

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Минзарипов Р.Г.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Уравнения математической физики БЗ.Б.10

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Численные методы

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Федотов Е.М.

**Рецензент(ы):**

Карчевский М.М.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Задворнов О. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_\_ от "\_\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_\_ от "\_\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, д.н. (доцент) Федотов Е.М. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики ,  
Eugeny.Fedotov@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Излагаются основные понятия и методы построения математических моделей простейших физических процессов, методы исследования корректности граничных задач для классических уравнений математической физики, основные методы построения точных решений задач математической физики.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.Б.10 Профессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 3 курсе, 5, 6 семестры.

"Уравнение математической физики" входит в состав профессиональных дисциплин. Читается на 3 курсе в 5 и 6 семестре.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов, теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным, профессиональным, социальным и этическим проблемам
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность решать задачи производственной и технологической деятельности на профессиональном уровне, включая разработку алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:  
применять полученные теоретические знания на практике.
2. должен уметь:  
способами решения уравнений математической физики.
3. должен владеть:  
навыками решения задач математической физики различной сложности
4. должен демонстрировать способность и готовность:  
применять полученные знания и навыки в своей профессиональной деятельности

### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных(ые) единиц(ы) 288 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 5 семестре; экзамен в 6 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка.	5		2	0	2	домашнее задание
2.	Тема 2. Приведение уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами к каноническому виду.	5		2	0	2	домашнее задание
3.	Тема 3. Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.	5		2	0	2	контрольная работа домашнее задание
4.	Тема 4. Вывод основных уравнений математической физики: уравнение колебаний струны, уравнение колебаний мембраны, уравнение колебаний стержня, уравнение теплопроводности в твердом теле, уравнение теплопроводности стержня, примеры стационарных уравнений.	5		2	0	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
5.	Тема 5. Формула Даламбера решения задачи Коши для уравнения колебаний струны. Колебаний полуограниченной струны	5		2	0	2	домашнее задание
6.	Тема 6. Решение однородного уравнения колебаний струны методом разделения переменных.	5		2	0	2	контрольная работа домашнее задание
7.	Тема 7. Анализ решения первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны (стоячие волны)	5		2	0	2	домашнее задание
8.	Тема 8. Обоснование метода Фурье решения первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны.	5		2	0	2	домашнее задание
9.	Тема 9. Метод разделения переменных решения задачи о вынужденных колебаниях струны. Явление резонанса.	5		2	0	2	домашнее задание
10.	Тема 10. Метод разделения переменных решения задачи о свободных колебаниях прямоугольной мембраны	5		2	0	2	домашнее задание
11.	Тема 11. Теорема единственности решения основных граничных задач для волнового уравнения.	5		1	0	1	домашнее задание
12.	Тема 12. Теорема единственности решения задачи Коши для волнового уравнения.	5		1	0	1	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
13.	Тема 13. Формула Пуассона решения задачи Коши для трехмерного волнового уравнения.	5		1	0	1	домашнее задание
14.	Тема 14. Формула Пуассона решения задачи Коши для двумерного волнового уравнения (метод спуска)	5		1	0	1	домашнее задание
15.	Тема 15. Сравнение решений задачи Коши в двумерном и трехмерном случаях.	5		2	0	2	домашнее задание
16.	Тема 16. Теорема о единственности решения основных краевых задач для уравнения теплопроводности.	5		2	0	2	домашнее задание
17.	Тема 17. Метод разделения переменных решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности стержня.	5		2	0	2	домашнее задание
18.	Тема 18. Обоснование метода Фурье для уравнения теплопроводности стержня. Анализ полученного решения. Квазистационарный режим остывания стержня.	5		2	0	2	домашнее задание
19.	Тема 19. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.	5		2	0	2	домашнее задание
20.	Тема 20. Теорема единственности решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.	5		2	0	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
21.	Тема 21. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности методом интеграла Фурье.	6		2	0	2	домашнее задание
22.	Тема 22. Обоснование формулы Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.	6		2	0	2	домашнее задание
23.	Тема 23. Исследование единственности решения основных граничных задач для эллиптического уравнения.	6		2	0	2	домашнее задание
24.	Тема 24. Гармонические функции. Формулы Грина. Основные свойства.	6		2	0	2	домашнее задание
25.	Тема 25. Теоремы о среднем для гармонической функции.	6		2	0	2	домашнее задание
26.	Тема 26. Принцип максимума для гармонической функции.	6		2	0	2	домашнее задание
27.	Тема 27. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Интегральное представление гармонической функции.	6		2	0	2	домашнее задание
28.	Тема 28. Внутренняя и внешняя задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Исследование единственности решения.	6		1	0	1	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
29.	Тема 29. Метод функции Грина решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа: определение функции Грина и ее основные свойства.	6		1	0	1	домашнее задание
30.	Тема 30. Решение внутренней и внешней задачи Дирихле для шара методом функции Грина (формула Пуассона).	6		2	0	2	домашнее задание
31.	Тема 31. Поведение гармонической функции и ее производных на бесконечности.	6		2	0	2	домашнее задание
32.	Тема 32. Исследование единственности решения внутренней и внешней задач Неймана для уравнения Лапласа.	6		2	0	2	домашнее задание
33.	Тема 33. Метод разделения переменных решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области.	6		2	0	2	домашнее задание
34.	Тема 34. Метод разделения переменных решения внутренней и внешней задач Дирихле для круга методом разделения переменных. Формула Пуассона.	6		2	0	2	контрольная работа домашнее задание
35.	Тема 35. Потенциалы простого и двойного слоя ? гармонические функции.	6		2	0	2	домашнее задание
36.	Тема 36. Геометрические свойства поверхности Ляпунова.	6		2	0	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
37.	Тема 37. Прямое значение потенциала двойного слоя.	6		2	0	2	домашнее задание
38.	Тема 38. Интеграл Гаусса.	6		1	0	1	домашнее задание
39.	Тема 39. Предельные значения потенциала двойного слоя.	6		1	0	1	домашнее задание
40.	Тема 40. Предельные значения правильной нормальной производной потенциала простого слоя.	6		1	0	1	домашнее задание
41.	Тема 41. Интегральные уравнения теории потенциала.	6		1	0	1	контрольная работа домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	5		0	0	0	зачет
	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	экзамен
	Итого			72	0	72	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка.

