

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

### Программа дисциплины

#### Непрерывные математические модели М1.Б.3

Направление подготовки: 010400.68 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Лапин А.В.

**Рецензент(ы):**

Миссаров М.Д.

#### **СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 9125314

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Лапин А.В. кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики ,  
Alexandr.Lapin@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Рассматриваются современные численные методы решения основных задач линейной алгебры с разреженными матрицами большой размерности, а также методы решения краевых задач для стационарных и нестационарных многомерных дифференциальных уравнений.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " М1.Б.3 Общенаучный" основной образовательной программы 010400.68 Прикладная математика и информатика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1 курсе, 1 семестр.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Читается на 1 курсе в 1 семестре для студентов обучающихся в магистратуре по направлению "Прикладная математика и информатика".

Изучение основывается на результатах изучения дисциплин "Математический анализ", "Алгебра и геометрия", "Уравнения математической физики", "Методы оптимизации".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов, теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным, профессиональным, социальным и этическим проблемам
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность решать задачи производственной и технологической деятельности на профессиональном уровне, включая разработку алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- итерационные методы решения систем нелинейных уравнений и задач оптимизации большой размерности.

2. должен уметь:

- программно реализовывать основные алгоритмы для систем нелинейных уравнений и задач оптимизации большой размерности.

3. должен владеть:

- базовыми знаниями в области аппроксимации непрерывных моделей дискретными.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

- - понимать круг прикладных задач, математическими моделями которых выступают уравнения в частных производных и задачи оптимизации.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 1 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Методы математического моделирования. Примеры линейных краевых задач для уравнений в частных производных, моделирующих процессы механики и физики.	1	1	2	0	0	
2.	Тема 2. Примеры нелинейных краевых задач для уравнений в частных производных, в том числе, задач с ограничениями, математическими моделями которых являются задачи на минимум функционалов энергии или вариационные неравенства.	1	2	2	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Задачи оптимального управления правой частью и граничными условиями линейных эллиптических уравнений. Задачи с ограничениями на управление и состояние системы.	1	3	2	0	0	
4.	Тема 4. Дискретные модели, построенные на основе конечномерных аппроксимаций непрерывных моделей. Методы конечных разностей, конечных элементов и конечных объемов для линейных эллиптических задач. Основные свойства матриц дискретных моделей.	1	4-6	0	0	6	
5.	Тема 5. Сеточные аппроксимации нелинейных краевых задач, вариационных неравенств, задач оптимального управления. Основные свойства матриц и конечномерных операторов. Теоремы существования решений.	1	7	0	0	2	
6.	Тема 6. Краткий обзор методов решения систем линейных алгебраических уравнений с большими разреженными матрицами. Итерационные методы решения больших систем нелинейных уравнений -- метод Ньютона, его обобщения и модификации.	1	8	2	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
7.	Тема 7. Решение задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств большой размерности: итерационные методы для задач с положительно определенными матрицами.	1	9,10	2	0	2	отчет
8.	Тема 8. Решение задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств: обсуждение вопросов эффективности методов, контроля точности вычислений и критериев окончания вычислительного процесса.	1	11,12	2	0	2	
9.	Тема 9. Итерационные методы для задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств большой размерности: с седловыми матрицами.	1	13-15	3	0	3	отчет
	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	экзамен
	Итого			15	0	15	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Методы математического моделирования. Примеры линейных краевых задач для уравнений в частных производных, моделирующих процессы механики и физики.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Примеры линейных краевых задач для уравнений в частных производных, моделирующих процессы механики и физики.

**Тема 2. Примеры нелинейных краевых задач для уравнений в частных производных, в том числе, задач с ограничениями, математическими моделями которых являются задачи на минимум функционалов энергии или вариационные неравенства.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Примеры нелинейных краевых задач для уравнений в частных производных, в том числе, задач с ограничениями, математическими моделями которых являются задачи на минимум функционалов энергии или вариационные неравенства.

**Тема 3. Задачи оптимального управления правой частью и граничными условиями линейных эллиптических уравнений. Задачи с ограничениями на управление и состояние системы.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Задачи оптимального управления правой частью и граничными условиями линейных эллиптических уравнений. Задачи с ограничениями на управление и состояние системы.

