

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Талорский Д.А.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

**Программа дисциплины**  
Теория случайных процессов Б3.В.5

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Теория вероятностей и математическая статистика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Никифорова Л.П., Кареев И.А.

**Рецензент(ы):**

Гумеров Р.Н.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 942415

Казань  
2015

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) ассистент, к.н. Кареев И.А. кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики , IAKareev@kpfu.ru ; заместитель директора по воспитательной и социальной работе Никифорова Л.П. Директорат Института ВМ и ИТ Институт вычислительной математики и информационных технологий

### 1. Цели освоения дисциплины

Целью курса является систематическое изучение основных понятий и методов теории случайных процессов, которые используются в качестве математических моделей широкого круга явлений в технике, экономике, физике и других разделах естествознания. Особое внимание уделяется постановке и методам решения задач для основных классов случайных процессов.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.В.5 Профессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к вариативной части. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Дисциплина "Теория случайных процессов" входит в базовую часть математического и естественнонаучного цикла подготовки бакалавра по направлению "Прикладная математика и информатика" и является разделом Б3.В.5 ООП.

Логическая и содержательно - методическая взаимосвязь с другими дисциплинами и частями ООП выражается в следующем.

Курс "Теория случайных процессов" существенно использует многие разделы курсов "Теория вероятностей и математическая статистика", "Математический анализ", "Алгебра и геометрия", "Математические основы стохастики", "Функциональный анализ".

Дисциплина "Теория случайных процессов" является основой для специального курса "Статистика случайных процессов".

Дисциплина изучается на 4 курсе обучения.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии; 2) В проектной и производственно-технологической деятельности
ПК-6 (профессиональные компетенции)	способность осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в сети Интернет и из других источников
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность приобретать и использовать организационно-управленческие навыки в профессиональной и социальной деятельности

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные понятия и методы элементарной математики, математического анализа; теории вероятностей и математической статистики, алгебры и геометрии; математических основ стохастики; функционального анализа.

2. должен уметь:

- вычислять вероятности элементарных событий;
- вычислять условные вероятности;
- находить основные характеристики случайных величин;
- использовать основные алгебраические тождества для преобразования алгебраических выражений;
- решать линейные и квадратичные уравнения и неравенства;
- находить интегралы и производные;
- доказывать математические утверждения;

3. должен владеть:

- методами теории вероятностей и математической статистики;
- приемами вычислений интегралов и производных;
- навыками использования математических справочников.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять на практике основные методы теории случайных процессов

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Основные понятия теории случайных процессов.	7	1	0	0	5	реферат

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Стационарные (в узком смысле) случайные последовательности и эргодическая теория	7	2-4	0	0	5	реферат
3.	Тема 3. Марковские моменты и связанные с ними сигма-алгебры	7	5	0	0	5	реферат
4.	Тема 4. Процессы с независимыми приращениями	7	6-8	0	0	5	реферат
5.	Тема 5. Марковские процессы	7	9-12	0	0	5	реферат
6.	Тема 6. Стационарные процессы (в широком смысле)	7	13-15	0	0	5	реферат
7.	Тема 7. Стохастический интеграл	7	16-18	0	0	6	реферат
	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	зачет
	Итого			0	0	36	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Основные понятия теории случайных процессов.

#### *лабораторная работа (5 часа(ов)):*

Обзор методов теории случайных процессов. Важнейшие классы случайных процессов.

### Тема 2. Стационарные (в узком смысле) случайные последовательности и эргодическая теория

#### *лабораторная работа (5 часа(ов)):*

Стационарные случайные процессы. Связи между теорией стационарных случайных процессов и эргодической теорией. Сохраняющие меру преобразования. Динамические системы. Теорема Пуанкаре о возвращении. Эргодичность и перемешивание. Критерии эргодичности. Эргодичность классических теоретикочисловых преобразований. Максимальная эргодическая теорема. Индивидуальная эргодическая теорема Биркгофа-Хинчина. Эргодическая теорема в среднем. Эргодическая теорема для стационарных случайных последовательностей. Эргодичность стационарных последовательностей с исчезающей корреляцией. УЗБЧ Колмогорова.

### Тема 3. Марковские моменты и связанные с ними сигма-алгебры

#### *лабораторная работа (5 часа(ов)):*

Марковские моменты и связанные с ними сигма-алгебры. Моменты первого достижения. Закон нуля или единицы Колмогорова.

### Тема 4. Процессы с независимыми приращениями

#### *лабораторная работа (5 часа(ов)):*

Безгранично делимые распределения и процессы с независимыми приращениями. Характеристические функции безгранично делимых распределений и процессов с независимыми приращениями. Траектории стохастически непрерывных однородных процессов с независимыми приращениями. Траектории пуассоновского процесса. Свойства траекторий винеровского процесса. Описание класса однородных процессов с независимыми приращениями. Теорема Колмогорова о существовании непрерывной модификации процесса.

