

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины
Избранные вопросы геометрии M2.B.4

Направление подготовки: 050100.68 - Педагогическое образование

Профиль подготовки: Математика, информатика и информационные технологии в образовании

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: заочное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Зарипов Ф.Ш.

Рецензент(ы):

Попов А.А.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Игнатъев Ю. Г.

Протокол заседания кафедры No ____ от "____" _____ 201__г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No ____ от "____" _____ 201__г

Регистрационный No 817211215

Казань
2014

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Зарипов Ф.Ш. кафедра высшей математики и математического моделирования отделение педагогического образования , Farhat.Zaripov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целями дисциплины "Избранные вопросы геометрии" являются:

Изучение аксиоматики и структуры современной геометрии, основных ее понятий и отношений, овладение аналитическими и инвариантно-групповыми методами геометрии. Повторение и знакомство с основными разделами геометрии: геометрии аффинных и евклидовых пространств, проективной геометрией, дифференциальной геометрией, а также с различными приложениями методов геометрии в современном естествознании.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " М2.В.4 Профессиональный" основной образовательной программы 050100.68 Педагогическое образование и относится к вариативной части. Осваивается на 1 курсе, 1 семестр.

Избранные вопросы геометрии входит в профессиональный цикл в вариативной его части. Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в школьном курсе математики и при прохождении курсов "высшей математики" и "аналитической геометрии". Знание геометрии может существенно помочь в научно-исследовательской работе и в преподавательской работе.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-10 (профессиональные компетенции)	способен понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, общекультурное значение математики, владеет основными положениями истории развития математики, эволюции математических идей и концепциями современной математической науки
СПК-11 (профессиональные компетенции)	владеет современными формализованными математическими, информационно-логическими и логико-семантическими моделями и методами представления, сбора и обработки информации для учебных целей
СПК-12 (профессиональные компетенции)	владеет математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов, способен пользоваться построением математических моделей для решения практических проблем, понимать критерии качества математических исследований, принципы экспериментальной и эмпирической проверки научных теорий, умением исследовать класс моделей, к которому принадлежит полученная модель конкретной ситуации, применяя математическую теорию

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-5 (профессиональные компетенции)	владеет методами алгоритмического моделирования для постановки математических задач, методами математического и алгоритмического моделирования при постановке и решении задач прикладного характера
СПК-8 (профессиональные компетенции)	владеет основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом
СПК-9 (профессиональные компетенции)	владеет культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, способен понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами, реализовывать основные методы математических рассуждений на основе общих методов научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, пользоваться языком математики и математической терминологией, корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- 1) Знать и понимать основные геометрические понятия и отношения: аксиоматику соответствующих разделов геометрии, основные определения и теоремы.
- 2) Понимать координатный метод и владеть им для решения стандартных задач аналитической, дифференциальной геометрии.
- 3) Уметь проводить стандартные исследования геометрических свойств и вычислять различные геометрические характеристики.

2. должен уметь:

Уметь проводить стандартные исследования геометрических свойств и вычислять различные геометрические характеристики.

3. должен владеть:

владеет математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов, способен пользоваться построением математических моделей для решения практических проблем

4. должен демонстрировать способность и готовность:

понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, общекультурное значение математики, владеет основными положениями истории развития математики, эволюции математических идей и концепциями современной математической науки

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 1 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Использование элементов аналитической геометрии и векторной алгебры в преподавании математики	1	1	0	0	2	домашнее задание домашнее задание устный опрос
2.	Тема 2. Аффинные и евклидовы n-мерные пространства. Системы аксиом Вейля евклидова пространства. Преобразования плоскости и про-странства. Поверхности второго порядка. Квадратичные формы и квадратики.	1	1	0	0	4	устный опрос дискуссия домашнее задание
3.	Тема 3. Проективные пространства и их модели. Основные факты проективной геометрии.	1	2	0	0	4	домашнее задание дискуссия домашнее задание
4.	Тема 4. Элементы дифференциальной геометрии	1	2	2	0	2	дискуссия творческое задание домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	зачет
	Итого			2	0	12	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Использование элементов аналитической геометрии и векторной алгебры в преподавании математики

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Теорема о сумме векторов вдоль замкнутой ломаной. Векторный базис. Координаты вектора в базисе. Сведения из теории матриц и определителей. Правые и левые тройки (пары) векторов. Применение векторных операций для решения геометрических и физических задач. Понятие о криволинейных координатах. Преобразование координат на плоскости и в пространстве. Параметрические и канонические уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых. Угол между прямыми. Расстояние между параллельными прямыми. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Координатный метод при решении школьных задач.