**Тема 4. Дискретные модели, построенные на основе конечномерных аппроксимаций непрерывных моделей. Методы конечных разностей, конечных элементов и конечных объемов для линейных эллиптических задач. Основные свойства матриц дискретных моделей.**

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Построение дискретных моделей на основе конечномерных аппроксимаций непрерывных моделей: методы конечных разностей, конечных элементов и конечных объемов для линейных эллиптических задач. Основные свойства матриц дискретных моделей.

**Тема 5. Сеточные аппроксимации нелинейных краевых задач, вариационных неравенств, задач оптимального управления. Основные свойства матриц и конечномерных операторов. Теоремы существования решений.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Сеточные аппроксимации нелинейных краевых задач, вариационных неравенств, задач оптимального управления. Основные свойства матриц и конечномерных операторов. Теоремы существования решений.

**Тема 6. Краткий обзор методов решения систем линейных алгебраических уравнений с большими разреженными матрицами. Итерационные методы решения больших систем нелинейных уравнений -- метод Ньютона, его обобщения и модификации.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Краткий обзор методов решения систем линейных алгебраических уравнений с большими разреженными матрицами. Итерационные методы решения больших систем нелинейных уравнений -- метод Ньютона, его обобщения и модификации.

**Тема 7. Решение задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств большой размерности: итерационные методы для задач с положительно определенными матрицами.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Теоретические основы методов решения задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств большой размерности: итерационные методы для задач с положительно определенными матрицами.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Алгоритмы и программы, реализующие итерационные методы для задач с положительно определенными матрицами.

**Тема 8. Решение задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств: обсуждение вопросов эффективной реализуемости методов, контроля точности вычислений и критериев окончания вычислительного процесса.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Теоретические основы методов решения задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств: обсуждение вопросов эффективной реализуемости методов, контроля точности вычислений и критериев окончания вычислительного процесса.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Алгоритмы и программы, реализующие итерационные методы для задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств.

**Тема 9. Итерационные методы для задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств большой размерности: с седловыми матрицами.**



### **лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Итерационные методы для задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств большой размерности с седловыми матрицами: построение методов, исследование сходимости.

### **лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Алгоритмы и программы, реализующие итерационные методы для задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств большой размерности с седловыми матрицами

## **4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

<b>N</b>	<b>Раздел Дисциплины</b>	<b>Семестр</b>	<b>Неделя семестра</b>	<b>Виды самостоятельной работы студентов</b>	<b>Трудоемкость (в часах)</b>	<b>Формы контроля самостоятельной работы</b>
7.	Тема 7. Решение задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств большой размерности: итерационные методы для задач с положительно определенными матрицами.	1	9,10	подготовка к отчету	21	отчет
9.	Тема 9. Итерационные методы для задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств большой размерности: с седловыми матрицами.	1	13-15	подготовка к отчету	21	отчет
	<b>Итого</b>				<b>42</b>	

## **5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения**

Обучение происходит в форме лекционных и практических занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи экзамена минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины "Непрерывные математические модели" на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.



Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

**Тема 1. Методы математического моделирования. Примеры линейных краевых задач для уравнений в частных производных, моделирующих процессы механики и физики.**

**Тема 2. Примеры нелинейных краевых задач для уравнений в частных производных, в том числе, задач с ограничениями, математическими моделями которых являются задачи на минимум функционалов энергии или вариационные неравенства.**

**Тема 3. Задачи оптимального управления правой частью и граничными условиями линейных эллиптических уравнений. Задачи с ограничениями на управление и состояние системы.**

**Тема 4. Дискретные модели, построенные на основе конечномерных аппроксимаций непрерывных моделей. Методы конечных разностей, конечных элементов и конечных объемов для линейных эллиптических задач. Основные свойства матриц дискретных моделей.**

**Тема 5. Сеточные аппроксимации нелинейных краевых задач, вариационных неравенств, задач оптимального управления. Основные свойства матриц и конечномерных операторов. Теоремы существования решений.**

**Тема 6. Краткий обзор методов решения систем линейных алгебраических уравнений с большими разреженными матрицами. Итерационные методы решения больших систем нелинейных уравнений -- метод Ньютона, его обобщения и модификации.**

**Тема 7. Решение задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств большой размерности: итерационные методы для задач с положительно определенными матрицами.**

отчет , примерные вопросы:

Постановка задачи, аппроксимация. Описание итерационного метода. Программа на ЭВМ, анализ результатов расчетов.

