

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**

Спектральная теорема// Квазиконформные отображения БЗ.ДВ.4

Направление подготовки: 010100.62 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Насыров С.Р.

**Рецензент(ы):**

Луговая Г.Д.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Насыров С. Р.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_г

Регистрационный No 817245514

Казань  
2014

## **Содержание**

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, д.н. (профессор) Насыров С.Р. Кафедра математического анализа отделение математики , Samyon.Nasyrov@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины "Квазиконформные отображения" является изучение основных понятий и результатов теории плоских квазиконформных отображений, овладение основными методами теории и умение применять полученные знания в геометрической теории функций комплексного переменного.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.ДВ.4 Профессиональный" основной образовательной программы 010100.62 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 8 семестр.

Дисциплина входит в вариативную часть профессионального цикла.

Получаемые знания необходимы для понимания других дисциплин по выбору бакалавриата по направлению "Математика" , а также образуют фундамент при изучении актуального раздела современного комплексного анализа "Геометрическая теория функций комплексного переменного". Слушатели должны владеть знаниями по дисциплинам математический анализ, функциональный анализ, комплексный анализ.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-10 (общекультурные компетенции)	умение находить, анализировать и контекстно обрабатывать научно-техническую информацию
ОК-7 (общекультурные компетенции)	обладать исследовательскими навыками
ОК-8 (общекультурные компетенции)	способностью приобретать новые знания, используя современные образовательные и информационные технологии
ПК-17 (профессиональные компетенции)	Умение извлекать полезную научно-техническую информацию из электронных библиотек, реферативных журналов, сети Интернет
ПК-21 (профессиональные компетенции)	владеть методами математического и алгоритмического моделирования при анализе теоретических проблем и задач
ПК-22 (профессиональные компетенции)	владение проблемно-задачной формой представления математических знаний

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия и результаты теории квазиконформных отображений (плоское квазиконформное отображение, экстремальная длина семейства кривых, уравнение Бельтрами, М-условие).

2. должен уметь:

вычислять и оценивать локальные и глобальные характеристики квазиконформных отображений, экстремальные длины семейств кривых, проверять, являются ли плоские кривые квазикоусностями или квазипрямыми. Уметь применять метод экстремальных длин семейств кривых к исследованию граничного соответствия и характеристик конформных отображений.

3. должен владеть:

основными идеями и методами теории плоских квазиконформных отображений.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

к использованию теории квазиконформных отображений и метода экстремальных длин семейств кривых при решении экстремальных задач теории функций.

### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных(ые) единиц(ы) 216 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет и экзамен в 8 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

#### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Понятие гладкого плоского квазиконформного отображения	8	1-3	12	12	0	устный опрос
2.	Тема 2. Экстремальная длина семейства кривых	8	4-5	8	8	0	устный опрос
3.	Тема 3. Геометрическое и аналитическое определения общего квазиконформного отображения.	8	6-7	8	8	0	тестирование устный опрос
4.	Тема 4. Теорема Мори	8	8-9	8	8	0	устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
5.	Тема 5. Граничное соответствие при квазиконформных отображениях	8	10-12	12	12	0	устный опрос
6.	Тема 6. Уравнение Бельтрами	8	13-14	8	8	0	устный опрос
	Тема . Итоговая форма контроля	8		0	0	0	экзамен зачет
	Итого			56	56	0	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Понятие гладкого плоского квазиконформного отображения

#### **лекционное занятие (12 часа(ов)):**

Понятия гладкого квазиконформного отображения, дилатации, искажения бесконечно малых окружностей. Основные локальные характеристики отображений.

#### **практическое занятие (12 часа(ов)):**

Построение конкретных примеров квазиконформных отображений. подсчет локальный характеристик квазиконформных отображений.

### Тема 2. Экстремальная длина семейства кривых

#### **лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Экстремальная длина семейств кривых. Искажение при квазиконформных отображениях. Метод симметрии.

#### **практическое занятие (8 часа(ов)):**

Вычисление экстремальных длин семейств кривых в прямоугольнике, в круговом кольце. Применение экстремальных длин при оценке искажений при конформных и квазиконформных отображениях.

### Тема 3. Геометрическое и аналитическое определения общего квазиконформного отображения.

#### **лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Геометрическое определение квазиконформности. Аналитическое определение квазиконформности и его модификации. Функции с обобщенными производными и квазиконформные отображения. Функции, абсолютно непрерывные на почти всех линиях.

#### **практическое занятие (8 часа(ов)):**

Построение примеров негладких квазиконформных отображений. Нахождение характеристик и обобщенных производных негладких квазиконформных отображений.

### Тема 4. Теорема Мори

#### **лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Теорема искажения для квазиконформных отображений. Гельдеровость квазиконформных отображений единичного круга. Критерии нормальности семейств отображений.

#### **практическое занятие (8 часа(ов)):**

Вспомогательные экстремальные задачи. Задачи Греча, Тейхмюллера, Мори. Применение техники модулей и эллиптических функций при решении этих экстремальных задач.

### Тема 5. Граничное соответствие при квазиконформных отображениях

#### **лекционное занятие (12 часа(ов)):**

М-условие и его следствия. Квазикруги и квазипрямые. Их геометрическая характеристика. применение теоремы о четверке точек.

**практическое занятие (12 часа(ов)):**

Проверка квазиконформности различных плоских кривых. Нахождение геометрических характеристик плоских кривых, позволяющих судить об их квазиконформности.

**Тема 6. Уравнение Бельтрами**

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Исследование разрешимости уравнения Бельтрами. свойства интегральных операторов на плоскости, их обобщенные производные. Применение теоремы Рисса-Торина о выпуклости при нахождении нормы сингулярного оператора.