Тема 2. Аффинные и евклидовы n -мерные пространства. Системы аксиом Вейля евклидова пространства. Преобразования плоскости и пространства. Поверхности второго порядка. Квадратичные формы и квадрики.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Аффинное пространство. Аксиомы Вейля и некоторые следствия из них. Изоморфизм аффинных пространств. Векторная модель аффинного пространства, арифметическая модель аффинного пространства. Аффинная система координат и аффинные координаты точки. Теорема о координатах геометрического вектора. Автоморфизм аффинного пространства. Аффинные преобразования. Формулы аффинного преобразования. Формулы преобразования аффинных координат точки при замене аффинного репера. Группа аффинных преобразований и ее инварианты. Ортогональные матрицы и движения Евклидова пространства. Группа движений. Движения первого и второго рода. Движения плоскости и их классификация. Приведение общего уравнения 2-го порядка в евклидовом пространстве к каноническому виду с помощью движений. Классификация поверхностей 2-го порядка в пространстве.

Тема 3. Проективные пространства и их модели. Основные факты проективной геометрии.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Понятие проективного пространства. Модели $P(V)$ проективного пространства. Проективные координаты. Согласование базиса. Модели. Принцип двойственности. Теорема Дезарга. Преобразования проективных координат. Простейшие свойства проективной плоскости и проективного пространства.

Тема 4. Элементы дифференциальной геометрии

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Длина дуги кривой. Натуральная параметризация кривой. Формулы Френе-Серре. Геометрический смысл кривизны. Геометрический смысл кручения. Кривая с нулевой кривизной. Кривая с нулевым кручением. Уравнение поверхности. Первая квадратичная форма.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Исследование свойств поверхности с помощью первой и второй квадратичных форм. Теорема Гаусса.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Использование элементов аналитической геометрии и векторной алгебры в преподавании математики	1	1	подготовка домашнего задания Использование элементов аналитической геометрии к решению школьных зад	14	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	10	устный опрос
2.	Тема 2. Аффинные и евклидовы n-мерные пространства. Системы аксиом Вейля евклидова пространства. Преобразования плоскости и пространства. Поверхности второго порядка. Квадратичные формы и квадратики.	1	1		14	домашнее задание
				подготовка к дискуссии	5	дискуссия
				подготовка к устному опросу	5	устный опрос
3.	Тема 3. Проективные пространства и их модели. Основные факты проективной геометрии.	1	2	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
				подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
				подготовка к дискуссии	5	дискуссия
				подготовка к устному опросу	5	устный опрос
4.	Тема 4. Элементы дифференциальной геометрии	1	2	подготовка домашнего задания	9	домашнее задание
				подготовка к дискуссии	5	дискуссия
				подготовка к творческому заданию	4	творческое задание
Итого					90	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Традиционные лекционные и семинарские занятия, интерактивные формы обучения с помощью компьютерной системы Maple, модульная технология обучения. Предусматриваются задания для самостоятельной работы студентов и консультации по решению проблем возникающих при выполнении этой работы.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Использование элементов аналитической геометрии и векторной алгебры в преподавании математики

домашнее задание , примерные вопросы:

Даны призма, заданная координатами своих вершин $A(1, 0,0)$, $B(0,1,0)$, $C(0, 0,1)$, $D(2, 2, 3)$, $E(1, 3, 3)$, $F(1, 2, 4)$ и плоскость $x + y + z - 3 = 0$. Найти точки и линии пересечения плоскости с ребрами и гра-нями призмы. Перейти к реперу на плоскости. Записать в этом репере координаты вершин многоугольника, полученного при пересечении призмы с плоскостью, а также координаты точки пересечения прямой AG с плоскостью, где $(C, G, E) = 3$.