**Тема 8. Решение задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств: обсуждение вопросов эффективности реализуемости методов, контроля точности вычислений и критериев окончания вычислительного процесса.**

**Тема 9. Итерационные методы для задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств большой размерности: с седловыми матрицами.**

отчет , примерные вопросы:

Постановка задачи, аппроксимация. Описание итерационного метода. Программа на ЭВМ, анализ результатов расчетов.

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

По данной дисциплине предусмотрено проведение экзамена.

Примерные вопросы для экзамена:

1.Методы математического моделирования.

2.Примеры линейных краевых задач для уравнений в частных производных, моделирующих процессы механики и физики.

3.Примеры нелинейных краевых задач для уравнений в частных производных, в том числе, задач с ограничениями, математическими моделями которых являются задачи на минимум функционалов энергии или вариационные неравенства.

4. Задачи оптимального управления правой частью и граничными условиями линейных эллиптических уравнений. Задачи с ограничениями на управление и состояние системы.
5. Дискретные модели, построенные на основе конечномерных аппроксимаций непрерывных моделей.
6. Методы конечных разностей, конечных элементов и конечных объемов для линейных эллиптических задач.
7. Основные свойства матриц дискретных моделей.
8. Сеточные аппроксимации нелинейных краевых задач, вариационных неравенств, задач оптимального управления.
9. Основные свойства матриц и конечномерных операторов.
10. Теоремы существования решений.
11. Сеточные аппроксимации нелинейных краевых задач, вариационных неравенств, задач оптимального управления.
12. Основные свойства матриц и конечномерных операторов.
13. Теоремы существования решений.
14. Краткий обзор методов решения систем линейных алгебраических уравнений с большими разреженными матрицами. Итерационные методы решения больших систем нелинейных уравнений -- метод Ньютона, его обобщения и модификации.
15. Решение задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств большой размерности: итерационные методы для задач с положительно определенными матрицами.
16. Решение задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств: обсуждение вопросов эффективной реализуемости методов, контроля точности вычислений и критериев окончания вычислительного процесса.
17. Итерационные методы для задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств большой размерности: с седловыми матрицами.

### 7.1. Основная литература:

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы/Бином. Лаборатория знаний, 2012-636с.  
<http://e.lanbook.com/view/book/4397/>
2. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях. - М.: Изд-во Бином. Лаборатория знаний, 2010. - 240с.  
<http://e.lanbook.com/view/book/4399/>
3. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики/Лань, 2011-672с.  
<http://e.lanbook.com/view/book/2025/>
4. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики/Лань, 2009-608с.  
<http://e.lanbook.com/view/book/255/>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Плохотников, К. Э. Метод и искусство математического моделирования [Электронный ресурс] : курс лекций / К. Э. Плохотников. - М. : ФЛИНТА, 2012. - 519 с. - ISBN 978-5-9765-1541-3  
<http://znanium.com/bookread.php?book=456334>
2. Математическое и компьютерное моделирование : вводный курс : учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 030100 "Информатика" / Ю. Ю. Тарасевич. ? Изд. 6-е. ? Москва : URSS : [ЛИБРОКОМ, 2013]. ? 148, [1] с. : ил. ; 22. ? На 4-й с. обл. авт.: Ю. Ю. Тарасевич, к.ф.-м.н. ? Библиогр. в конце кн. ? ISBN 978-5-397-03828-7 ((в обл.)) .

### 3. Зарипов, Фархат Шаукатович.

Введение в математическое моделирование [Текст: электронный ресурс] : учебно-методический комплекс курса по направлению подготовки: 050100 Педагогическое образование, профиль: математическое образование, информатика и информационные технологии : [учебное пособие] / Зарипов Ф. Ш. ; Казан. федер. ун-т, Каф. высш. математики и мат. моделирования .? Электронные данные (1 файл: 0,589 Мб) .? (Казань : Казанский федеральный университет, 2013) .? Загл. с экрана .? Для 3-го семестра .? Режим доступа: открытый .? <URL:[http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05\\_120\\_A5-000508.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_120_A5-000508.pdf)>.

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Википедия - <http://ru.wikipedia.org>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.exponenta.ru>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>

Портал ресурсов по математике, алгоритмике и ИТ - <http://algotlist.manual.ru/>

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Непрерывные математические модели" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Лекции и практические занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.68 "Прикладная математика и информатика" и магистерской программе Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности .

Автор(ы):

Лапин А.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Миссаров М.Д. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.