

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

### Программа дисциплины

Современные проблемы финансовой математики М1.В.1

Направление подготовки: 010400.68 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Халиуллин С.Г.

**Рецензент(ы):**

Турилова Е.А.

### **СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 958714

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Халиуллин С.Г. кафедры математической статистики отделение прикладной математики и информатики , Samig.Haliullin@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Курс посвящен систематическому изучению финансового рынка, имеющего два актива - облигации и акции, а также изучению моделей временных рядов, наиболее часто встречающихся на финансовом рынке. Основное внимание уделено задачам инвестирования и хеджирования, а также задаче расчета опционов Европейского типа в дискретном времени. Курс представляет определенный интерес для применения его в финансовой математике.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " М1.В.1 Общенаучный" основной образовательной программы 010400.68 Прикладная математика и информатика и относится к вариативной части. Осваивается на 1 курсе, 1 семестр.

"современные проблемы финансовой математики" входит в состав общенаучных дисциплин. Читается на 1 курсе, в 1 семестре.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-1 (общекультурные компетенции)	способность понимать философские концепции естествознания, владеть основами методологии научного познания при изучении различных уровней организации материи, пространства и времени
ОК-2 (общекультурные компетенции)	иметь представление о современном состоянии и проблемах прикладной математики и информатики, истории и методологии их развития
ОК-3 (общекультурные компетенции)	способность использовать углубленные теоретические и практические знания в области прикладной математики и информатики
ОК-4 (общекультурные компетенции)	способность самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе, в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности, расширять и углублять своё научное мировоззрение
ОК-5 (общекультурные компетенции)	способность порождать новые идеи и демонстрировать навыки самостоятельной научно-исследовательской работы и работы в научном коллективе
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способность разрабатывать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

1. использование мартингалльных методов исследования случайных процессов;

2. исследование данных на предмет подбора подходящей модели и ее использование для различных задач финансового рынка.

2. должен уметь:

1. ориентироваться в характеристических свойствах мартиггалов, супермартиггалов и субмартиггалов;
2. ориентироваться в способах построения мартиггалов и сферах их применимости;
3. ориентироваться в построении математической модели финансового рынка, идентификации предложенных данных и оценке параметров выбранной модели.

3. должен владеть:

1. теоретическими знаниями об условных математических ожиданиях, мартиггалах;
2. теоретическими знаниями о финансовом рынке с дискретным временем, о гауссовских моделях;
3. теоретическими знаниями о задачах инвестирования и хеджирования.

4. должен продемонстрировать способность и готовность:

1. ориентироваться в построении математической модели финансового рынка, идентификации предложенных данных и оценке

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 1 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Тема. Конечное вероятностного пространство.	1	1	1	1	0	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Тема. Условное математическое ожидание случайной величины относительно разбиения (два эквивалентных подхода).	1	1-2	2	2	0	домашнее задание
3.	Тема 3. Тема. Измеримость случайных величин относительно разбиения.	1	3	1	1	0	домашнее задание
4.	Тема 4. Понятие конечного мартингала.	1	4	2	2	0	домашнее задание
5.	Тема 5. Понятия супермартингала и субмартингала.	1	5	1	1	0	контрольная точка
6.	Тема 6. Постановка задач инвестирования и хеджирования для финансового рынка с дискретным временем.	1	5	1	1	0	домашнее задание
7.	Тема 7. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с дискретным временем.	1	6	2	2	0	домашнее задание
8.	Тема 8. Понятие рациональной стоимости и хеджирующих стратегий для опционов американского типа с дискретным временем.	1	7	1	1	0	домашнее задание
9.	Тема 9. Стационарные и нестационарные временные ряды.	1	7	1	1	0	домашнее задание
10.	Тема 10. Условия стационарности и обратимости линейных моделей.	1	8	2	2	0	домашнее задание
11.	Тема 11. Разностные уравнения.	1	8	1	1	0	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	зачет
	Итого			15	15	0	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Тема. Конечное вероятностного пространство.

#### **лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Понятие конечного вероятностного пространства. Понятие разбиения вероятностного пространства. Условная вероятность события относительно разбиения, ее свойства. Условная вероятность события относительно случайной величины, ее свойства.

#### **практическое занятие (1 часа(ов)):**

Примеры построения различных разбиений

### Тема 2. Тема. Условное математическое ожидание случайной величины относительно разбиения (два эквивалентных подхода).

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Условное математическое ожидание случайной величины относительно разбиения (два эквивалентных подхода), его свойства. Условное математическое ожидание случайной величины относительно другой случайной величины.

#### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Непосредственное вычисление условных вероятностей и условных математических ожиданий.