устный опрос , примерные вопросы:

Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось, числовая проекция вектора на ось и их свойства. Скалярное произведение и его свойства. Декартова прямоугольная система координат. Координаты вектора и точки. 4. Свойства координат вектора и точки. Выражение скалярного произведения относительно декартовой прямоугольной системы координат. Модуль вектора, угол между векторами. 5. Векторное произведение и его свойства. 6. Смешанное произведение трех векторов и его свойства. 7. Различные виды уравнения прямой на плоскости. 8. Неполные уравнения прямой на плоскости. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. 9. Нормированное уравнение прямой на плоскости. Отклонение и расстояние от точки до прямой. 10. Различные виды уравнения прямой в пространстве. Угол между прямыми. Взаимное рас-положение двух прямых в пространстве.

Тема 2. Аффинные и евклидовы n-мерные пространства. Системы аксиом Вейля евклидова пространства. Преобразования плоскости и про-странства. Поверхности второго порядка. Квадратичные формы и квадрики.

дискуссия , примерные вопросы:

Использование элементов аналитической геометрии и векторной алгебры в преподавании математики

домашнее задание , примерные вопросы:

мерного арифметического пространства, натянутых на системы векторов и $n = 4$, $= (-2,1,-2, 1)$, $= (1,2,1,3)$, $= (-1,8,-6,5)$, $= (1,0,1,3)$, $= (-2,1,1,2)$, $= (7,-9,1,3)$, $= (3,3, 3,3)$, $= (2, 2, 3,3)$. Задача 1.2 Найти матрицу перехода от старого базиса к новому и координаты вектора $= (4,4, ?5)$ относительно этих базисов. Предварительно доказать, что данные системы векто-ров действительно образуют базис. Какие ориентации задают данные базисы? Задача 1.3 Даны линейные оболочки , где . Найти базис и раз-мерность следующих подпространств: . Будет ли сумма подпространств прямой суммой? $(0,1,0,1)$, $(0,2,1,-1)$, $(0,2,0,1)$, $(1,1,0,1)$, $(2,-1,1,0)$ Задача 1.4 Можно ли найти точку O , лежащую вне плоскости треугольника ABC такую, что .

устный опрос , примерные вопросы:

Классификация кривых

Тема 3. Проективные пространства и их модели. Основные факты проективной геометрии.

дискуссия , примерные вопросы:

Модели проективного пространства. связь с методом изображений

домашнее задание , примерные вопросы:

Задача 1.3 Убедившись, что данные точки $A(1, 2, 3)$, $B(-3, 2, 4)$ и $C(-2,4, 7)$ лежат на одной прямой, найдите точку D такую, что $(AB,CD) = -2$. Найдите (BA,CD) , (AB,DC) , (BA,DC) , (CD,AB) , (AC,BD) , (AD, BC) , (BD,CA) .

домашнее задание , примерные вопросы:

Задача 1.3 Убедившись, что данные точки $A(1, 2, 3)$, $B(-3, 2, 4)$ и $C(-2,4, 7)$ лежат на одной прямой, найдите точку D такую, что $(AB,CD) = -2$. Найдите (BA,CD) , (AB,DC) , (BA,DC) , (CD,AB) , (AC,BD) , (AD, BC) , (BD,CA) .

устный опрос , примерные вопросы:

1. Понятие проективного пространства. Модели $P(V)$ проективного пространства. Проективные координаты. Согласование базиса. 2. Перспективное отображение прямой в пучок прямых. Расширенная прямая. Проективные координаты на прямой, однородные координаты на проективной прямой. 3. Перспективное отображение плоскости в связку прямых. Расширенная плоскость. Проективный репер на плоскости. Теорема о проективном репере. Однородные координаты на проективной плоскости. 4. Условие принадлежности трех точек прямой. Прямая на проективной плоскости. Параметрические уравнения прямой. Общее уравнение прямой на проективной плоскости. Особенности уравнения прямой по отношению к расположению относительно проективного репера. 5. Преобразования проективных координат. Простейшие свойства проективной плоскости и проективного пространства. 6. Принцип двойственности. 7. Теорема Дезарга. Построение сечений пространственных фигур с помощью теоремы Дезарга.

