

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Отделение развития территорий



подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
Линейная алгебра Б2.Б.2

Направление подготовки: 080100.62 - Экономика

Профиль подготовки: Региональная экономика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Хабибуллина Г.З.

**Рецензент(ы):**

Марданов Р.Ш.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Марданов Р. Ш.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института управления, экономики и финансов (отделение развития территорий):

Протокол заседания УМК No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 810848114

Казань

2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. Хабибуллина Г.З. кафедра теории и методики обучения физике и информатике научно-педагогическое отделение ,  
GZHabibullina@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Сформировать у студентов навыки и умения, способствующие активному усвоению материала дисциплин естественно - научного цикла.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б2.Б.2 Общепрофессиональный" основной образовательной программы 080100.62 Экономика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1 курсе, 1, 2 семестры.

Знания, полученные в результате изучения линейной алгебры, активно применяются в процессе освоения дисциплин естественно-научного цикла.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

| Шифр компетенции                       | Расшифровка приобретаемой компетенции   |
|--|---|
| ПК-1<br>(профессиональные компетенции) | способность к определению общих форм, закономерностей, инструментальных средств отдельной предметной области; |
| ПК-2<br>(профессиональные компетенции) | умение понять поставленную задачу;  |
| ПК-3<br>(профессиональные компетенции) | умение формулировать результат;   |
| ПК-4<br>(профессиональные компетенции) | умение строго доказать утверждение;   |
| ПК-5                                   | умение на основе анализа увидеть и корректно сформулировать результат;  |
| ПК-6<br>(профессиональные компетенции) | умение самостоятельно увидеть следствия сформулированного результата;   |
| ПК-7<br>(профессиональные компетенции) | умение грамотно пользоваться языком предметной области;   |
| ПК-8<br>(профессиональные компетенции) | умение ориентироваться в постановках задач.   |

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- понятие комплексного числа, его основные свойства;

- способы решения системы линейных уравнений;
- определение линейного пространства;
- определения линейного оператора, линейной формы и уметь применять их на практике;
- определения билинейной и квадратичной форм, уметь приводить их к каноническому виду.

## 2. должен уметь:

- вычислять значение определителя любого конечного порядка;
- применять понятия линейной зависимости векторов, базиса и размерности;
- представлять связь между пространствами линейных операторов и матриц;
- производить основные операции над матрицами;
- находить собственные числа и собственные вектора;
- производить преобразования координат при переходе к новому базису;
- применять определение евклидова пространства на практике;
- приводить общее уравнение поверхности второго порядка к каноническому виду.

## 3. должен владеть:

навыками обобщения полученных знаний, конкретного и объективного изложения своих знаний в письменной и устной форме.

## 4. должен демонстрировать способность и готовность:

Студент должен демонстрировать способность и готовность применять полученные знания на практике.

## 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных(ые) единиц(ы) 216 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 1 семестре; зачет во 2 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

## Тематический план дисциплины/модуля

| N  | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля                  | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля |
|----|--|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
|    |  |         |                    | Лекции  | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                           |
| 1. | Тема 1. Комплексные числа                        | 1       | 1-3                | 6   | 6                       | 0                      | домашнее задание          |
| 2. | Тема 2. Система линейных уравнений               | 1       | 4-7                | 8   | 8                       | 0                      | контрольная работа        |
| 3. | Тема 3. Линейное пространство                    | 1       | 8-9                | 4   | 4                       | 0                      | контрольная работа        |
| 4. | Тема 4. Оператор                                 | 1       | 10-11              | 4   | 4                       | 0                      | домашнее задание          |
| 5. | Тема 5. Переход к новому базису                  | 1       | 12-14              | 6   | 4                       | 0                      | контрольная работа        |
| 6. | Тема 6. Билинейная форма                         | 2       | 1-4                | 8   | 6                       | 0                      | контрольная работа        |
| 7. | Тема 7. Евклидово пространство                   | 2       | 5-8                | 8   | 6                       | 0                      | контрольная работа        |
| 8. | Тема 8. Симметричный и самосопряженный операторы | 2       | 9-11               | 6   | 6                       | 0                      | домашнее задание          |
| 9. | Тема 9. Поверхности второго порядка              | 2       | 12-15              | 8   | 6                       | 0                      | контрольная работа        |
|    | Тема . Итоговая форма контроля                   | 1       |                    | 0   | 0                       | 0                      | зачет                     |
|    | Тема . Итоговая форма контроля                   | 2       |                    | 0   | 0                       | 0                      | зачет                     |
|    | Итого  |         |                    | 58  | 50                      | 0                      |                           |