###### *лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка.

###### *лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка.

##### Тема 2. Приведение уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами к каноническому виду.

###### *лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Приведение уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами к каноническому виду.

###### *лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Приведение уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами к каноническому виду.

##### Тема 3. Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.

###### *лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.

###### *лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.

**Тема 4. Вывод основных уравнений математической физики: уравнение колебаний струны, уравнение колебаний мембраны, уравнение колебаний стержня, уравнение теплопроводности в твердом теле, уравнение теплопроводности стержня, примеры стационарных уравнений.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Вывод основных уравнений математической физики: уравнение колебаний струны, уравнение колебаний мембраны, уравнение колебаний стержня, уравнение теплопроводности в твердом теле, уравнение теплопроводности стержня, примеры стационарных уравнений.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Вывод основных уравнений математической физики: уравнение колебаний струны, уравнение колебаний мембраны, уравнение колебаний стержня, уравнение теплопроводности в твердом теле, уравнение теплопроводности стержня, примеры стационарных уравнений.

**Тема 5. Формула Даламбера решения задачи Коши для уравнения колебаний струны. Колебаний полуограниченной струны**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Формула Даламбера решения задачи Коши для уравнения колебаний струны. Колебаний полуограниченной струны

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Формула Даламбера решения задачи Коши для уравнения колебаний струны. Колебаний полуограниченной струны

**Тема 6. Решение однородного уравнения колебаний струны методом разделения переменных.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Решение однородного уравнения колебаний струны методом разделения переменных.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Решение однородного уравнения колебаний струны методом разделения переменных.

