

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Минзарипов Р.Г.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Банаховы алгебры и их представления / Краевые задачи БЗ.ДВ.2

Направление подготовки: 010100.62 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Кац Б.А.

**Рецензент(ы):**

Гарифьянов Фархад Нургаязоич

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой:

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Кац Б.А. Кафедра математического анализа отделение математики , Boris.Kac@kpfu.ru

## 1. Цели освоения дисциплины

### 1. Цели освоения дисциплины "Краевые задачи"

Целями освоения дисциплины "Краевые задачи" являются: получение базовых знаний по теории краевых задач для аналитических функций и связанным с ней разделам анализа. Теория краевой задачи Римана-Гильберта и тесно связанная с ней теория сингулярных интегральных уравнений была создана и развита в результате усилий главным образом советских математиков. Многие достижения в этой области связаны с именами ученых, работавших в разные годы в Казанском университете. Таким образом, помимо общенаучного и прикладного интереса, изучение этого курса позволяет познакомить студентов с достижениями казанской математической школы. К числу базовых знаний в этой области относятся такие концепции и факты, как интеграл типа Коши и его граничные свойства, их использование при решении задачи о скачке, решение краевой задачи Римана методом факторизации на контурах различных типов, влияние особенностей коэффициентов на разрешимость краевой задачи Римана, преобразование Гильберта и его свойства, решение задачи Шварца, решение краевой задачи Гильберта путем редукции к задаче Шварца, сингулярный интегральный оператор и его свойства, сведение характеристического сингулярного интегрального уравнения к краевой задаче Римана, решение полного сингулярного интегрального уравнения, понятие индекса, понятие оператора Нетер. При освоении дисциплины вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения задач, связанных с приложениями краевых задач.

## 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.ДВ.2 Профессиональный" основной образовательной программы 010100.62 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3 курсе, 6 семестр.

Дисциплина по выбору входит в вариативную часть блока Б3 - профессиональный цикл.

♦Отчетность: экзамен - 6 семестр, зачет - 6 семестр,

Получаемые знания необходимы для понимания и освоения курсов "Применение краевых задач в аэрогидромеханике и теории упругости", "Дополнительные главы теории краевых задач", других курсов, связанных с теорией функций комплексного переменного, а также профильных дисциплин направления "Математика".

Слушатели должны владеть знаниями по дисциплинам математический анализ, теория функций комплексного переменного, функциональный анализ.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-10 (профессиональные компетенции)	понимание корректности постановки задач
ПК-2 (профессиональные компетенции)	умение понять постановку задачи

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-5 (профессиональные компетенции)	умение на основе анализа увидеть и корректно сформулировать результат
ПК-8 (профессиональные компетенции)	умение ориентироваться в постановках задач

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия и результаты по теории краевых задач (интеграл типа Коши и его граничные свойства, их использование при решении задачи о скачке, решение краевой задачи Римана методом факторизации на контурах различных типов, влияние особенностей коэффициентов на разрешимость краевой задачи Римана, преобразование Гильберта и его свойства, решение задачи Шварца, решение краевой задачи Гильберта путем редукции к задаче Шварца, сингулярный интегральный оператор и его свойства, сведение характеристического сингулярного интегрального уравнения к краевой задаче Римана, решение полного сингулярного интегрального уравнения, понятие индекса, понятие оператора Нетер).

2. должен уметь:

вычислять интегралы типа Коши. Уметь решать краевую задачу Римана, краевую задачу Гильберта и характеристическое сингулярное интегральное уравнение. Уметь вычислять индексы полных сингулярных интегральных уравнений.

3. должен владеть:

методами анализа граничных свойств простейших интегральных представлений, методами факторизации и регуляризации краевых задач, теории операторов Нетер.

