

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Минзарипов Р.Г.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Непрерывные математические модели М1.Б.3

Направление подготовки: 010400.68 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Лапин А.В.

**Рецензент(ы):**

Даутов Р.З.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2015

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Лапин А.В. кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики ,  
Alexandr.Lapin@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Рассматриваются современные численные методы решения задач линейной алгебры с разреженными матрицами большой размерности, а также методы решения краевых задач для стационарных и нестационарных многомерных дифференциальных уравнений и вариационных неравенств.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " М1.Б.3 Общенаучный" основной образовательной программы 010400.68 Прикладная математика и информатика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1 курсе, 1 семестр.

Данная дисциплина относится к общим профессиональным дисциплинам.

Читается на 1 курсе в 1 семестре для студентов, обучающихся в магистратуре по направлению "Прикладная математика и информатика".

Изучение основывается на результатах дисциплин "Математический анализ", "Алгебра и геометрия", "Уравнения математической физики", "Методы оптимизации".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов, теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным, профессиональным, социальным и этическим проблемам
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность решать задачи производственной и технологической деятельности на профессиональном уровне, включая разработку алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- итерационные методы решения систем нелинейных уравнений и задач оптимизации большой размерности.

2. должен уметь:

- программная реализация основных алгоритмов для решения систем нелинейных уравнений и задач оптимизации большой размерности.

3. должен владеть:

- базовые знания в области аппроксимации непрерывных моделей дискретными.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

- понимание круга прикладных задач, математическими моделями которых выступают уравнения в частных производных, вариационные неравенства и задачи оптимизации.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 1 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Методы математического моделирования. Примеры линейных краевых задач для уравнений в частных производных, моделирующих процессы механики и физики.	1	1	2	0	0	
2.	Тема 2. Примеры нелинейных краевых задач для уравнений в частных производных, в том числе, задач с ограничениями, математическими моделями которых являются задачи на минимум функционалов энергии или вариационные неравенства.	1	2	2	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Задачи оптимального управления правой частью и граничными условиями линейных эллиптических уравнений. Задачи с ограничениями на управление и состояние системы.	1	3	2	0	0	
4.	Тема 4. Дискретные модели, построенные на основе конечномерных аппроксимаций непрерывных моделей. Методы конечных разностей, конечных элементов и конечных объемов для линейных эллиптических задач. Основные свойства матриц дискретных моделей.	1	4-6	0	6	0	
5.	Тема 5. Сеточные аппроксимации нелинейных краевых задач, вариационных неравенств, задач оптимального управления. Основные свойства матриц и конечномерных операторов. Теоремы существования решений.	1	7	0	2	0	
6.	Тема 6. Краткий обзор методов решения систем линейных алгебраических уравнений с большими разреженными матрицами. Итерационные методы решения больших систем нелинейных уравнений -- метод Ньютона, его обобщения и модификации.	1	8	2	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
7.	Тема 7. Решение задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств большой размерности: итерационные методы для задач с положительно определенными матрицами.	1	9,10	2	2	0	отчет
8.	Тема 8. Решение задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств: обсуждение вопросов эффективности реализуемости методов, контроля точности вычислений и критериев окончания вычислительного процесса.	1	11,12	2	2	0	отчет
9.	Тема 9. Итерационные методы для задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств большой размерности с седловыми матрицами.	1	13,14	2	2	0	
	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	экзамен
	Итого			14	14	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Методы математического моделирования. Примеры линейных краевых задач для уравнений в частных производных, моделирующих процессы механики и физики.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Примеры линейных краевых задач для уравнений в частных производных, моделирующих процессы механики и физики.

**Тема 2. Примеры нелинейных краевых задач для уравнений в частных производных, в том числе, задач с ограничениями, математическими моделями которых являются задачи на минимум функционалов энергии или вариационные неравенства.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Примеры нелинейных краевых задач для уравнений в частных производных, в том числе, задач с ограничениями, математическими моделями которых являются задачи на минимум функционалов энергии или вариационные неравенства.

**Тема 3. Задачи оптимального управления правой частью и граничными условиями линейных эллиптических уравнений. Задачи с ограничениями на управление и состояние системы.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Задачи оптимального управления правой частью и граничными условиями линейных эллиптических уравнений. Задачи с ограничениями на управление и состояние системы.

**Тема 4. Дискретные модели, построенные на основе конечномерных аппроксимаций непрерывных моделей. Методы конечных разностей, конечных элементов и конечных объемов для линейных эллиптических задач. Основные свойства матриц дискретных моделей.**

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Построение дискретных моделей на основе конечномерных аппроксимаций непрерывных моделей: методы конечных разностей, конечных элементов и конечных объемов для линейных эллиптических задач. Основные свойства матриц дискретных моделей.

**Тема 5. Сеточные аппроксимации нелинейных краевых задач, вариационных неравенств, задач оптимального управления. Основные свойства матриц и конечномерных операторов. Теоремы существования решений.**

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Сеточные аппроксимации нелинейных краевых задач, вариационных неравенств, задач оптимального управления. Основные свойства матриц и конечномерных операторов. Теоремы существования решений.

**Тема 6. Краткий обзор методов решения систем линейных алгебраических уравнений с большими разреженными матрицами. Итерационные методы решения больших систем нелинейных уравнений -- метод Ньютона, его обобщения и модификации.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Краткий обзор методов решения систем линейных алгебраических уравнений с большими разреженными матрицами. Итерационные методы решения больших систем нелинейных уравнений -- метод Ньютона, его обобщения и модификации.