**Тема 7. Анализ решения первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны (стоячие волны)**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Анализ решения первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны (стоячие волны)

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Анализ решения первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны (стоячие волны)

**Тема 8. Обоснование метода Фурье решения первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Обоснование метода Фурье решения первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Обоснование метода Фурье решения первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны.

**Тема 9. Метод разделения переменных решения задачи о вынужденных колебаниях струны. Явление резонанса.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Метод разделения переменных решения задачи о вынужденных колебаниях струны. Явление резонанса.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Метод разделения переменных решения задачи о вынужденных колебаниях струны. Явление резонанса.

**Тема 10. Метод разделения переменных решения задачи о свободных колебаниях прямоугольной мембраны**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Метод разделения переменных решения задачи о свободных колебаниях прямоугольной мембраны

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Метод разделения переменных решения задачи о свободных колебаниях прямоугольной мембраны

**Тема 11. Теорема единственности решения основных граничных задач для волнового уравнения.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Теорема единственности решения основных граничных задач для волнового уравнения.

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Теорема единственности решения основных граничных задач для волнового уравнения.

**Тема 12. Теорема единственности решения задачи Коши для волнового уравнения.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Теорема единственности решения задачи Коши для волнового уравнения.

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Теорема единственности решения задачи Коши для волнового уравнения.

**Тема 13. Формула Пуассона решения задачи Коши для трехмерного волнового уравнения.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Формула Пуассона решения задачи Коши для трехмерного волнового уравнения.

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Формула Пуассона решения задачи Коши для трехмерного волнового уравнения.

**Тема 14. Формула Пуассона решения задачи Коши для двумерного волнового уравнения (метод спуска)**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Формула Пуассона решения задачи Коши для двумерного волнового уравнения (метод спуска)

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Формула Пуассона решения задачи Коши для двумерного волнового уравнения (метод спуска)

**Тема 15. Сравнение решений задачи Коши в двумерном и трехмерном случаях.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Сравнение решений задачи Коши в двумерном и трехмерном случаях.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Сравнение решений задачи Коши в двумерном и трехмерном случаях.

**Тема 16. Теорема о единственности решения основных краевых задач для уравнения теплопроводности.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Теорема о единственности решения основных краевых задач для уравнения теплопроводности.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Теорема о единственности решения основных краевых задач для уравнения теплопроводности.

**Тема 17. Метод разделения переменных решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности стержня.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Метод разделения переменных решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности стержня.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Метод разделения переменных решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности стержня.

**Тема 18. Обоснование метода Фурье для уравнения теплопроводности стержня. Анализ полученного решения. Квазистационарный режим остывания стержня.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Обоснование метода Фурье для уравнения теплопроводности стержня. Анализ полученного решения. Квазистационарный режим остывания стержня.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Обоснование метода Фурье для уравнения теплопроводности стержня. Анализ полученного решения. Квазистационарный режим остывания стержня.

**Тема 19. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Принцип максимума для уравнения теплопроводности.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Принцип максимума для уравнения теплопроводности.

**Тема 20. Теорема единственности решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Теорема единственности решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Теорема единственности решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.

**Тема 21. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности методом интеграла Фурье.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности методом интеграла Фурье.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности методом интеграла Фурье.

**Тема 22. Обоснование формулы Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Обоснование формулы Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Обоснование формулы Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.

**Тема 23. Исследование единственности решения основных граничных задач для эллиптического уравнения.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Исследование единственности решения основных граничных задач для эллиптического уравнения.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Исследование единственности решения основных граничных задач для эллиптического уравнения.

**Тема 24. Гармонические функции. Формулы Грина. Основные свойства.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Гармонические функции. Формулы Грина. Основные свойства.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Гармонические функции. Формулы Грина. Основные свойства.

**Тема 25. Теоремы о среднем для гармонической функции.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Теоремы о среднем для гармонической функции.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Теоремы о среднем для гармонической функции.

