

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**Программа дисциплины**

**Методы решения интегральных уравнений M2.B.2**

Направление подготовки: 010200.68 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Методы математического и алгоритмического моделирования общенаучных и прикладных задач

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Агачев Ю.Р.

**Рецензент(ы):**

Галимянов А.Ф., Ожегова А.В.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Авхадиев Ф. Г.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 81725014

Казань

2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Агачев Ю.Р. Кафедра теории функций и приближений отделение математики, [Juriy.Agachev@kpfu.ru](mailto:Juriy.Agachev@kpfu.ru)

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) "Методы решения интегральных уравнений" являются: изучение вопросов построения приближенных решений различных классов линейных интегральных уравнений прямыми методами, а также сходимости построенных приближенных решений к точному решению соответствующего уравнения. В результате освоения курса выпускник должен: понимать идеи, лежащие в основе исследования вопросов построения и разрешимости приближенных уравнений; обладать теоретическими знаниями обоснования вычислительных схем прямых (проекторных) методов для различных классов линейных интегральных уравнений

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " М2.В.2 Профессиональный" основной образовательной программы 010200.68 Математика и компьютерные науки и относится к вариативной части. Осваивается на 2 курсе, 3 семестр.

Дисциплина входит в часть курсов по выбору профессионального цикла. Для изучения и освоения дисциплины нужны первоначальные знания из курсов математического анализа, функционального анализа, линейной алгебры, интегральных уравнений, численных методов, вариационного исчисления и методов оптимизации. Знания и умения, приобретенные студентами в результате изучения дисциплины, будут использоваться при выполнении магистерских работ, связанных с решением конкретных прикладных задач, моделируемых в виде линейных регулярных и сингулярных интегральных уравнений. Осваивается на первом курсе (2 семестр).

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-10 (общекультурные компетенции)	умение быстро находить, анализировать и грамотно контекстно обрабатывать научно-техническую, естественнонаучную и общенаучную информацию, приводя ее к проблемно-задачной форме
ОК-7 (общекультурные компетенции)	значительные навыки самостоятельной научно-исследовательской работы
ОК-9 (общекультурные компетенции)	способность понимать сущность и значение информации в развитии современного общества, соблюдать основные требования информационной безопасности, в том числе защиты государственных интересов и приоритетов
ПК-14 (профессиональные компетенции)	навыки контекстной обработки информации
ПК-15 (профессиональные компетенции)	способность передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженной в терминах предметной области изучавшегося явления

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-7 (профессиональные компетенции)	умение грамотно пользоваться языком предметной области
ПК-9 (профессиональные компетенции)	знание корректных постановок классических задач

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

суть основных прямых методов решения линейных интегральных уравнений первого и второго родов

2. должен уметь:

строить вычислительные схемы известных прямых методов для линейных интегральных уравнений и дать их обоснование

3. должен владеть:

методикой обоснования прямых и проекционных методов решения линейных интегральных уравнений первого и второго родов

4. должен продемонстрировать способность и готовность:

строить вычислительные схемы прямых методов решения различных классов интегральных уравнений и дать их строгое математическое обоснование

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 3 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Некоторые сведения из общей теории приближенных методов анализа и теории приближения функций	3	1	0	0	3	устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Приближенные методы решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода в периодическом случае	3	2-5	0	0	10	тестирование
3.	Тема 3. Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра второго рода в неперіодическом случае	3	5-8	0	0	10	тестирование
4.	Тема 4. Слабосингулярные интегральные уравнения второго рода	3	8-10	0	0	6	контрольная работа
5.	Тема 5. Интегральные уравнения первого рода	3	11-13	0	0	10	контрольная работа
6.	Тема 6. Сингулярные интегральные уравнения с ядрами Коши и Гильберта	3	14-16	0	0	9	тестирование
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	зачет
	Итого			0	0	48	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Некоторые сведения из общей теории приближенных методов анализа и теории приближения функций

###### *лабораторная работа (3 часа(ов)):*

Некоторые сведения из общей теории приближенных методов анализа и теории приближения функций

##### Тема 2. Приближенные методы решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода в периодическом случае

###### *лабораторная работа (10 часа(ов)):*

Методы Галеркина и наименьших квадратов. Сходимость в среднем. Метод коллокации. Сходимость в среднем. Сходимость в узлах и равномерная сходимость. Метод подобластей. Сходимость в среднем и следствия. Метод механических квадратур. Сходимость в среднем, в узлах и равномерная сходимость

##### Тема 3. Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра второго рода в неперіодическом случае

###### *лабораторная работа (10 часа(ов)):*

Об особенностях неперіодического случая. Прямые полиномиальные методы. Прямые сплайновые методы

#### Тема 4. Слабосингулярные интегральные уравнения второго рода

##### лабораторная работа (6 часа(ов)):

Свойства слабосингулярного интегрального оператора и решения слабосингулярного интегрального уравнения. Приближенные методы решения слабосингулярных уравнений в периодическом и непериодическом случаях. О сверхсходимости методов

#### Тема 5. Интегральные уравнения первого рода

##### лабораторная работа (10 часа(ов)):

Методы решения слабосингулярных уравнений с интегральным оператором в главной части с логарифмическим и полярным разностными ядрами

#### Тема 6. Сингулярные интегральные уравнения с ядрами Коши и Гильберта

##### лабораторная работа (9 часа(ов)):

Краевые задачи Римана и Гильберта. Сведение к ним сингулярных интегральных уравнений. Методы решения сингулярных уравнений

### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Некоторые сведения из общей теории приближенных методов анализа и теории приближения функций	3	1	подготовка к устному опросу	8	устный опрос
2.	Тема 2. Приближенные методы решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода в периодическом случае	3	2-5	подготовка к тестированию	18	тестирование
3.	Тема 3. Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра второго рода в непериодическом случае	3	5-8	подготовка к тестированию	20	тестирование
4.	Тема 4. Слабосингулярные интегральные уравнения второго рода	3	8-10	подготовка к контрольной работе	14	контрольная работа
5.	Тема 5. Интегральные уравнения первого рода	3	11-13	подготовка к контрольной работе	16	контрольная работа
6.	Тема 6. Сингулярные интегральные уравнения с ядрами Коши и Гильберта	3	14-16	подготовка к тестированию	20	тестирование
	Итого				96	

## **5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения**

Применение традиционной образовательной технологии в форме семинарских занятий, проведение контрольных мероприятий (зачета, промежуточного тестирования, контрольной работы)

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Некоторые сведения из общей теории приближенных методов анализа и теории приближения функций**

устный опрос , примерные вопросы:

Некоторые сведения из общей теории приближенных методов анализа и теории приближения функций

### **Тема 2. Приближенные методы решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода в периодическом случае**

тестирование , примерные вопросы:

Методы Галеркина и наименьших квадратов. Сходимость в среднем. Метод коллокации. Сходимость в среднем. Сходимость в узлах и равномерная сходимость. Метод подобластей. Сходимость в среднем и следствия. Метод механических квадратур. Сходимость в среднем, в узлах и равномерная сходимость

### **Тема 3. Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра второго рода в неперіодическом случае**

тестирование , примерные вопросы:

Прямые полиномиальные методы. Прямые сплайновые методы

### **Тема 4. Слабосингулярные интегральные уравнения второго рода**

контрольная работа , примерные вопросы:

Приближенные методы решения слабосингулярных уравнений в периодическом и неперіодическом случаях

### **Тема 5. Интегральные уравнения первого рода**

контрольная работа , примерные вопросы:

Методы решения слабосингулярных уравнений с интегральным оператором в главной части с логарифмическим и полярным разностными ядрами

### **Тема 6. Сингулярные интегральные уравнения с ядрами Коши и Гильберта**

тестирование , примерные вопросы:

Краевые задачи Римана и Гильберта. Сведение к ним сингулярных интегральных уравнений. Методы решения сингулярных уравнений

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

Примерные зачетные вопросы:

1. Метод механических квадратур решения периодического интегрального уравнения второго рода.
2. Метод подобластей для неперіодических интегральных уравнений Вольтерра второго рода.
3. Метод коллокации решения периодического интегрального уравнения первого рода с логарифмическим разностным ядром в главной части.
4. Метод сплайн-коллокации нулевой степени решения слабосингулярного интегрального уравнения второго рода.



## 5. Метод коллокации решения сингулярного интегрального уравнения с ядром Коши на единичной окружности

### 7.1. Основная литература:

Численные методы. Основы научных вычислений, Зализняк, Виктор Евгеньевич, 2012г.

Математические методы исследования задач электродинамики, Смирнов, Юрий Геннадьевич, 2009г.

3. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. - 7-е изд. (электронное). - М.: Бином. Лаборатория знаний, 2012. - 636 с.; ISBN 978-5-9963-0802-6 // [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=4397](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4397)

4. Колмогоров, А. Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. - 7-е изд. - М. : Физматлит, 2009. - 572 с.; ISBN 978-5-9221-0266-7// [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2206](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2206)

### 7.2. Дополнительная литература:

Прямые и проекционные методы решения слабосингулярных интегральных уравнений 1-го рода, Габдулхаев, Билсур Габдулхаевич, 2006г.

Функциональный анализ, Канторович, Леонид Витальевич;Акилов, Глеб Павлович, 2004г.

3. Вайникко Г., Педас А., Уба П. Методы решения слабо-сингулярных интегральных уравнений. - Тарту: Изд-во Тартус. ун-та, 1984.

4. Габдулхаев Б.Г. Оптимальные аппроксимации решений линейных задач. - Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1980.

5. Габдулхаев Б.Г. Прямые методы решения сингулярных интегральных уравнений первого рода:Числ.анализ. - Казань: Изд-во Казан.ун-та, 1994.

6. Габдулхаев Б.Г. Численный анализ сингулярных интегральных уравнений: Избранные главы. - Казань: Изд-во Казан.ун-та, 1995.

7. Даугавет И.К. Теория приближенных методов. Линейные уравнения. - 2-е изд., перераб. и доп. - СПб.: БХВ-Петербург, 2006. - 288 с.; ISBN 5-94157-737-0 // <http://www.znaniyum.com/bookread.php?book=349979>

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Сайт матмеха Санкт-Петербургского госуниверситета - <http://www.math.spbu.ru>

Сайт мехмата МГУ - <http://www.math.msu.ru>

Сайт Новосибирского госуниверситета - <http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/opt.html>

Сайт Южного федерального университета - <http://open-edu.sfedu.ru/pub/1650>

Федеральный портал Российское образование - [http://window.edu.ru/catalog?p\\_rubr=2.2.74.12.51](http://window.edu.ru/catalog?p_rubr=2.2.74.12.51)

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Методы решения интегральных уравнений" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебные аудитории для проведения семинарских занятий

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010200.68 "Математика и компьютерные науки" и магистерской программе Методы математического и алгоритмического моделирования общенаучных и прикладных задач .

Автор(ы):

Агачев Ю.Р. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Галимянов А.Ф. \_\_\_\_\_

Ожегова А.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.