### **Тема 5. Марковские процессы**

#### **лабораторная работа (5 часа(ов)):**

Марковские процессы. Цепи Маркова. Переходные вероятности. Переходные функции. Однородные марковские процессы. Эргодическая теорема для цепей Маркова. Прямая и обратная системы уравнений Колмогорова. Системы массового обслуживания. Формулы Эрланга.

### **Тема 6. Стационарные процессы (в широком смысле)**

#### **лабораторная работа (5 часа(ов)):**

Процессы второго порядка. Свойства ковариационных функций. Непрерывность в среднем квадратическом. Эргодическая теорема для процессов второго порядка. Процессы с ортогональными приращениями и их ковариационные функции. Стационарные процессы второго порядка. Непрерывность. Свойства ковариационных функций. Теорема Бохнера. Спектральная теорема. Следствия. Эргодическая теорема для стационарных последовательностей второго порядка.

### **Тема 7. Стохастический интеграл**

#### **лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Стохастические интегралы в среднем квадратическом. Стохастические интегралы по процессу с ортогональными приращениями. Стохастический интеграл Ито.

## **4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

<b>N</b>	<b>Раздел Дисциплины</b>	<b>Семестр</b>	<b>Неделя семестра</b>	<b>Виды самостоятельной работы студентов</b>	<b>Трудоемкость (в часах)</b>	<b>Формы контроля самостоятельной работы</b>
1.	Тема 1. Основные понятия теории случайных процессов.	7	1	изучение дополнительной литературы по теме	5	реферат
2.	Тема 2. Стационарные (в узком смысле) случайные последовательности и эргодическая теория	7	2-4	изучение дополнительной литературы по теме	5	реферат
3.	Тема 3. Марковские моменты и связанные с ними сигма-алгебры	7	5	изучение дополнительной литературы по теме	5	реферат
4.	Тема 4. Процессы с независимыми приращениями	7	6-8	изучение дополнительной литературы по теме	5	проверочная работа
5.	Тема 5. Марковские процессы	7	9-12	изучение дополнительной литературы по теме	5	реферат

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
6.	Тема 6. Стационарные процессы (в широком смысле)	7	13-15	изучение дополнительной литературы по теме	5	реферат
7.	Тема 7. Стохастический интеграл	7	16-18	изучение дополнительной литературы по теме	6	контрольная работа
	Итого				36	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Чтение лекций по данной дисциплине проводится традиционным способом.

Студентам предоставляется возможность для самоподготовки и подготовки к экзамену использовать электронный вариант конспекта лекций, подготовленный преподавателем в соответствии с планом лекций.

При работе используется диалоговая форма ведения лекций с постановкой и решением проблемных задач, обсуждением дискуссионных моментов и т.д.

При проведении коллоквиумов студентам предлагается ответить на некоторые теоретические вопросы по курсу лекций и решить задачи, содержащие элементы научных исследований, которые могут потребовать углубленной самостоятельной проработки теоретического материала.

При организации внеаудиторной самостоятельной работы по данной дисциплине преподавателю рекомендуется использовать следующие ее формы:

- решение студентом самостоятельных задач обычной сложности, направленных на закрепление знаний и умений;
- выполнение индивидуальных заданий повышенной сложности, направленных на развитие у студентов научного мышления и инициативы.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Основные понятия теории случайных процессов.

реферат , примерные темы:

Изложение важнейших свойств гауссовских случайных процессов, процессов с независимыми приращениями, стационарных процессов (в узком и широком смысле).

### Тема 2. Стационарные (в узком смысле) случайные последовательности и эргодическая теория

реферат , примерные темы:

Изложение основных свойств стационарных (в узком смысле) случайных процессов. Выявление их связи с эргодической теоремой. Описание сохраняющих меру преобразований. Изложение эргодической теоремы для стационарных (в узком смысле) процессов.

### Тема 3. Марковские моменты и связанные с ними сигма-алгебры

реферат , примерные темы:

Изложение определения и основных свойств марковских моментов и связанных с ними сигма-алгебр. Изложение закона нуля и единицы Колмогорова.

### Тема 4. Процессы с независимыми приращениями

проверочная работа , примерные вопросы:

Решение теоретических задач по изученным темам и краткое изложение основных свойств процессов с независимыми приращениями.

### **Тема 5. Марковские процессы**

реферат, примерные темы:

Изложение определения и основных свойств марковских процессов. Описание классификации марковских цепей.

### **Тема 6. Стационарные процессы (в широком смысле)**

реферат, примерные темы:

Изложение основных свойств стационарных в широком смысле процессов. Описание основных классов случайных процессов, обладающих свойством стационарности в широком смысле. Изложение эргодической теоремы для процессов второго порядка.

