

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Минзарипов Р.Г.

_____ 20__ г.

Программа дисциплины
Функциональный анализ Б3.Б.7

Направление подготовки: 010100.62 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Гумеров Р.Н.

Рецензент(ы):

Григорян С.А.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой:

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No _____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No

Казань
2014

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Гумеров Р.Н. Кафедра математического анализа отделение математики , Renat.Gumerov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины "Функциональный анализ" являются: получение базовых знаний по функциональному анализу: меры на системах множеств, продолжение меры с полукольца на кольцо, измеримые по Лебегу множества, мера Лебега, множества лебеговой меры нуль, мера Лебега-Стилтьеса, описание мер на борелевской алгебре числовой прямой, абсолютно непрерывные и сингулярные меры, измеримые функции, различные типы сходимости, конструкция интеграла Лебега и его свойства, теоремы о предельном переходе под знаком интеграла, заряды, меры в произведениях множеств, метрические пространства, пополнение метрического пространства, теоремы о вложенных шарах и Бэра, принцип сжимающих отображений и его применения, вполне ограниченные, компактные и предкомпактные множества в метрических пространствах, непрерывные функции на компактных пространствах, нормированные и банаховы пространства, линейные операторы и функционалы в нормированных пространствах, основные принципы линейного анализа (теоремы Хана-Банаха, Банаха-Штейнгауза, Банаха), предгильбертовы и гильбертовы пространства, их изоморфизмы, теорема Рисса об общем виде линейного функционала в гильбертовом пространстве, билинейные формы и их связь с операторами, сопряженные, самосопряженные, унитарные операторы, алгебра операторов в гильбертовом пространстве, ортопроекторы, конечномерные и компактные операторы, резольвента и спектр ограниченного оператора, строение спектра компактного оператора (теорема Рисса-Шаудера), спектральная теорема для компактного самосопряженного оператора, приложения к уравнениям Фредгольма (теоремы Фредгольма), интегральные уравнения с симметрическим ядром, производные Гато и Фреше отображения, теорема о неявной функции и ее применения, локальный экстремум функционала и условия его существования, понятие интеграла от вектор-функции со значениями в банаховом пространстве, формулы Лагранжа и Тейлора. При освоении дисциплины вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения задач, связанных с приложениями методов функционального анализа в механике, физике и в других областях естествознания.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.Б.7 Профессиональный" основной образовательной программы 010100.62 Математика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 3 курсе, 5, 6 семестры.

Дисциплина входит в базовую часть профессионального цикла.

Получаемые знания необходимы для понимания и освоения курсов теории вероятностей, математической статистики, методов оптимизации, а также профильных дисциплин направления математики.

Слушатели должны владеть знаниями по дисциплинам математический анализ, алгебра.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия и результаты по функциональному анализу (мера и интеграл Лебега, полные метрические и нормированные пространства, принцип сжимающих отображений, ограниченные линейные операторы и функционалы в нормированных пространствах, основные принципы линейного анализа, свойства компактных операторов в гильбертовых пространствах, спектральная теорема для компактного самосопряжённого оператора, теоремы Фредгольма, производные Гато и Фреше, теорема о неявной функции, условия существования экстремумов функционалов).

2. должен уметь:

Уметь вычислять интеграл Лебега. Уметь применять принцип сжимающих отображений для доказательства существования и единственности решения функциональных уравнений, систем линейных уравнений, интегральных уравнений в основных функциональных пространствах. Уметь вычислять нормы ограниченных линейных функционалов и операторов

3. должен владеть:

методами теории меры и интеграла, линейного анализа, теории компактных операторов в гильбертовом пространстве.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных(ые) единиц(ы) 252 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 5 семестре; экзамен в 6 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Мера Лебега. Измеримые функции. Интеграл Лебега.	5	1-9	0	0	0	
2.	Тема 2. Полные метрические пространства. Компактность и предкомпактность. Принцип сжимающих отображений.	5	10-12	0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Нормированные и банаховы пространства. Линейные операторы и функционалы. Основные принципы линейного анализа	5	13-18	0	0	0	
4.	Тема 4. Ограниченные линейные операторы в гильбертовом пространстве	6	1-8	0	0	0	
5.	Тема 5. Спектральная теорема для компактного самосопряженного оператора. Уравнения с компактными операторами. Теоремы Фредгольма.	6	9-14	0	0	0	
6.	Тема 6. Элементы нелинейного анализа в нормированных пространствах.	6	15-17	0	0	0	
	Тема . Итоговая форма контроля	5		0	0	0	зачет
	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	экзамен
	Итого			0	0	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Мера Лебега. Измеримые функции. Интеграл Лебега.

Тема 2. Полные метрические пространства. Компактность и предкомпактность. Принцип сжимающих отображений.

Тема 3. Нормированные и банаховы пространства. Линейные операторы и функционалы. Основные принципы линейного анализа

Тема 4. Ограниченные линейные операторы в гильбертовом пространстве

Тема 5. Спектральная теорема для компактного самосопряженного оператора. Уравнения с компактными операторами. Теоремы Фредгольма.

Тема 6. Элементы нелинейного анализа в нормированных пространствах.

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

лекции, лабораторные занятия, контрольные работы, зачет и экзамен. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому лабораторному занятию. В каждом семестре проводятся контрольные работы (на лабораторных занятиях). Зачет выставляется по положительным результатам выполнения контрольных работ и самостоятельной работы в течение семестра, а также успешной сдачи теоретического материала по прилагаемой программе. К экзамену допускаются студенты, показавшие положительные результаты по текущей работе в течение семестра.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Мера Лебега. Измеримые функции. Интеграл Лебега.

Тема 2. Полные метрические пространства. Компактность и предкомпактность. Принцип сжимающих отображений.

Тема 3. Нормированные и банаховы пространства. Линейные операторы и функционалы. Основные принципы линейного анализа

Тема 4. Ограниченные линейные операторы в гильбертовом пространстве

Тема 5. Спектральная теорема для компактного самосопряженного оператора. Уравнения с компактными операторами. Теоремы Фредгольма.

Тема 6. Элементы нелинейного анализа в нормированных пространствах.

Тема . Итоговая форма контроля

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

все виды текущего контроля успеваемости и аттестации по итогам освоения дисциплины оцениваются по 100-балльной рейтинговой системе, принятой в КФУ. Экзамены оцениваются переводом набранных по дисциплине баллов в оценки: неудовлетворительно, посредственно, удовлетворительно, хорошо, очень хорошо, отлично. Варианты контрольных заданий и программы зачета и экзамена приведены в приложениях 1 и 2. Распределение баллов по видам контроля приведены в приложении 3.

7.1. Основная литература:

1. Шерстнев А. Н., Конспект лекций по математическому анализу (4-е издание).-- Казань: Казанский государственный университет, 2005. -- 373 с., 5-ое издание: <http://www.ksu.ru/f5/index.php?id=7>
2. Колмогоров А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин; МГУ им. М. В. Ломоносова.-Изд. 7-е.-Москва: Физматлит, 2006.-570 с 137 экз.

7.2. Дополнительная литература:

5. Антоневиц А.Б., Князев П.Н. Радыно Я.В., Задачи и упражнения по функциональному анализу. -- Минск: Выш. школа, 1978. -- 205 с.
6. . Антоневиц А.Б., Радыно Я.В., Функциональный анализ и интегральные уравнения.?Минск:БГУ, 2003. - 430 с.
7. Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С., Задачи и упражнения по функциональному анализу. -- М: Наука, 1984. -- 256 с.
8. Насыров С.Р., Метрические и линейные нормированные пространства.-- Казань: КГУ, 2008.-- 36 с.
9. Луговая Г.Д., Скворцова Г.Ш., Турилова Е.А., Мера и интеграл. - Казань: КГУ, 2004.-29 с.

7.3. Интернет-ресурсы:

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Освоение дисциплины "Функциональный анализ" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.62 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Гумеров Р.Н. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Григорян С.А. _____

"__" _____ 201__ г.