений параболического типа. Формирование задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Понятие о явных и неявных методах их решения на примере метода Эйлера.

Тема 15. Основные этапы и вопросы, возникающие при автоматизации решения краевых задач для стационарных и нестационарных задач на ЭВМ. Демонстрация системы pdetool в MatLab.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Изучение алгоритмических аспектов МКЭ решения нестационарных задач с использованием функции pdetool в MatLab: задание области, построение триангуляции области, решение задачи и ее графическое представление. Решение конкретных начально-краевых задач.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Метод математического моделирования. Технологическая цепочка построения, исследования и применения математических моделей. Роль современных численных методов.	1	1	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
2.	Тема 2. Основные задачи линейной алгебры: системы линейных алгебраических уравнений и задачи на собственные значения. Задачи с разреженными матрицами. Примеры приложений-источников больших и сверхбольших разреженных матриц: задачи о гидравлических и электрических сетях, многомерные дифференциальные уравнения с частными производными.	1	2	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Основные свойства СЛАУ. Метод Гаусса. Факторизация матриц: схемы LU, LDL разложения матриц и их варианты.	1	3	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
4.	Тема 4. Понятие о технологии разреженных матриц: диагональная, профильная, связные схемы разреженного хранения. Упорядоченные и неупорядоченные разреженные строчные и столбцевые форматы. Реализация схемы хранения и операций в системе MatLab.	1	4	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
5.	Тема 5. Алгоритмические аспекты реализации методов решения СЛАУ на ЭВМ. Понятие о перенумерации неизвестных: алгоритмы Катхилла-Макки, минимальной степени, параллельных сечений. Демонстрация реализации объекта sparse в системе MatLab на конкретных примерах.	1	5	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
6.	Тема 6. Итерационные методы решения СЛАУ с большими разреженными матрицами. Двухслойные и трехслойные методы. Оптимизация двухслойных методов для симметричных матриц.	1	6	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
7.	Тема 7. Вариационные методы наискорейшего спуска и сопряженных градиентов. Сходимость МНС. Методы с предобуславливанием. Построение матриц предобуславливания на основе неполных LU и LDL разложений.	1	7-8	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
8.	Тема 8. Задача на собственные значения матриц. Свойства решений. Обобщенная проблема. Редукция к задаче для 3-х диагональной матрицы в случае заполненных симметричных матриц методом отражения.	1	9-10	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
9.	Тема 9. Частичная и полная проблема на собственные значения. Степенной метод, метод бисекции и понятие о QL алгоритме.	1	10-11	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
10.	Тема 10. Метод Ланцюша решения частичной задачи с большими разреженными матрицами.	1	12	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
11.	Тема 11. Двумерные и трехмерные краевые задачи эллиптического типа. Нестационарные задачи. Понятия о сильном и слабом решении. Сеточные методы их приближенного определения. Сложность возникающих задач. Понятие о нелинейных задачах и системах на примере уравнений Навье-Стокса.	1	13	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
12.	Тема 12. Определение метода конечных элементов на примере двумерных эллиптических уравнений второго порядка. Простейшие треугольные элементы. Структура разреженности матрицы МКЭ и ее свойства.	1	14-15	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
13.	Тема 13. Алгоритмические аспекты МКЭ: алгоритмы триангуляции области, алгоритмы формирования глобальной и локальной матрицы. Схемы на основе элементов высокого порядка.	1	16	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
14.	Тема 14. МКЭ для уравнений параболического типа. Формирование задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Понятие о явных и неявных методах их решения на примере метода Эйлера.	1	17	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
15.	Тема 15. Основные этапы и вопросы, возникающие при автоматизации решения краевых задач для стационарных и нестационарных задач на ЭВМ. Демонстрация системы pdetool в Matlab.	1	18	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
	Итого				78	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных и лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель-формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи зачета минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к зачету. При подготовке к сдаче зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к зачету, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда будет резерв времени.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Метод математического моделирования. Технологическая цепочка построения, исследования и применения математических моделей. Роль современных численных методов.

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по изучаемой теме. Обсуждение. Решение задач.