**Тема 7. Решение задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств большой размерности: итерационные методы для задач с положительно определенными матрицами.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Теоретические основы методов решения задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств большой размерности: итерационные методы для задач с положительно определенными матрицами.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Алгоритмы и программы, реализующие итерационные методы для задач с положительно определенными матрицами.

**Тема 8. Решение задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств: обсуждение вопросов эффективной реализуемости методов, контроля точности вычислений и критериев окончания вычислительного процесса.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Теоретические основы методов решения задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств: обсуждение вопросов эффективной реализуемости методов, контроля точности вычислений и критериев окончания вычислительного процесса.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Алгоритмы и программы, реализующие итерационные методы для задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств.

**Тема 9. Итерационные методы для задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств большой размерности с седловыми матрицами.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Итерационные методы для задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств большой размерности с седловыми матрицами: построение методов, исследование сходимости.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Алгоритмы и программы, реализующие итерационные методы для задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств большой размерности с седловыми матрицами

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
7.	Тема 7. Решение задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств большой размерности: итерационные методы для задач с положительно определенными матрицами.	1	9,10	подготовка к отчету	22	отчет
8.	Тема 8. Решение задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств: обсуждение вопросов эффективности реализуемых методов, контроля точности вычислений и критериев окончания вычислительного процесса.	1	11,12	подготовка к отчету	22	отчет
	Итого				44	

**5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения**

Обучение происходит в форме лекционных и практических занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи экзамена минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины "Непрерывные математические модели" на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

**Тема 1. Методы математического моделирования. Примеры линейных краевых задач для уравнений в частных производных, моделирующих процессы механики и физики.**

**Тема 2. Примеры нелинейных краевых задач для уравнений в частных производных, в том числе, задач с ограничениями, математическими моделями которых являются задачи на минимум функционалов энергии или вариационные неравенства.**

**Тема 3. Задачи оптимального управления правой частью и граничными условиями линейных эллиптических уравнений. Задачи с ограничениями на управление и состояние системы.**

**Тема 4. Дискретные модели, построенные на основе конечномерных аппроксимаций непрерывных моделей. Методы конечных разностей, конечных элементов и конечных объемов для линейных эллиптических задач. Основные свойства матриц дискретных моделей.**

**Тема 5. Сеточные аппроксимации нелинейных краевых задач, вариационных неравенств, задач оптимального управления. Основные свойства матриц и конечномерных операторов. Теоремы существования решений.**

**Тема 6. Краткий обзор методов решения систем линейных алгебраических уравнений с большими разреженными матрицами. Итерационные методы решения больших систем нелинейных уравнений -- метод Ньютона, его обобщения и модификации.**

**Тема 7. Решение задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств большой размерности: итерационные методы для задач с положительно определенными матрицами.**

отчет , примерные вопросы:

Постановка задачи, аппроксимация. Описание итерационного метода. Программа на ЭВМ, анализ результатов расчетов.

**Тема 8. Решение задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств: обсуждение вопросов эффективной реализуемости методов, контроля точности вычислений и критериев окончания вычислительного процесса.**

отчет , примерные вопросы:

Постановка задачи, аппроксимация. Описание итерационного метода. Программа на ЭВМ, анализ результатов расчетов.

**Тема 9. Итерационные методы для задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств большой размерности с седловыми матрицами.**

**Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

По данной дисциплине предусмотрено проведение экзамена. Примерные вопросы для экзамена:

Билет ♦ 1

1. Теорема об эквивалентности задачи минимизации, вариационного неравенства и включения
2. SOR-метод для вариационного неравенства с положительно определенной матрицей. Применение к сеточной задаче о препятствии.

Билет ♦ 2

1. Теорема существования решения у вариационного неравенства с положительно определенной матрицей.
2. Конечно-разностная аппроксимация одномерной задачи с ограничением на производную от решения

Билет ♦ 3

1. Задача о препятствии; ее аппроксимация по методу конечных элементов; алгебраическая формулировка, запись в виде включения
2. Комбинированный метод блочной релаксации-Узавы для общей седловой задачи.

Билет ♦ 4

1. Методы Якоби для вариационного неравенства с положительно определенной матрицей.
2. Конечно-разностная аппроксимация двумерной задачи с ограничением на градиент от решения.

Билет ♦ 5

1. Эквивалентные формулировки седловой задачи.
2. SOR-метод для сеточной задачи о препятствии.

### 7.1. Основная литература:

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. - М.: Изд-во Би-ном. Лаборатория знаний, 2008.
2. Даутов Р. З., Карчевский М.М. введение в теорию метода конечных элементов -- Казань: Изд-во КГУ, 2004.
3. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация - М,: Мир, 1985.
4. Ортега Дж., Рейнболдт В. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными - М.: Мир. 1975.
5. Гловински Р., Лионс Ж.-Л., Трёмольер Р. Численное исследование вариационных неравенств - М.: Мир, 1979.
6. Лапин А.В. Итерационные методы решения сеточных вариационных неравенств - Казань: Изд-во КГУ, 2008.

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. - М.: Наука, 1989.
2. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику. - М.: МФТИ, 1994
3. Самарский А.А., Николаев Е. С.. Методы решения сеточных уравнений М.: Нау-ка, 1978.

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Википедия - <http://ru.wikipedia.org>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.exponenta.ru>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>

Портал ресурсов по математике, алгоритмике и ИТ - <http://algotlist.manual.ru/>

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Непрерывные математические модели" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Лекции и практические занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.68 "Прикладная математика и информатика" и магистерской программе Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности .

Автор(ы):

Лапин А.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Даутов Р.З. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.