## 4.2 Содержание дисциплины

## Тема 1. Комплексные числа

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

1.1 Основные понятия и операции с комплексными числами. Определение комплексного числа, сопряженного числа, мнимой единицы. Комплексная плоскость. Тригонометрическая форма. Произведение, сумма, частное комплексных чисел. Возведение комплексного числа в степень. Извлечение корня.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Действия над комплексными числами. Возведение комплексного числа в степень. Извлечение корня.

## Тема 2. Система линейных уравнений

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

2.1 Основные понятия. Определение. Детерминант. Совместные, несовместные системы. 2.2 Метод Гаусса. Решение совместной системы линейных уравнений методом Гаусса. 2.3 Ранг. Линейная комбинация столбцов. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Методы нахождения ранга матрицы с помощью элементарных преобразований. 2.4 Теорема Кронекера-Капелли. Условия совместности линейных однородных и неоднородных систем уравнений. Общее решение системы линейных уравнений.

**практическое занятие (8 часа(ов)):**

Определители и системы линейных уравнений 2-го и 3-го порядков. Понятие об определителе  $n$ -го порядка. Ранг матрицы. Метод Гаусса.

**Тема 3. Линейное пространство**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

3.1 Основные понятия. Определения. Теоремы-следствия из аксиом. 3.2 Базис. Линейно зависимые и независимые системы векторов. Теоремы. Базис. Теоремы о координатах векторов. Размерность пространства. Теоремы о базисе. 3.3 Подпространства. Подпространство. Пересечение подпространств. Сумма подпространств. Теорема о размерности сумм подпространств. Линейные оболочки.

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Линейные пространства. Подпространство линейного пространства.

**Тема 4. Оператор**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

4.1 Основные понятия. Операторы. Матрицы. Взаимнооднозначное соответствие операторов и матриц. 4.2 Действия над операторами и матрицами. Сумма, произведение, возведение в степень. Обратный оператор и его матрица. Область значений и ядро оператора. 4.3. Собственные вектора и собственные значения. Определение и их свойства. Характеристический полином.

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Действия над матрицами. Нахождение обратной матрицы. Линейный оператор. Собственные векторы и собственные значения.

**Тема 5. Переход к новому базису**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

5.1 Преобразование координат. Преобразование координат вектора и коэффициентов линейной формы при переходе к новому базису. 5.2 Преобразование матрицы. Преобразование матрицы линейного оператора.

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Собственные векторы и собственные значения.

**Тема 6. Билинейная форма**

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

6.1 Основные понятия. Определения билинейной формы, симметричной и кососимметричной билинейной формы. 6.2 Преобразование матрицы. Преобразование матрицы билинейной формы при переходе к новому базису. 6.3. Квадратичная форма. Определение. Теорема о приведении квадратичной формы к каноническому виду.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Билинейная форма.

**Тема 7. Евклидово пространство**

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

7.1 Основные понятия. Определение. Неравенство Коши-Буняковского. Модуль вектора. Угол между векторами. 7.2 Ортонормированный базис. Ортогональная система векторов. Свойство ортогональных векторов. Ортонормированный базис. Теорема о существовании ортонормированного базиса. Переход от одного ортонормированного базиса к другому.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Евклидово пространство.

### Тема 8. Симметричный и самосопряженный операторы

*лекционное занятие (6 часа(ов)):*

8.1 Определение. Теорема о вещественности собственных чисел симметричного оператора.