-- квалифицированно обсуждать основные понятия и результаты по теории краевых задач (интеграл типа Коши и его граничные свойства, их использование при решении задачи о скачке, решение краевой задачи Римана методом факторизации на контурах различных типов, влияние особенностей коэффициентов на разрешимость краевой задачи Римана, преобразование Гильберта и его свойства, решение задачи Шварца, решение краевой задачи Гильберта путем редукции к задаче Шварца, сингулярный интегральный оператор и его свойства, сведение характеристического сингулярного интегрального уравнения к краевой задаче Римана, решение полного сингулярного интегрального уравнения, понятие индекса, понятие оператора Нетер);

вычислять интегралы типа Коши, уметь решать краевую задачу Римана, краевую задачу Гильберта и характеристическое сингулярное интегральное уравнение. Уметь вычислять индексы полных сингулярных интегральных уравнений.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных(ые) единиц(ы) 216 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет и экзамен в 6 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Интеграл типа Коши и его свойства. Формула Племели - Сохоцкого. Задача о скачке.	6	1-3	9	9	0	контрольная точка домашнее задание
2.	Тема 2. Решение задачи Римана на замкнутых и разомкнутых контурах методом факторизации.	6	4-6	9	9	0	контрольная точка домашнее задание
3.	Тема 3. Преобразование Гильберта. Задача Шварца. Краевая задача Гильберта.	6	7-10	12	12	0	контрольная точка домашнее задание
4.	Тема 4. Сингулярный интегральный оператор. Сингулярные интегральные уравнения и их свойства.	6	11-14	12	12	0	контрольная точка домашнее задание
5.	Тема 5. Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом	6	15-17	9	9	0	контрольная работа домашнее задание контрольная точка
	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	зачет экзамен
	Итого			51	51	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Интеграл типа Коши и его свойства. Формула Племели - Сохоцкого. Задача о скачке.**

**лекционное занятие (9 часа(ов)):**

Интеграл типа Коши и его свойства. Формула Племели - Сохоцкого. Задача о скачке.

**практическое занятие (9 часа(ов)):**

Вычисление интегралов типа Коши и сингулярных интегралов с ядром Коши, в том числе с помощью формулы Племели - Сохоцкого. Решение задачи о скачке.

## Тема 2. Решение задачи Римана на замкнутых и разомкнутых контурах методом факторизации.

### лекционное занятие (9 часа(ов)):

Решение задачи Римана на замкнутых и разомкнутых контурах методом факторизации.

### практическое занятие (9 часа(ов)):

Решение однородной задачи Римана на замкнутых и разомкнутых контурах. Решение неоднородной задачи Римана на замкнутых и разомкнутых контурах методом факторизации.

## Тема 3. Преобразование Гильберта. Задача Шварца. Краевая задача Гильберта.

### лекционное занятие (12 часа(ов)):

Преобразование Гильберта. Задача Шварца. Краевая задача Гильберта.

### практическое занятие (12 часа(ов)):

Вычисление сингулярных интегралов с ядром Гильберта. Преобразование Гильберта. Решение задачи Шварца. Решение краевой задачи Гильберта.

## Тема 4. Сингулярный интегральный оператор. Сингулярные интегральные уравнения и их свойства.

### лекционное занятие (12 часа(ов)):

Сингулярный интегральный оператор. Сингулярные интегральные уравнения и их свойства.

### практическое занятие (12 часа(ов)):

Решение характеристических сингулярных интегральных уравнений. Решение некоторых типов полных сингулярных интегральных уравнений.

## Тема 5. Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом

### лекционное занятие (9 часа(ов)):

Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом

### практическое занятие (9 часа(ов)):

Решение краевых задач и сингулярных интегральных уравнений со сдвигом

## 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Интеграл типа Коши и его свойства. Формула Племили - Сохоцкого. Задача о скачке.	6	1-3	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
				подготовка к контрольной точке	6	контрольная точка
2.	Тема 2. Решение задачи Римана на замкнутых и разомкнутых контурах методом факторизации.	6	4-6	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
				подготовка к контрольной точке	6	контрольная точка
3.	Тема 3. Преобразование Гильберта. Задача Шварца. Краевая задача Гильберта.	6	7-10	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
				подготовка к контрольной точке	6	контрольная точка