**Тема 26. Принцип максимума для гармонической функции.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Принцип максимума для гармонической функции.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Принцип максимума для гармонической функции.

**Тема 27. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Интегральное представление гармонической функции.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Интегральное представление гармонической функции.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Интегральное представление гармонической функции.

**Тема 28. Внутренняя и внешняя задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Исследование единственности решения.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Внутренняя и внешняя задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Исследование единственности решения.

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Внутренняя и внешняя задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Исследование единственности решения.

**Тема 29. Метод функции Грина решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа: определение функции Грина и ее основные свойства.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Метод функции Грина решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа: определение функции Грина и ее основные свойства.

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Метод функции Грина решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа: определение функции Грина и ее основные свойства.

**Тема 30. Решение внутренней и внешней задачи Дирихле для шара методом функции Грина (формула Пуассона).**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Решение внутренней и внешней задачи Дирихле для шара методом функции Грина (формула Пуассона).

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Решение внутренней и внешней задачи Дирихле для шара методом функции Грина (формула Пуассона).

**Тема 31. Поведение гармонической функции и ее производных на бесконечности.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Поведение гармонической функции и ее производных на бесконечности.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Поведение гармонической функции и ее производных на бесконечности.

**Тема 32. Исследование единственности решения внутренней и внешней задач Неймана для уравнения Лапласа.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Исследование единственности решения внутренней и внешней задач Неймана для уравнения Лапласа.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Исследование единственности решения внутренней и внешней задач Неймана для уравнения Лапласа.

**Тема 33. Метод разделения переменных решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Метод разделения переменных решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Метод разделения переменных решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области.

**Тема 34. Метод разделения переменных решения внутренней и внешней задач Дирихле для круга методом разделения переменных. Формула Пуассона.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Метод разделения переменных решения внутренней и внешней задач Дирихле для круга методом разделения переменных. Формула Пуассона.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Метод разделения переменных решения внутренней и внешней задач Дирихле для круга методом разделения переменных. Формула Пуассона.

**Тема 35. Потенциалы простого и двойного слоя ? гармонические функции.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Потенциалы простого и двойного слоя ? гармонические функции.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Потенциалы простого и двойного слоя ? гармонические функции.

**Тема 36. Геометрические свойства поверхности Ляпунова.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Геометрические свойства поверхности Ляпунова.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Геометрические свойства поверхности Ляпунова.

**Тема 37. Прямое значение потенциала двойного слоя.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Прямое значение потенциала двойного слоя.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Прямое значение потенциала двойного слоя.

**Тема 38. Интеграл Гаусса.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Интеграл Гаусса.

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Интеграл Гаусса.

**Тема 39. Предельные значения потенциала двойного слоя.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Предельные значения потенциала двойного слоя.

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Предельные значения потенциала двойного слоя.

**Тема 40. Предельные значения правильной нормальной производной потенциала простого слоя.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Предельные значения правильной нормальной производной потенциала простого слоя.

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Предельные значения правильной нормальной производной потенциала простого слоя.

**Тема 41. Интегральные уравнения теории потенциала.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Интегральные уравнения теории потенциала.

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Интегральные уравнения теории потенциала.

#### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
4.	Тема 4. Вывод основных уравнений математической физики: уравнение колебаний струны, уравнение колебаний мембраны, уравнение колебаний стержня, уравнение теплопроводности в твердом теле, уравнение теплопроводности стержня, примеры стационарных уравнений.	5		подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
15.	Тема 15. Сравнение решений задачи Коши в двумерном и трехмерном случаях.	5		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
17.	Тема 17. Метод разделения переменных решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности стержня.	5		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
18.	Тема 18. Обоснование метода Фурье для уравнения теплопроводности стержня. Анализ полученного решения. Квазистационарный режим остывания стержня.	5		подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
19.	Тема 19. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.	5		подготовка домашнего задания	1	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
20.	Тема 20. Теорема единственности решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.	5		подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
21.	Тема 21. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности методом интеграла Фурье.	6		подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
22.	Тема 22. Обоснование формулы Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.	6		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
23.	Тема 23. Исследование единственности решения основных граничных задач для эллиптического уравнения.	6		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
24.	Тема 24. Гармонические функции. Формулы Грина. Основные свойства.	6		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
25.	Тема 25. Теоремы о среднем для гармонической функции.	6		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
26.	Тема 26. Принцип максимума для гармонической функции.	6		подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
27.	Тема 27. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Интегральное представление гармонической функции.	6		подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
28.	Тема 28. Внутренняя и внешняя задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Исследование единственности решения.	6		подготовка домашнего задания	4	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
29.	Тема 29. Метод функции Грина решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа: определение функции Грина и ее основные свойства.	6		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
30.	Тема 30. Решение внутренней и внешней задачи Дирихле для шара методом функции Грина (формула Пуассона).	6		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
31.	Тема 31. Поведение гармонической функции и ее производных на бесконечности.	6		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
32.	Тема 32. Исследование единственности решения внутренней и внешней задач Неймана для уравнения Лапласа.	6		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
33.	Тема 33. Метод разделения переменных решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области.	6		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
34.	Тема 34. Метод разделения переменных решения внутренней и внешней задач Дирихле для круга методом разделения переменных. Формула Пуассона.	6		подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	3	контрольная работа
35.	Тема 35. Потенциалы простого и двойного слоя ? гармонические функции.	6		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
36.	Тема 36. Геометрические свойства поверхности Ляпунова.	6		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
37.	Тема 37. Прямое значение потенциала двойного слоя.	6		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
38.	Тема 38. Интеграл Гаусса.	6		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
39.	Тема 39. Предельные значения потенциала двойного слоя.	6		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
40.	Тема 40. Предельные значения правильной нормальной производной потенциала простого слоя.	6		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
41.	Тема 41. Интегральные уравнения теории потенциала.	6		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	3	контрольная работа
	Итого				108	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных и лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель-формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи зачета минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к зачету и экзамену. При подготовке к сдаче зачета и экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к зачету и экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда будет резерв времени.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

**Тема 1. Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка.**

**Тема 2. Приведение уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами к каноническому виду.**

**Тема 3. Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.**

**Тема 4. Вывод основных уравнений математической физики: уравнение колебаний струны, уравнение колебаний мембраны, уравнение колебаний стержня, уравнение теплопроводности в твердом теле, уравнение теплопроводности стержня, примеры стационарных уравнений.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач на вывод уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типа с постоянными, переменными коэффициентами и с сосредоточенными факторами.

**Тема 5. Формула Даламбера решения задачи Коши для уравнения колебаний струны. Колебаний полуограниченной струны**

**Тема 6. Решение однородного уравнения колебаний струны методом разделения переменных.**

**Тема 7. Анализ решения первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны (стоячие волны)**

**Тема 8. Обоснование метода Фурье решения первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны.**

**Тема 9. Метод разделения переменных решения задачи о вынужденных колебаниях струны. Явление резонанса.**

**Тема 10. Метод разделения переменных решения задачи о свободных колебаниях прямоугольной мембраны**

**Тема 11. Теорема единственности решения основных граничных задач для волнового уравнения.**

**Тема 12. Теорема единственности решения задачи Коши для волнового уравнения.**

**Тема 13. Формула Пуассона решения задачи Коши для трехмерного волнового уравнения.**

**Тема 14. Формула Пуассона решения задачи Коши для двумерного волнового уравнения (метод спуска)**

**Тема 15. Сравнение решений задачи Коши в двумерном и трехмерном случаях.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач определения границ волновых фронтов.

**Тема 16. Теорема о единственности решения основных краевых задач для уравнения теплопроводности.**

**Тема 17. Метод разделения переменных решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности стержня.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач для уравнения теплопроводности стержня.

**Тема 18. Обоснование метода Фурье для уравнения теплопроводности стержня. Анализ полученного решения. Квазистационарный режим остывания стержня.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач об определении параметров основных гармоник решения.