Тема 4. Элементы дифференциальной геометрии

дискуссия , примерные вопросы:

теория кривых для школьников

домашнее задание , примерные вопросы:

Задача . Найти асимптоты линий, заданных уравнениями в явном виде . Задача 1.3 Вычислить длину дуги между двумя точками M_1 и M_2 следующих линий: Составить уравнения касательных к следующей линии в указанной точке и найти в этой точке кривизну и кручение:

творческое задание , примерные вопросы:

Параметрические уравнения поверхностей второго порядка

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

1. Векторное пространство. Аксиомы векторного пространства (сложение векторов и умножение вектора на число). Некоторые следствия из аксиом. Необходимые и достаточные условия линейной зависимости системы векторов. Базис и размерность векторного пространства. Координаты вектора в базисе.
2. Отношения в множествах. Отображения и преобразования множеств. Классификация отображений. Изоморфизм векторных пространств. Арифметическая модель векторного пространства и метод координат. Теоремы о координатах суммы векторов и произведения вектора на число.
3. Координатный изоморфизм. Автоморфизмы векторного пространства. Матрица перехода от старого базиса к новому и ориентация векторного пространства. Отношение одноименности базисов. Теоремы, Формулы преобразования векторного пространства (координаты образа вектора в старом базисе). Преобразование координат вектора при замене базиса.
4. Аффинное пространство. Аксиомы Вейля и некоторые следствия из них. Изоморфизм аффинных пространств. Векторная модель аффинного пространства, арифметическая модель аффинного пространства.
5. Аффинная система координат и аффинные координаты точки. Теорема о координатах геометрического вектора. Формулы преобразования аффинных координат точки при замене аффинного репера.
6. Автоморфизм аффинного пространства. Аффинные преобразования. Формулы аффинного преобразования. Группа аффинных преобразований и ее инварианты.
7. Прямая линия в . Некоторые теоремы. Простое отношение трех точек и его свойства. Определение отрезка и луча. точек.
8. Прямая линия в . Различные формы записи уравнения прямой (векторное, параметрическое, каноническое, уравнение прямой, проходящей через две заданные точки). Взаимное расположение двух прямых на аффинной плоскости. (Теоремы.)

7.1. Основная литература:

Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Карчевский, Евгений Михайлович; Карчевский, Михаил Миронович, 2011 г.

Проективная геометрия и проективные метрики, Буземан, Герберт;Келли, Пол Дж., 2010г.
Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Антонов, Валерий Иванович;Лагунова, Марина Витальевна;Лобкова, Наталья Ивановна, 2013г.
Авилова Л.В., Болотюк В.А., Болотюк Л.А. Практикум и индивидуальные задания по векторной алгебре и аналитической геометрии (типовые расчеты)/ СПб.: Лань, 2013. - 288с. - ISBN: 978-5-8114-1485-7 . -
<http://e.lanbook.com/view/book/37330/>
Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры./ СПб.: Лань, 2009. - 512с. - ISBN: 978-5-8114-0908-2. - <http://e.lanbook.com/view/book/493/>

7.2. Дополнительная литература:

Задачи и упражнения по курсу дифференциальной геометрии и топологии. Ч. 1, , 2006г.
Задачи и упражнения по курсу дифференциальной геометрии и топологии, Ч. 2.
Методическое пособие, , 2008г.
Кадомцев С.Б.
Аналитическая геометрия и линейная алгебра: учебное пособие. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: Физматлит, 2011. - 168 с.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2187

7.3. Интернет-ресурсы:

Авилова Л.В., Болотюк В.А., Болотюк Л.А. Практикум и индивидуальные задания по векторной алгебре и аналитической геометрии (типовые расчеты)/ Изд-во Лань, 2013. - 288с. - ISBN: 978-5-8114-1485-7 . - <http://e.lanbook.com/view/book/37330/>
Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры./ Изд-во Лань, 2009. - 512с. - ISBN: 978-5-8114-0908-2. - <http://e.lanbook.com/view/book/493/>
Аналитическая геометрия. Постников М.М. - <http://e.lanbook.com/view/book/318/>
Задачи и упражнения по аналитической геометрии. Цубербиллер О.Н.Издательство: Лань. 2009г - <http://e.lanbook.com/view/book/430/>
Кадомцев С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра: учебное пособие. ? 2-е изд., испр. и доп. ? М.: Физматлит, 2011. ? 168 с. -
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2187

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Избранные вопросы геометрии" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Математические пакеты

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 050100.68 "Педагогическое образование" и магистерской программе Математика, информатика и информационные технологии в образовании .

Автор(ы):

Зарипов Ф.Ш. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Попов А.А. _____

"__" _____ 201__ г.