Тема 2. Основные задачи линейной алгебры: системы линейных алгебраических уравнений и задачи на собственные значения. Задачи с разреженными матрицами. Примеры приложений-источников больших и сверхбольших разреженных матриц: задачи о гидравлических и электрических сетях, многомерные дифференциальные уравнения с частными производными.

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по изучаемой теме. Обсуждение. Решение задач.

Тема 3. Основные свойства СЛАУ. Метод Гаусса. Факторизация матриц: схемы LU, LDL разложения матриц и их варианты.

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по изучаемой теме. Обсуждение. Решение задач.

Тема 4. Понятие о технологии разреженных матриц: диагональная, профильная, связные схемы разреженного хранения. Упорядоченные и неупорядоченные разреженные строчные и столбцевые форматы. Реализация схемы хранения и операций в системе MatLab.

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по изучаемой теме. Обсуждение. Решение задач.

Тема 5. Алгоритмические аспекты реализации методов решения СЛАУ на ЭВМ. Понятие о перенумерации неизвестных: алгоритмы Катхилла-Макки, минимальной степени, параллельных сечений. Демонстрация реализации объекта sparse в системе MatLab на конкретных примерах.

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по изучаемой теме. Обсуждение. Решение задач.

контрольная работа , примерные вопросы:

Для аналитически заданной разреженной матрицы необходимо: 1) написать программу ее формирования в MatLab; 2) написать программы перенумерации неизвестных и треугольного разложения; 3) написать программу решения системы уравнений с единичной правой частью.

Тема 6. Итерационные методы решения СЛАУ с большими разреженными матрицами. Двухслойные и трехслойные методы. Оптимизация двухслойных методов для симметричных матриц.

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по изучаемой теме. Обсуждение. Решение задач.

Тема 7. Вариационные методы наискорейшего спуска и сопряженных градиентов. Сходимость МНС. Методы с предобуславливанием. Построение матриц предобуславливания на основе неполных LU и LDL разложений.

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по изучаемой теме. Обсуждение. Решение задач.

Тема 8. Задача на собственные значения матриц. Свойства решений. Обобщенная проблема. Редукция к задаче для 3-х диагональной матрицы в случае заполненных симметричных матриц методом отражения.

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по изучаемой теме. Обсуждение. Решение задач.

Тема 9. Частичная и полная проблема на собственные значения. Степенной метод, метод бисекции и понятие о QL алгоритме.

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по изучаемой теме. Обсуждение. Решение задач.

Тема 10. Метод Ланцоша решения частичной задачи с большими разреженными матрицами.

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по изучаемой теме. Обсуждение. Решение задач.

Тема 11. Двумерные и трехмерные краевые задачи эллиптического типа.

Нестационарные задачи. Понятия о сильном и слабом решении. Сеточные методы их приближенного определения. Сложность возникающих задач. Понятие о нелинейных задачах и системах на примере уравнений Навье-Стокса.

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по изучаемой теме. Обсуждение. Решение задач.

Тема 12. Определение метода конечных элементов на примере двумерных эллиптических уравнений второго порядка. Простейшие треугольные элементы. Структура разреженности матрицы МКЭ и ее свойства.

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по изучаемой теме. Обсуждение. Решение задач.

Тема 13. Алгоритмические аспекты МКЭ: алгоритмы триангуляции области, алгоритмы формирования глобальной и локальной матрицы. Схемы на основе элементов высокого порядка.

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по изучаемой теме. Обсуждение. Решение задач.

контрольная работа , примерные вопросы:

Для заданной модельной краевой задачи для эллиптического уравнения второго порядка получить ее решение, используя систему MatLab. Определить погрешность решения.

Тема 14. МКЭ для уравнений параболического типа. Формирование задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Понятие о явных и неявных методах их решения на примере метода Эйлера.

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по изучаемой теме. Обсуждение. Решение задач.

Тема 15. Основные этапы и вопросы, возникающие при автоматизации решения краевых задач для стационарных и нестационарных задач на ЭВМ. Демонстрация системы pdetool в Matlab.

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по изучаемой теме. Обсуждение. Решение задач.

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

По данной дисциплине предусмотрено проведение зачета. Примерные вопросы для зачета - Приложение1.