### **Тема 7. Стохастический интеграл**

контрольная работа, примерные вопросы:

Решение теоретических задач по изученным темам и краткое изложение построения стохастических интегралов и интеграла Ито.

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

Всего по текущей работе студент может набрать 50 баллов, в том числе:

контрольные работы - всего 50 баллов.

Студент допускается к зачёту, если он набрал по текущей работе не менее 28 баллов.

Минимальное количество баллов по каждому из видов текущей работы составляет половину от максимального.

Вопросы к зачёту:

1. Основные классы случайных процессов и их свойства.
2. Марковские моменты и их свойства. Сигма-алгебры, связанные с марковскими моментами.
3. Марковские цепи, основные определения и свойства. Классификация марковских цепей в соответствии с арифметическими свойствами переходных вероятностей.
4. Классификация марковских цепей в соответствии с предельными свойствами переходных вероятностей.
5. Процессы с независимыми приращениями. Связь процессов с независимыми приращениями и бесконечно делимых распределений.
6. Определение процессов с непрерывным временем. Примеры процессов с независимыми приращениями и основные свойства.
7. Свойства гауссовских процессов.
8. Свойства пуассоновских процессов. Обобщённый пуассоновский процесс.
9. Определение стохастических интегралов. Ортогональные меры.

Задачи к зачёту:

1. Построить наилучший в среднеквадратичном прогноз для стандартного винеровского процесса для момента времени  $k+5$ , если известно, что в момент времени  $k \geq 1$  он равен 5.
2. Доказать, что нормальное распределение - бесконечно делимо.
3. Построить прогноз значения однородной марковской цепи на шаг вперёд для заданной таблицы распределений.
4. Произвести классификацию данной марковской цепи, определить все возвратные состояния.
5. Доказать, что момент  $n$ -го достижения множества есть марковский момент.
6. Найти распределение стохастического интеграла от 0 до 1 стандартного винеровского процесса относительно стандартного винеровского процесса.
7. Найти распределение случайной величины  $w(8) - w(4)$ , где  $w(t)$  - стандартный винеровский процесс.

### 7.1. Основная литература:

1.Кобзарь, Александр Иванович (1941-) .

Прикладная математическая статистика : для инженеров и науч. работников / А.И. Кобзарь .? Москва : Физматлит, 2006 .? 813 с.

2.Бородин А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. - СПб.: Лань, 2011. - 256с. ЭБС "Лань":[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2026](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2026)

3.Боровков А.А. Математическая статистика.- СПб.: Лань, 2010. - 704 с. ЭБС "Лань":  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=381](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=381)

4.Свешников А.А. Прикладные методы теории вероятностей.- СПб.: Лань, 2012. - 480 с. ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=318](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=318)

5.Свешников А.А. Прикладные методы теории марковских процессов.- СПб.: Лань, 2007. - 192 с. ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=590](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=590)

6.Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций.- СПб.: Лань, 2011. - 464с ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=656](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=656)

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Теория вероятностей и математическая статистика, Андронов, Александр Михайлович;Гринглаз, Леонид Яковлевич;Копытов, Евгений Александрович, 2004г.

2. Булинский А.В., Ширяев А.Н. Теория случайных процессов. - М.: Физматлит, 2003.

3. Дуб Дж.Л. Вероятностные процессы. - М.: ИЛ, 1956.

4. Карлин С. Основы теории случайных процессов. - М.: Мир, 1971.

5. Крамер Г., Лидбеттер М. Стационарные случайные процессы. - М.: Мир, 1969.

6. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Задачи и упражнения по теории вероятностей. М.: Академия, 2005. - 448 с.

### 7.3. Интернет-ресурсы:

БСЭ о теории случайных процессов -

<http://slovari.yandex.ru/~%D0%BA%D0%BD%D0%B8%D0%B3%D0%B8/%D0%91%D0%A1%D0%AD/>

лекции по теории случайных процессов -

[http://kyrator.com.ua/index.php?option=com\\_content&view=article&id=824:1235&catid=10&Itemid=119](http://kyrator.com.ua/index.php?option=com_content&view=article&id=824:1235&catid=10&Itemid=119)

лекции по теории случайных процессов -

[http://gendocs.ru/v9211/%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%B8\\_-\\_D1%82%D0%B5%](http://gendocs.ru/v9211/%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%B8_-_D1%82%D0%B5%)

материалы по теории случайных процессов -

<http://student48.ru/materials.php?semestr=none&predmet=tsp>

случайные процессы - [http://scask.ru/book\\_brts.php?id=32](http://scask.ru/book_brts.php?id=32)

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Теория случайных процессов" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

занятия проводятся как в обычной аудитории, так и в компьютерном классе, оснащенном пакетом "Математика"

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Теория вероятностей и математическая статистика .

Автор(ы):

Никифорова Л.П. \_\_\_\_\_

Кареев И.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Гумеров Р.Н. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.