8.2 Собственные векторы.

*практическое занятие (6 часа(ов)):*

Симметричный и самосопряженный операторы.

### Тема 9. Поверхности второго порядка

*лекционное занятие (8 часа(ов)):*

Поверхности второго порядка.

*практическое занятие (6 часа(ов)):*

Приведение к каноническому виду.

## 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

| N  | Раздел Дисциплины                                | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|--|---------|-----------------|---------------------------------------|------------------------|---------------------------------------|
| 1. | Тема 1. Комплексные числа                        | 1       | 1-3             | подготовка домашнего задания          | 12                     | домашнее задание                      |
| 2. | Тема 2. Система линейных уравнений               | 1       | 4-7             | подготовка к контрольной работе       | 17                     | контрольная работа                    |
| 3. | Тема 3. Линейное пространство                    | 1       | 8-9             | подготовка к контрольной работе       | 12                     | контрольная работа                    |
| 4. | Тема 4. Оператор                                 | 1       | 10-11           | подготовка домашнего задания          | 12                     | домашнее задание                      |
| 5. | Тема 5. Переход к новому базису                  | 1       | 12-14           | подготовка к контрольной работе       | 12                     | контрольная работа                    |
| 6. | Тема 6. Билинейная форма                         | 2       | 1-4             | подготовка к контрольной работе       | 11                     | контрольная работа                    |
| 7. | Тема 7. Евклидово пространство                   | 2       | 5-8             | подготовка к контрольной работе       | 11                     | контрольная работа                    |
| 8. | Тема 8. Симметричный и самосопряженный операторы | 2       | 9-11            | подготовка домашнего задания          | 11                     | домашнее задание                      |
| 9. | Тема 9. Поверхности второго порядка              | 2       | 12-15           | подготовка к контрольной работе       | 10                     | контрольная работа                    |
|    | Итого  |         |                 |                                       | 108                    |                                       |

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения



Освоение дисциплины "Линейная алгебра" предполагает использование как традиционных (лекции, практические занятия с использованием методических материалов), так и инновационных образовательных технологий с использованием в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий: выполнение ряда практических заданий с использованием профессиональных программных средств создания и ведения электронных баз данных; мультимедийных программ.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Комплексные числа**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнить действия над комплексными числами. Изобразить указанную область.

### **Тема 2. Система линейных уравнений**

контрольная работа , примерные вопросы:

Решить системы линейных алгебраических уравнений методом Крамера и Гаусса.

### **Тема 3. Линейное пространство**

контрольная работа , примерные вопросы:

Доказать, что указанное множество является линейным пространством.

### **Тема 4. Оператор**

домашнее задание , примерные вопросы:

Найти матрицу линейного оператора.

### **Тема 5. Переход к новому базису**

контрольная работа , примерные вопросы:

Перейти от старого базиса к новому.

### **Тема 6. Билинейная форма**

контрольная работа , примерные вопросы:

Найти матрицу билинейной формы. Привести к каноническому виду.

### **Тема 7. Евклидово пространство**

контрольная работа , примерные вопросы:

Доказать, что является евклидовым пространством. Найти скалярное произведение.

### **Тема 8. Симметричный и самосопряженный операторы**

домашнее задание , примерные вопросы:

Симметричный и самосопряженный операторы.

### **Тема 9. Поверхности второго порядка**

контрольная работа , примерные вопросы:

Привести к каноническому виду с помощью ортогональных преобразований.

### **Тема . Итоговая форма контроля**

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

Вопросы к зачету

1. Комплексные числа. Основные понятия.
2. Действия над комплексными числами.
3. Определители второго порядка и системы линейных уравнений.
4. Правило Крамера для системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными.