**Тема 19. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 20. Теорема единственности решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 21. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности методом интеграла Фурье.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 22. Обоснование формулы Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 23. Исследование единственности решения основных граничных задач для эллиптического уравнения.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 24. Гармонические функции. Формулы Грина. Основные свойства.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач на определение свойств гармонических функций.

**Тема 25. Теоремы о среднем для гармонической функции.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач. Решение задач на определение свойств гармонических функций.

**Тема 26. Принцип максимума для гармонической функции.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач. Решение задач на определение свойств гармонических функций.

**Тема 27. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Интегральное представление гармонической функции.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач. Решение задач на определение свойств гармонических функций.

**Тема 28. Внутренняя и внешняя задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Исследование единственности решения.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач исследования единственности решений краевых задач.

**Тема 29. Метод функции Грина решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа: определение функции Грина и ее основные свойства.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач на построение функции Грина.

**Тема 30. Решение внутренней и внешней задачи Дирихле для шара методом функции Грина (формула Пуассона).**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач на построение функции Грина.

**Тема 31. Поведение гармонической функции и ее производных на бесконечности.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 32. Исследование единственности решения внутренней и внешней задач Неймана для уравнения Лапласа.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 33. Метод разделения переменных решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение краевых задач на прямоугольнике.

**Тема 34. Метод разделения переменных решения внутренней и внешней задач Дирихле для круга методом разделения переменных. Формула Пуассона.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение краевых задач в круге.

контрольная работа , примерные вопросы:

Решение задач на тему Решение краевых задач для уравнения Пуассона методом Фурье.

**Тема 35. Потенциалы простого и двойного слоя ? гармонические функции.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач на определение свойств потенциалов.

**Тема 36. Геометрические свойства поверхности Ляпунова.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач на исследование свойств поверхностей.

**Тема 37. Прямое значение потенциала двойного слоя.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 38. Интеграл Гаусса.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 39. Предельные значения потенциала двойного слоя.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 40. Предельные значения правильной нормальной производной потенциала простого слоя.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 41. Интегральные уравнения теории потенциала.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

контрольная работа , примерные вопросы:

Решение задач, основанных на сведениях краевых задач для уравнения Лапласа к интегральным уравнениям Фредгольма 2 рода.

**Тема . Итоговая форма контроля**

**Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

Для текущего контроля успеваемости предусмотрено проведение зачета. Примерные вопросы на зачет: задачи на классификацию приведение уравнений второго порядка к каноническому виду, задачи вывод основных уравнений математической физики, решение задач для уравнений параболического, гиперболического и эллиптического типа методами разделения переменных, решение задач для уравнений гиперболического типа на основе интегральных представлений решений (формул Даламбера, Пуассона, Кирхгофа).

По данной дисциплине предусмотрено проведение экзамена. Примерные вопросы для экзамена приведены в Приложении 1.

### 7.1. Основная литература:

1. Карчевский М. М. Лекции по уравнениям математической физики / М. М. Карчевский; Казан. гос. ун-т.- Казань: Казанский государственный университет, 2009.- 148, [1] с.: ил.; 21.- Библиогр. в конце кн. (15 назв.), 200.
- 2.Соболева Е.С., Фатеева Г.М. Задачи и упражнения по уравнениям математической физики. - М.: Физматлит, 2012.- 96 с. e.lanbook.com [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=5295](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=5295)
3. Ильин А.М. Уравнения математической физики: учебное пособие. - М.: Физматлит, 2009. - 192 с.<http://e.lanbook.com/view/book/2181/>
4. Емельянов В.М., Рыбакина Е.А.Уравнения математической физики. Практикум по решению задач. - Санкт-Петербург: Лань, 2008. - 224 с. <http://e.lanbook.com/view/book/140/>
5. Владимиров, В. С. Уравнения математической физики: учебник для вузов / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов.- Издание 2-е, стереотипное.- Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004.- 400 с.