**практическое занятие (8 часа(ов)):**

Изучение свойств сингулярных интегральных операторов. Применение принципа сжимающих отображений при исследовании разрешимости интегральных уравнений.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Понятие гладкого плоского квазиконформного отображения	8	1-3	самостоятельное построение примеров	14	устный опрос
2.	Тема 2. Экстремальная длина семейства кривых	8	4-5	построение иллюстрирующих примеров	10	проверка письменных решений
3.	Тема 3. Геометрическое и аналитическое определения общего квазиконформного отображения.	8	6-7	повторение свойств функций с обобщенными производными	10	устный опрос
4.	Тема 4. Теорема Мори	8	8-9	Построение экстремальных областей	10	проверка письменных решений
5.	Тема 5. Граничное соответствие при квазиконформных отображениях	8	10-12	построение примеров	14	проверка письменных решений
6.	Тема 6. Уравнение Бельтрами	8	13-14	Изучение свойств интегральных операторов	10	устный опрос
	Итого				68	

**5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения**

Лекции, практические занятия, зачет, экзамен. В течение семестра студенты решают контрольные задания, указанные преподавателем, к каждому лабораторному занятию, разбирают заданный теоретический материал по предложенным темам и докладывают его на семинарских занятиях. К экзамену допускаются студенты, показавшие положительные результаты по текущей работе в течение семестра.



## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Понятие гладкого плоского квазиконформного отображения**

устный опрос , примерные вопросы:

Проверка овладения студентами основными понятиями: гладкость отображения, квазиконформность, характеристики.

### **Тема 2. Экстремальная длина семейства кривых**

проверка письменных решений , примерные вопросы:

Проверка овладения студентами основными понятиями: эстремальная длина, модуль, свойства модулей.

### **Тема 3. Геометрическое и аналитическое определения общего квазиконформного отображения.**

устный опрос, примерные вопросы:

Проверка овладения студентами основными понятиями: пространства Соболева, геометрическое и аналитическое определение квазиконформности в различных вариантах.

### **Тема 4. Теорема Мори**

проверка письменных решений , примерные вопросы:

Проверка овладения студентами основными понятиями: вспомогательные экстремальные задачи, формулировка теоремы Мори, ее следствия.

### **Тема 5. Граничное соответствие при квазиконформных отображениях**

проверка письменных решений , примерные вопросы:

Выполнение тестов на проверку квазиконформности различных квазиконформных отображений.

### **Тема 6. Уравнение Бельтрами**

устный опрос , примерные вопросы:

Проверка овладения студентами основными понятиями: уравнение Бельтрами, комплексная дилатация, свойства сингулярных интегральных операторов.

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

все виды текущего контроля успеваемости и аттестации по итогам освоения дисциплины оцениваются по 100-балльной рейтинговой системе, принятой к КФУ. Экзамены оцениваются переводом набранных по дисциплине баллов в оценки: неудовлетворительно, посредственно, удовлетворительно, хорошо, очень хорошо, отлично. Программы зачета и экзамена приведены в Приложении 1.

Примерный вариант билета для итогового контроля.

1. Дилатация квазиконформного отображения.
2. Эквивалентность геометрического и аналитического определений квазиконформности.
3. М-условие.

### **7.1. Основная литература:**

1. Шабунин М.И. Сидоров Ю.В. - Теория функций

комплексного переменного. - М.:Бином. Лаборатория знаний, 2013. - 248с. //

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=42610](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=42610)

2. И.И. Привалов. Введение в теорию функций комплексного переменного. Санкт-Петербург:

Лань, 2009. - 432 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=322](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=322)

3. Теория функций комплексной переменной: учебник для вузов / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов. ?Издание 6-е, стереотипное. ?Москва: Физматлит, 2010. ?336 с.

4. Теория функций комплексной переменной: учебник для вузов / А. Г. Свешников, АН. Тихонов. ?Издание 6-е, стереотипное. ?Москва: Физматлит, 2010. ?336 с.

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=48167](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=48167)

## **7.2. Дополнительная литература:**

1. Теория функций вещественной переменной: учебник для вузов / И. П. Натансон. ?Изд. 5-е, стереотип.. ?Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2008. ?560 с.

2. Теория функций вещественной переменной: учебник для вузов / И. П. Натансон. ?Изд. 5-е, стереотип.. ?Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2008. ?560 с.

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=284](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=284)

3. Введение в геометрическую теорию функций: [учебное пособие] / Ф. Г. Авхадиев. ?Казань: Казанский университет, 2012. ?127 с.

<http://kpfu.ru/math/elektronnye-resursy/uchebnye-i-metodicheskie-materialy/uchebnye-i-metodicheskie-ma>

## **7.3. Интернет-ресурсы:**

Водопьянов С.К. О регулярности отображений, обратных соболевским -

<http://elibrary.ru/item.asp?id=19066320>

Евграфов М.А. Аналитические функции. -

[http://lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=45&pl1\\_id=134](http://lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=45&pl1_id=134)

Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. Т.1. -

[http://lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=45&pl1\\_id=253](http://lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=45&pl1_id=253)

Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. Т.2. -

[http://lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=45&pl1\\_id=252](http://lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=45&pl1_id=252)

Миклюков В.М. Функции весовых классов Соболева. - <http://elibrary.ru/item.asp?id=19462482>

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Спектральная теорема// Квазиконформные отображения" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Используются компьютеры с установленными пакетами "Математика" для иллюстрации разбираемых на занятиях примеров.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.62 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .



Автор(ы):

Насыров С.Р. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Луговая Г.Д. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.