Вопросы к зачету

1. Системы линейных алгебраических уравнений. Разрешимость задачи.
2. Системы с разреженными матрицами. Способы хранения разреженных матриц. Понятие о технологии разреженных матриц.
3. Источники больших и сверхбольших разреженных систем уравнений.
4. Метод Гаусса. Матричная формулировка метода. Сложность метода.
5. Прямое LU - разложение матрицы.
6. Прямое LDL' - разложение симметричной матрицы. Метод Холецкого.
7. Матрица отражения и его свойства. Метод отражения.
8. Нормы векторов и матриц.
9. Каноническая форма двухслойного итерационного метода. Матрица перехода. Достаточное условие сходимости.
10. Выбор оптимального итерационного параметра.
11. Эквивалентность решения СЛАУ задаче минимизации.
12. Метод наискорейшего спуска. Сходимость.
13. Степенной метод для задачи на собственные значения. Сходимость метода.
14. Метод обратной итерации со сдвигом. Сходимость метода.
15. Определение краевой задачи для эллиптического уравнения второго порядка. Первая краевая задача для уравнения Пуассона.
16. Разностная схема для первой краевой задачи для уравнения Пуассона. Матричная формулировка.
17. Определение краевой задачи для параболического уравнения второго порядка. Первая краевая задача для уравнения теплопроводности.
18. Явная и неявная разностная схема для первой краевой задачи для уравнения теплопроводности. Матричная формулировка методов.
19. Определение МКЭ на примере первой краевой задачи для двумерного уравнения Пуассона и линейных треугольных элементов.
20. Алгоритм сборки системы алгебраических уравнений МКЭ.

7.1. Основная литература:

1.Бахвалов Н.С. Жидков Н.П. Кобельков Г.М.

Численные методы/. - М.: Бином. Лаборатория знаний ,2012-636с. - Режим доступа:

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=43972.Бахвалов

2.Н.С.,Лапин А.В.,Чижонков Е.В. Численные методы. - М.: Изд-во Бином. Лаборатория знаний, 2010. - 240с.

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4399

3.Демидович Б.П. Марон И.А.Основы вычислительной математики. - СПб: Лань, 2011-672с.

<http://e.lanbook.com/view/book/2025/>

4.Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. - СПб: Лань ,2009-608с. - Режим доступа:
<http://e.lanbook.com/view/book/255/>

7.2. Дополнительная литература:

- 1.Вычислительная математика и структура алгоритмов : 10 лекций о том, почему трудно решать задачи на вычислительных системах параллельной архитектуры и что надо знать дополнительно, чтобы успешно преодолевать эти трудности : учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям ВПО 010400 "Прикладная математика и информатика" и 010300 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" / В. В. Воеводин ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова .? 2-е изд., стер. ? Москва: Изд-во Московского университета, 2010 .? 166 с. : ил. ; 21 см .? (Серия Суперкомпьютерное образование : СКО / Суперкомпьютерный консорциум университетов России).? Библиогр.: с. 161 (3 назв.) .? ISBN 978-5-211-05933-7 (в пер.) , 1750.
- 2.Глазырина, Л. Л. Введение в численные методы: учебное пособие / Л. Л. Глазырина, М. М. Карчевский; Казан. федер. ун-т.?Казань: Казанский университет, 2012.?121 с.
3. Дубровин, В. Т. Теория функций комплексного переменного: теория и практика: [учебное пособие] / В.Т. Дубровин; Казан. гос. ун-т. Казань: Казанский государственный университет, 2010.-102 с.

7.3. Интернет-ресурсы:

- Интернет-портал образовательных ресурсов по ИТ - <http://www.intuit.ru>
Интернет--портал ресурсов по математическим наукам - [http://www.math.ru/](http://www.math.ru)
Интернет--портал ресурсов по математическим наукам - [http://www.allmath.com/](http://www.allmath.com)
Интернет-портал со статьями по алгоритмике и программированию - <http://alolist.manual.ru/>
Электронная библиотека по техническим наукам - <http://techlibrary.ru>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Современные проблемы вычислительной математики" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

лекции и лабораторные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом (маркером)

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.68 "Прикладная математика и информатика" и магистерской программе Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности .

Автор(ы):

Даутов Р.З. _____
"___" 201 ___ г.

Рецензент(ы):

Миссаров М.Д. _____
"___" 201 ___ г.