### Тема 3. Тема. Измеримость случайных величин относительно разбиения.

#### **лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Измеримость случайных величин относительно разбиения. Алгебра, порожденная разбиением. Условное математическое ожидание относительно этой алгебры.

#### **практическое занятие (1 часа(ов)):**

Свойства измеримых относительно разбиений и алгебр случайных величин.

### Тема 4. Понятие конечного мартингала.

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Понятие конечного мартингала. Момент остановки относительно последовательности разбиений (алгебр). Теорема о среднем значении случайной величины со случайным моментом времени для мартингалов. Использование мартингалов для симметричных случайных блужданий. Теорема о баллотировке.

#### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Примеры. Строение конечных мартингалов. Обращенный мартингал.

### Тема 5. Понятия супермартингала и субмартингала.

#### **лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Понятия супермартингала и субмартингала. Теорема Дуба о разложении супермартингала (субмартингала) в сумму мартингала и предсказуемой последовательности.

#### **практическое занятие (1 часа(ов)):**

Примеры разложения Дуба.

### Тема 6. Постановка задач инвестирования и хеджирования для финансового рынка с дискретным временем.

#### **лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Постановка задач инвестирования и хеджирования для финансового рынка с дискретным временем. Опционы. Рациональная стоимость опциона, рациональный момент исполнения опциона.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Определение инвестиционной стоимости.

**Тема 7. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с дискретным временем.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с дискретным временем. Примеры расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с дискретным временем.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Отыскание рациональной стоимости опциона и хеджа.

**Тема 8. Понятие рациональной стоимости и хеджирующих стратегий для опционов американского типа с дискретным временем.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Понятие рациональной стоимости и хеджирующих стратегий для опционов американского типа с дискретным временем.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Инвестиционная стоимость в случае опциона американского типа.

**Тема 9. Стационарные и нестационарные временные ряды.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Стационарные и нестационарные временные ряды. Линейные модели временных рядов ? модель авторегрессии порядка  $p$ ; модель скользящего среднего порядка  $q$ ; смешанные модели.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Определение и свойства стационарных процессов.

**Тема 10. Условия стационарности и обратимости линейных моделей.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Условия стационарности и обратимости линейных моделей. Оценка параметров моделей. Уравнения Юла-Уокера. Характеристические уравнения линейных моделей.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Решение задачи отыскания оценок параметров линейных моделей.

**Тема 11. Разностные уравнения.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Линейные модели как разностные уравнения.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Решение разностных уравнений.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Тема. Конечное вероятностного пространство.	1	1	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Тема. Условное математическое ожидание случайной величины относительно разбиения (два эквивалентных подхода).	1	1-2	подготовка домашнего задания	10	домашнее задание
3.	Тема 3. Тема. Измеримость случайных величин относительно разбиения.	1	3	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
4.	Тема 4. Понятие конечного мартингала.	1	4	подготовка домашнего задания	10	домашнее задание
5.	Тема 5. Понятия супермартингала и субмартингала.	1	5	подготовка к контрольной точке	6	контрольная точка
6.	Тема 6. Постановка задач инвестирования и хеджирования для финансового рынка с дискретным временем.	1	5	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
7.	Тема 7. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с дискретным временем.	1	6	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
8.	Тема 8. Понятие рациональной стоимости и хеджирующих стратегий для опционов американского типа с дискретным временем.	1	7	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
9.	Тема 9. Стационарные и нестационарные временные ряды.	1	7	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
10.	Тема 10. Условия стационарности и обратимости линейных моделей.	1	8	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
11.	Тема 11. Разностные уравнения.	1	8	подготовка к контрольной работе	6	контрольная работа
	Итого				78	



## **5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения**

Обучение происходит в форме лекционных и лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель-формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи зачета минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к зачету. При подготовке к сдаче зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к зачету, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда будет резерв времени.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Тема. Конечное вероятностного пространство.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Построение разбиений на конечном вероятностном пространстве.

### **Тема 2. Тема. Условное математическое ожидание случайной величины относительно разбиения (два эквивалентных подхода).**

домашнее задание , примерные вопросы:

Примеры на вычисление условных вероятностей и математических ожиданий.

### **Тема 3. Тема. Измеримость случайных величин относительно разбиения.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение свойств измеримых случайных величин.

### **Тема 4. Понятие конечного мартингала.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Работа с мартингалами - свойства и примеры.

### **Тема 5. Понятия супермартингала и субмартингала.**

контрольная точка , примерные вопросы:

Контрольная точка по предыдущим темам.

### **Тема 6. Постановка задач инвестирования и хеджирования для финансового рынка с дискретным временем.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Финансовый рынок и его активы.