5. Определители третьего порядка и системы линейных уравнений (свойства определителей).
6. Определители третьего порядка и системы линейных уравнений (минор элемента, алгебраическое дополнение элемента, теорема о разложении определителя по элементам любой строки).
7. Правило Крамера для системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными.
8. Понятие об определителе  $n$ -го порядка.
9. Ранг матрицы.
10. Исследование системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными. Метод Гаусса.
11. Линейные пространства. Основные понятия.
12. Линейная зависимость векторов в линейном пространстве. Базис.
13. Подпространство линейного пространства.
14. Действия над матрицами.
15. Свойства операций над матрицами.
16. Вырожденные и невырожденные матрицы. Обратная матрица.
17. Понятие характеристического уравнения, характеристического числа, собственного вектора матрицы.
18. Линейные операторы. Основные понятия.
19. Матрица линейного оператора.
20. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
21. Евклидово пространство. Основные понятия.
22. Неравенство Коши - Буняковского, теорема косинусов, теорема Пифагора.
23. Ортогональный и ортонормированный базисы.
24. Билинейная функция. Билинейная форма.
25. Квадратичная функция. Квадратичная форма. Канонический вид квадратичной формы.
26. Поверхности второго порядка.

### 7.1. Основная литература:

1. Математика для экономического бакалавриата: Учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 472 с.: <http://www.znanium.com/bookread.php?book=400839>
2. Математика и информатика: Учебник / В.Я. Турецкий; Уральский государственный университет им. А.М. Горького. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: ИНФРА-М, 2010. - 558 с.: <http://www.znanium.com/bookread.php?book=206346>
3. Математика и информатика: Учебное пособие / В.Б. Уткин, К.В. Балдин, А.В. Рукосуев. - 4-е изд. - М.: Дашков и К, 2011. - 472 с.: <http://www.znanium.com/bookread.php?book=305683>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Ильин, Владимир Александрович. Линейная алгебра: учебник для студентов физических специальностей и специальности "Прикладная математика" / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк; [Моск. гос. ун-т].?Изд. 6-е, стер..?Москва: Физматлит, 2006.?278 с.: граф.; 22.? (Курс высшей математики и математической физики / под ред. А. Н. Тихонова [и др.]; Вып. 4).?(Классический университетский учебник).?Предм. указ.: с. 274-278.?ISBN 5-9221-0481-0, 3000.

2. Кострикин, Алексей Иванович. Введение в алгебру: учебник для студентов университетов, обучающихся по специальности "Математика" и "Прикладная математика" / А. И. Кострикин; [МГУ им. М.В. Ломоносова]. ?Изд. 3-е. ?Москва: Физматлит, 2004. ?; 22. ?(Классический университетский учебник / ред. совет: В. А. Садовничий (пред.) [и др.]).

Ч. 2: Линейная алгебра. ?2004. ?367 с.: ил.. ?Предм. указ.: с. 362-367. ?ISBN 5-9221-0488-8((в пер.)) .? .

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Кафедра математики Физического Факультета МГУ им. М.В. Ломоносова - [http://matematika.phys.msu.ru/stud\\_gen/6](http://matematika.phys.msu.ru/stud_gen/6)

Линейная Equation Solver Pro" -

<https://play.google.com/store/apps/details?id=an.LinearExpert&hl=ru>

Линейная алгебра. Алгоритмы. Методы - <http://algolist.manual.ru/maths/linalg/>

Линейная алгебра. Пособие к решению задач. -

[http://joker150491.narod.ru/Kryakvin\\_V.D.\\_Lineynaya\\_algebra\\_Posobie\\_k\\_resheniyu\\_zadach.pdf](http://joker150491.narod.ru/Kryakvin_V.D._Lineynaya_algebra_Posobie_k_resheniyu_zadach.pdf)

Линейная алгебра (учебное пособие для студентов) -

<http://www.resolventa.ru/metod/student/linalg.htm>

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Линейная алгебра" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Необходимы проектор, ноутбук, доска.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 080100.62 "Экономика" и профилю подготовки Региональная экономика .

Автор(ы):

Хабибуллина Г.З. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Марданов Р.Ш. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.