

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

### Программа дисциплины

Теория графов и ее приложения Б2.ДВ.3

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Теория вероятностей и математическая статистика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Нурмеев Н.Н.

**Рецензент(ы):**

-

### **СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Аблаев Ф. М.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 995214

Казань

2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Нурмеев Н.Н. кафедра теоретической кибернетики отделение фундаментальной информатики и информационных технологий , Nail.Nurmeev@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Основной целью освоения студентами данной дисциплины является изучение методов математического описания структуры разнообразных объектов, ознакомление с результатами анализа структурных свойств этих объектов, а также с алгоритмическими построениями, достигнутыми в этой области к настоящему времени.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б2.ДВ.3 Общепрофессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 2 курсе, 4 семестр.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Читается на 2 курсе в 3 семестре для студентов обучающихся по направлению "Фундаментальная информатика и информационные технологии".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов, теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способность понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные типы объектов и структур, изучаемых теорией графов
- различные свойства графов и связанных с ними объектов в рамках предлагаемого курса
- типовые методы, используемые при работе с графами, орграфами, мультиграфами и сетями
- постановки наиболее известных задач на графах и сетях и эффективные алгоритмы их решения

2. должен уметь:

- формулировать прикладные и теоретические задачи на языке графов и сетей, осуществлять подбор эффективных алгоритмов для их решения
- разработать программную реализацию выбранного алгоритма, произвести отладку программы и интерпретировать результаты ее работы

- применять полученные теоретические знания для доказательства различных свойств графов и связанных с ними объектов

3. должен владеть:

- навыками решения прикладных задач о графах

4. должен демонстрировать способность и готовность:

- применять полученные знания в своей профессиональной деятельности

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Графы: основные понятия	4	1-2	2	0	2	домашнее задание
2.	Тема 2. Представления графов	4	3-5	3	0	3	домашнее задание
3.	Тема 3. Ориентированные и неориентированные деревья	4	6-9	4	0	4	домашнее задание
4.	Тема 4. Задачи о путях на графе	4	10-12	3	0	3	домашнее задание
5.	Тема 5. Потoki в сетях	4	13-14	2	0	2	домашнее задание
6.	Тема 6. NP-полные задачи на графах	4	15-17	3	0	3	контрольная работа домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	зачет

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
Итого				17	0	17	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Графы: основные понятия

###### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

История развития теории графов. Возникновение понятия графа. Основные определения теории графов. Графы как модели при решении задач. Современное состояние развития теории графов.

###### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Графы как модели при решении задач. Задача Эйлера о кенигсбергских мостах. Задача Гамильтона. Исследования деревьев Кирхгофом и Кэли. Мультиграфы, ориентированные графы и сети.

##### Тема 2. Представления графов

###### **лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Три способа представления графов. матрица смежности, матрица инцидентности, списки смежности

###### **лабораторная работа (3 часа(ов)):**

представления конкретных графов различными способами, графы с ограниченной полустепенью исхода, произвольные графы

##### Тема 3. Ориентированные и неориентированные деревья

###### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Основные определения, представления деревьев. Ссылка на вершину отца. Скобочное представление. Представление множеством путей. Стандартное представление бинарного дерева. Представление бинарного дерева с помощью массива. Алгоритм Крускала. Двусвязные компоненты неориентированных графов.

###### **лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Представление произвольного дерева с помощью бинарного, Деревья и формулы. Обходы деревьев. Задачи на применение алгоритма Крускала. Поиск в глубину на неориентированном графе и задача о лабиринте. Поиск в ширину на неориентированном графе.

##### Тема 4. Задачи о путях на графе

###### **лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Достижимость и транзитивное замыкание графа. Кратчайшие пути между всеми парами вершин. Алгоритм Дейкстры. Алгоритм Беллмана-Форда.

###### **лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Задача о кратчайших путях из одного источника. Реализация алгоритма Дейкстры. Кратчайшие пути в ациклических графах.

##### Тема 5. Потoki в сетях

###### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Потоки и разрезы. Алгоритм Форда-Фалкерсона. Алгоритм построения максимального потока за кубическое время. Сети с единичными пропускными способностями.

###### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Реализация алгоритмов Форда-Фалкерсона и построения максимального потока. Паросочетания в общих графах

##### Тема 6. NP-полные задачи на графах

###### **лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Полиномиальная сходимости и NP-полные задачи. Полиномиальная разрешимость выполнимости 2-КНФ. Гамильтонов цикл. Аппроксимация для задачи ?Вершинное покрытие?. Аппроксимация для задачи коммивояжера

**лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Клика, независимое множество, вершинное покрытие. Задача коммивояжера. Раскраска вершин графа

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Графы: основные понятия	4	1-2	подготовка домашнего задания	7	домашнее задание
2.	Тема 2. Представления графов	4	3-5	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
3.	Тема 3. Ориентированные и неориентированные деревья	4	6-9	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
4.	Тема 4. Задачи о путях на графе	4	10-12	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
5.	Тема 5. Потoki в сетях	4	13-14	подготовка домашнего задания	7	домашнее задание
6.	Тема 6. NP-полные задачи на графах	4	15-17	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
	Итого				38	

**5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения**

Обучение происходит в форме лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Изучение курса подразумевает параллельное овладение студентами теоретическим материалом и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины "Теория конечных графов и ее приложения". Происходит это на лабораторных занятиях. Практические навыки приобретаются на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, кроме того на занятиях студенты развивают абстрактное мышление и способность самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы. Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Графы: основные понятия

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Изучение основных понятий теории графов

### Тема 2. Представления графов

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теме. Пример: 1. докажите, что, если полустепени захода у всех вершин ориентированного графа больше нуля, то в этом графе имеется цикл 2. Докажите, что в любой группе из 6 человек есть трое попарно знакомых или трое попарно незнакомых

### Тема 3. Ориентированные и неориентированные деревья

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме. 1. Предложите рекурсивные алгоритмы для прямого и обратного обхода дерева(не обязательно бинарные). Оцените их сложность. 2. Предложите процедуру, не использующую стек, для инфиксного обхода бинарного дерева, заданного прошитым представлением. Оцените ее сложность.