### **Тема 7. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с дискретным временем.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Понятие инвестиционной стоимости и хеджа для опционов европейского типа.

## **Тема 8. Понятие рациональной стоимости и хеджирующих стратегий для опционов американского типа с дискретным временем.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Понятие инвестиционной стоимости и хеджа для опционов американского типа.

## **Тема 9. Стационарные и нестационарные временные ряды.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Случайные процессы в дискретном времени.

## **Тема 10. Условия стационарности и обратимости линейных моделей.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Линейные модели и их свойства.

## **Тема 11. Разностные уравнения.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Решение разностных однородных уравнений.

## **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

По данной дисциплине предусмотрена проведение зачета. Примерные вопросы для зачета - Приложение1.

1. Что такое разбиение?
2. Как определяется условная вероятность относительно разбиения?
3. Как определяется условное математическое ожидание относительно разбиения?
4. Какие свойства имеет условное математическое ожидание?
5. Можно ли разбиению сопоставить некоторую алгебру?
6. Можно ли сопоставить алгебре некоторое разбиение?
7. Что такое мартингал?
8. Сделать вывод из примера 1 - какие последовательности образуют мартингал?
9. Сделать вывод из примера 2 - какие последовательности образуют мартингал?
10. Дать полное описание конечных мартингалов.
11. Для каких последовательностей случайных величин применимо разложение Дуба?
12. Стационарные случайные процессы.
13. Модель  $AR(P)$ .
14. Модель  $MA(q)$ .
15. Смешанные модели.
16. Уравнения Юла-Уокера.
17. Решение разностных уравнений.

### **7.1. Основная литература:**

1. Чжун К.Л. АитСахлиа Ф. Элементарный курс теории вероятностей. Стохастические процессы и финансовая математика/Бином. Лаборатория знаний, 2014-454с.- Режим доступа:

<http://e.lanbook.com/view/book/50548/>

2. Буре В. М. Парилина Е. М. Теория вероятностей и математическая статистика/Лань ,2013-416с.

- Режим доступа: <http://e.lanbook.com/view/book/10249/>

3.Свешников А.А. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций/.- СПб:

Лань, 2013-448с. -

- Режим доступа: <http://e.lanbook.com/view/book/5711/page1/>

4.Имитационное моделирование: Учебное пособие / Н.Б. Кобелев, В.А. Половников, В.В. Девятков. - М.: КУРС: НИЦ Инфра-М, 2013. - 368 с.: 70x100 1/16. (переплет) ISBN 978-5-905554-17-9, 1000 экз.

<http://www.znaniyum.com/bookread.php?book=361397>

## 7.2. Дополнительная литература:

1. Миссаров, Мукадас Дмухтасибович Введение в финансовую математику: учебное пособие / М. Д. Миссаров ; ФГАОУВПО "Казан. (Приволж.) федер. ун-т" .? Казань : [Казанский университет], 2010 .? 71 с.

2.Финансовая математика: учебное пособие для студентов, обучающихся по специальностям 080105 "Финансы и кредит", 080109 "Бухгалтерский учет, анализ и аудит", 080102 "Мировая экономика", 080107 "Налоги и налогообложение" / П. Н. Брусов, П.Л. Брусов, Н.П. Орехова, С.В. Скородулина .? 2-е изд., стер. ? Москва: КноРус, 2013 .? 224 с. : ил. ; 22 .? (Бакалавриат).? Библиогр.: с. 221 (8 назв.) .? ISBN 978-5-406-02644-1 ((в пер.)) , 1500.

3. Копнова, Е. Д. Основы финансовой математики [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Е. Д. Копнова. - М.: Московский финансово-промышленный университет "Синергия", 2012. - (Университетская серия). - ISBN 978-5-4257-0053-7.

<http://znaniyum.com/bookread.php?book=451174>

## 7.3. Интернет-ресурсы:

Альтернативный подход к расчету опционов - <http://www.nsu.ru/education/etfm/Lect8/LECT8.htm>

Опционы - <http://www.nsu.ru/education/etfm/Lect6/lect6.htm>

Опционы и фьючерсы - <http://www.parusinvestora.ru/refbook/rts/12.shtm>

Опционы на рынке ценных бумаг - <http://loutand.ucoz.com/>

Пример расчета опциона - <http://www.steps-to-trade.com/nyman68.html>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Современные проблемы финансовой математики" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

лекции и лабораторные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом (маркером)

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.68 "Прикладная математика и информатика" и магистерской программе Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности .

Автор(ы):

Халиуллин С.Г. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Турилова Е.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.