№	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
4.	Тема 4. Сингулярный интегральный оператор. Сингулярные интегральные уравнения и их свойства.	6	11-14	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
				подготовка к контрольной точке	6	контрольная точка
5.	Тема 5. Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом	6	15-17	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	18	контрольная работа
				подготовка к контрольной точке	6	контрольная точка
Итого				78		

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

лекции, практические занятия, контрольные работы, контрольные точки, зачёт и экзамен. В течение семестра студенты самостоятельно выполняют домашние задания, готовятся к контрольным точкам и контрольным работам. К экзамену допускаются студенты, показавшие положительные результаты по текущей работе в течение семестра.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Интеграл типа Коши и его свойства. Формула Племили - Сохоцкого. Задача о скачке.

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление интегралов типа Коши и сингулярных интегралов с ядром типа Коши. Формула Племили - Сохоцкого. Задача о скачке.

контрольная точка , примерные вопросы:

Вычисление интегралов типа Коши и сингулярных интегралов с ядром типа Коши. Формула Племили - Сохоцкого. Задача о скачке.

### Тема 2. Решение задачи Римана на замкнутых и разомкнутых контурах методом факторизации.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение однородной задачи Римана на замкнутых и разомкнутых контурах. Решение неоднородной задачи Римана на замкнутых и разомкнутых контурах методом факторизации.

контрольная точка , примерные вопросы:

Решение однородной задачи Римана на замкнутых и разомкнутых контурах. Решение неоднородной задачи Римана на замкнутых и разомкнутых контурах методом факторизации.

### Тема 3. Преобразование Гильберта. Задача Шварца. Краевая задача Гильберта.

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление сингулярных интегралов с ядром Гильберта. Решение задачи Шварца и краевой задачи Гильберта.



контрольная точка , примерные вопросы:

Вычисление сингулярных интегралов с ядром Гильберта. Преобразование Гильберта. Решение задачи Шварца и краевой задачи Гильберта.

#### **Тема 4. Сингулярный интегральный оператор. Сингулярные интегральные уравнения и их свойства.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение характеристических сингулярных интегральных уравнений и некоторых классов полных сингулярных интегральных уравнений.

контрольная точка , примерные вопросы:

Сингулярные интегральные операторы и сингулярные интегральные уравнения.

#### **Тема 5. Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение краевых задач Римана со сдвигом и сингулярных интегральных уравнений со сдвигом.

контрольная работа , примерные вопросы:

Итоговая контрольная работа

контрольная точка , примерные вопросы:

Краевая задача Римана со сдвигом. Сингулярное интегральное уравнение со сдвигом.

#### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

все виды текущего контроля успеваемости и аттестации по итогам освоения дисциплины оцениваются по 100-балльной рейтинговой системе, принятой к КФУ. Экзамены оцениваются переводом набранных по дисциплине баллов в оценки: неудовлетворительно, посредственно, удовлетворительно, хорошо, очень хорошо, отлично.

Примерный экзаменационный билет.

1. Формула Племили - Сохоцкого.
2. Однородная задача Римана.
3. Решить характеристическое сингулярное интегральное уравнение (дается конкретное уравнение).

Примерный вопрос на зачет.

Решить краевую задачу Римана (конкретный пример).

#### **7.1. Основная литература:**

1. Гахов Ф.Д. Краевые задачи (3-е издание). - Москва: Наука, 1977. - 640 с.
2. Мухелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. - Москва: Наука, 1968. - 543 с.

#### **7.2. Дополнительная литература:**

3. Данилюк И.И. Нерегулярные граничные задачи на плоскости. - Москва: Наука, 1975. - 295 с.
4. Литвинчук Г.С. Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом. - Москва, Наука, 1977. - 448 с.
5. Чибрикова Л.И. Основные граничные задачи для автоморфных функций. - Казань, Казанский Университет, 1977. - 256 с.

#### **7.3. Интернет-ресурсы:**



## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану**

Освоение дисциплины "Банаховы алгебры и их представления / Краевые задачи" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.62 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Кац Б.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Гарифьянов Фархад Нургаязоич \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.