### Тема 4. Задачи о путях на графе

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме: 1. Как изменить алгоритм Уоршолла-Флойда, чтобы находить не только длины кратчайших путей, но и сами пути? 2.Сколько раз может меняться для одной вершины  $v$  значение  $D[v]$  в ходе работы алгоритма Дейкстры для графа с  $n$  вершинами. Привести пример на каждый возможный случай.

### Тема 5. Потоки в сетях

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме: 1. Используя алгоритм Форда-Фалкерсона, построить максимальный поток для сети  $N : V = \{s, v1, v2, v3, t\}$ ,  $E = \{(s, v1, 2), (s, v2, 2), (s, v3, 2), (v1, v2, 1), (v1, t, 1), (v2, v3, 2), (v2, t, 1), (v3, t, 3)\}$  ( формат:  $(v, u, c(v, u))$ ). 2. Построить,используя алгоритм МАХII, максимальный поток для следующей сети  $N : V = \{s, v1, v2, v3, v4, v5, v6, t\}$ ,  $E = (s, v1, 5), (s, v2, 3), (s, v3, 5), (v1, v4, 7), (v2, v5, 5), (v3, v6, 4), (v6, v2, 3), (v4, t, 4), (v5, t, 5), (v1, v5, 2), (v6, t, 3)$ . (формат:  $(v, u, c(v, u))$ ).

### Тема 6. NP-полные задачи на графах

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме: 1.Предложите алгоритм линейной сложности для нахождения максимального независимого множества вершин в неориентированном дереве. 2. Предложите сведение задачи ГАМ\_ЦИКЛ к задаче выполнимости булевых формул ВЫП

Задания для контрольной работы: 1. Что такое таблица смежности? 2. Построить максимальный поток для данной сети 3. Предложите алгоритм для обратного обхода дерева

### Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

#### ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

- 1.Графы: основные понятия и определения
2. Таблица смежности
3. Таблица инцидентности
4. Графы с ограниченной полустепенью исхода
5. Произвольные графы
6. Деревья: основные определения
7. Эквивалентные характеристики ориентированных и неориентированных деревьев

8. Представления деревьев
9. Деревья и выражения
10. Обходы деревьев
11. Алгоритм Крускала
12. Поиск в глубину и задача о лабиринте
13. Поиск в ширину
14. Двусвязные компоненты неориентированных графов
15. Базы ориентированного графа
16. Транзитивное замыкание графа
17. Алгоритм Уоршолла
18. алгоритм Уоршолла-Флойда
19. Алгоритм Дейкстры
20. Алгоритм Беллмана-Форда
21. Алгоритм Форда-Фалкерсона
22. Алгоритм построения максимального потока за кубическое время
23. Максимальные паросочетания в графах
24. Полиномиальная сводимость
25. NP-полные задачи
26. Цикл Гамильтона
27. Задача коммивояжера и ее свойства
28. Задача о раскраске вершин графа
29. Аппроксимации для задачи коммивояжера
30. Аппроксимация для задачи "Вершинное покрытие"

### 7.1. Основная литература:

1. Харари Ф. Теория графов. - Изд. 4 - е. - М.: [ЛИБРОКОМ], 2009. - 300 с.
2. Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин; Казан. гос. ун-т. - Казань: [Казан. гос. ун-т], 2007. - 77 с.
3. Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. Пособие. Казан. гос. ун - т. - Казань: [Казан. гос. ун - т], 2007. - 77 с.  
Электронная версия: <http://libweb.ksu.ru/ebooks/publicat/0-761515.pdf>
4. Дискретная математика: Учебное пособие / В.В. Куликов. - М.: РИОР, 2007. - 174 с.  
<http://znanium.com/bookread.php?book=126799>
5. Асанов М.О., Баранский В.А., Расин В.В. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. - М.: Лань, 2010. - 368 с. URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=536](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=536)

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Новиков, Ф. А. Дискретная математика для программистов: Учеб. пособие. - 2 - е изд. - СПб. и др.: Питер, 2004. - 363 с.
2. Введение в дискретную математику : Учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по спец. "Прикладная математика" / С.В. Яблонский .? 3-е изд., стер. ? М. : Высш. шк., 2002 .? 384с.
3. Задачи и упражнения по дискретной математике : [учебное пособие] / Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко .? 3-е изд., перераб. ? Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009 .? 416 с. : ил., табл. ; 22 см .? По пред. изд. ? Библиогр.: с. 412-413 (37 назв.) .? Предм. указ.: с. 414-416 .? ISBN 978-5-9221-0477-7 ((в пер.)), 1500.

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

Википедия - <http://ru.wikipedia.org>

Образовательный сайт по математике - <http://www.exponenta.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>

Портал ресурсов по математике и алгоритмам - <http://algotlist.manual.ru/>

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Теория графов и ее приложения" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Лабораторные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Теория вероятностей и математическая статистика .

Автор(ы):

Нурмеев Н.Н. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.