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Карчевский, М. М. Уравнения математической физики. Дополнительные главы: учебное пособие / М. М. Карчевский, М. Ф. Павлова.?Казань: Изд-во Казан. гос. ун-та, 2008.- 227 с.
2. Бушманова, Г. В. Уравнения математической физики: [учебное пособие] / Г. В. Бушманова; Федер. гос. авт. образоват. учреждение высш. проф. образования "Казан. (Приволж.) федер. ун-т".- [2-е изд., испр.].?Казань: [Казанский университет], 2011.- 126 с.
3. Сабитов К. Б. Уравнения математической физики: Учеб. пособие для студентов, обучающихся по специальностям "Математика", "Прикладная математика и информатика" и "Физика" / К.Б.Сабитов.- М.: Высш. шк., 2003.- 255с.: граф.- Библиогр.: 251-252.- ISBN 5-06-004676-1.
4. Агошков, Валерий Иванович. Методы решения задач математической физики: [учебное пособие] / В. И. Агошков, П. Б. Дубовский, В. П. Шутяев; Под ред. Г. И. Марчука.- Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2002.- 320 с.; 22.- Библиогр.: с. 316-320.- ISBN 5-9221-0257-5, 3000.

### 7.3. Интернет-ресурсы:

- Википедия - <http://ru.wikipedia.org>  
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>  
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>  
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.exponenta.ru>  
Портал ресурсов по математике, алгоритмике и ИТ - <http://www.intuit.ru>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Уравнения математической физики" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Лекции и лабораторные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

#### Приложение 1. Примерные вопросы к экзамену по дисциплине

1. Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка
2. Приведение уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами к каноническому виду.
3. Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.
4. Вывод уравнения колебаний струны.
5. Вывод уравнения колебаний мембраны.
6. Вывод уравнения теплопроводности в твердом теле.
7. Формула Даламбера решения задачи Коши для уравнения колебаний струны.
8. Формула Кирхгофа решения задачи Коши для трехмерного волнового уравнения.
9. Формула Пуассона решения задачи Коши для двумерного волнового уравнения.
10. Теорема единственности решения задачи Коши для волнового уравнения.
11. Теорема единственности решения основных граничных задач для одномерного гиперболического уравнения.
12. Решение однородного уравнения колебаний струны методом разделения переменных.
13. Обоснование метода Фурье решения первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны.
14. Анализ решения первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны (стоячие волны).
15. Метод разделения переменных решения задачи о вынужденных колебаниях струны.
16. Теорема о единственности решения основных краевых задач для уравнения теплопроводности.
17. Метод разделения переменных решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности стержня.
18. Обоснование метода Фурье для уравнения теплопроводности стержня. Анализ полученного решения.
19. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.
20. Теорема единственности решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.
21. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности методом интеграла Фурье.
22. Обоснование формулы Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.
23. Исследование единственности решения основных граничных задач для эллиптического уравнения.
24. Теоремы о среднем для гармонической функции.
25. Принцип максимума для гармонической функции.
26. Поведение гармонической функции и ее производных на бесконечности.
27. Внутренняя и внешняя задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Исследование единственности решения.
28. Исследование единственности решения внутренней и внешней задач Неймана для уравнения Лапласа.
29. Метод разделения переменных решения внутренней и внешней задач Дирихле для круга методом разделения переменных.
30. Интегральное представление гармонической функции.
31. Метод функции Грина решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа: определение функции Грина и ее основные свойства.

32. Решение внутренней и внешней задачи Дирихле для шара методом функции Грина (формула Пуассона).
33. Потенциалы простого и двойного слоя --- гармонические функции.
34. Свойства поверхностей Ляпунова.
35. Прямое значение потенциала двойного слоя.
36. Интеграл Гаусса.
37. Предельные значения потенциала двойного слоя.
38. Предельные значения правильной нормальной производной потенциала простого слоя.
39. Сведение краевых задач для уравнения Лапласа к интегральным уравнениям.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Численные методы .

Автор(ы):

Федотов Е.М. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Карчевский М.М. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.