

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Минзарипов Р.Г.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Математические модели задач естествознания М1.Б.5

Направление подготовки: 010100.68 - Математика

Профиль подготовки: Комплексный анализ

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Якушев Р.С.

**Рецензент(ы):**

Коноплев Ю.Г.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой:

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2013

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Якушев Р.С. Кафедра теоретической механики отделение механики, Rinat.Yaqushef@kpfu.ru

### **1. Цели освоения дисциплины**

Изучение теории математического моделирования применительно к естествознанию, всех этапов построения математической модели и формулировки задачи, её решения и исследования; умение сравнения результатов расчета с данными эксперимента и последующего улучшения математической модели. Это позволит студентам лучше понять и усвоить знания, полученные при изучении специальных дисциплин.

### **2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования**

Данная учебная дисциплина включена в раздел " М1.Б.5 Общенаучный" основной образовательной программы 010100.68 Математика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1 курсе, 2 семестр.

Данная учебная дисциплина входит в раздел М1. Общенаучный цикл, базовая ♦ часть.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и компетенции, полученные обучающимися в процессе введения в профильную подготовку бакалавриата "Математика". При изучении этой дисциплины студенты имеют возможность познакомиться с методологией и логикой моделирования, освоить способы математического описания:

- состояния изучаемого объекта или явления.
- величин, которые характеризуют объекты, их взаимодействие со средой и т. п.
- уравнений эволюции изучаемой природной системы.

### **3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля**

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

В результате освоения дисциплины студент:

### **4. Структура и содержание дисциплины/ модуля**

Общая трудоемкость дисциплины составляет зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен во 2 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

### **4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю** **Тематический план дисциплины/модуля**

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Раздел 1. Математическое моделирование 1.1. Математические модели в естествознании и методы их исследования; 1.2. Основные принципы построения математических моделей; 1.3. "Жесткие" и "мягкие" математические модели.	9	1	0	0	0	
2.	Тема 2. Раздел 2. Ветвление решений и катастрофы. 2.1. Бифуркации 2.2. Бифуркации на плоскости 2.3. Элементы теории катастроф 2.3.1. Качалка 2.3.2. Машина катастроф Зимана 2.3.3. Классификация катастроф.	9	1-2	0	0	0	
3.	Тема 3. Раздел 3. Нелинейные задачи математической физики 3.1. Основные нелинейные уравнения математической физики 3.2. Вывод уравнения $\sin$ -Гордона 3.3. Стационарные решения 3.4. Автомодельные решения	9	2-3	0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Раздел 4. Уравнения с отклоняющимися аргументами 4.1. Уравнения с запаздыванием, моделирующие изменение численности популяции 4.2. Числа Фибоначчи 4.3. Уравнение Хатчинсона	9	4-6	0	0	0	
5.	Тема 5. Раздел 5. Введение в механику сплошных сред 5.1. Предмет и методы механики сплошных сред. Математический аппарат механики сплошных сред. 5.2. Представление движения сплошной среды. Теория деформаций. Теория напряжений. 5.3. Законы сохранения в механике. Простейшие модели механики сплошных сред.	9	7-9	0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. 6 Раздел 6. Математические модели жидкой среды. 6.1. Несжимаемая вязкая жидкость. Сжимаемость. Основные уравнения и упрощающие предположения. 6.2. Модель мелкой воды. Невязкая несжимаемая жидкость. 6.3. Уравнения Навье-Стокса. Граничные условия. Диссипация энергии. Размерностный подход к решению задач механики и жидкости. 6.4. Парадоксы в схеме идеальной жидкости. Задачи со свободными границами.	9	10-11	0	0	0	
7.	Тема 7. Методы системной биологии 7.1. Модели взаимодействующих видов. Автоколебательные процессы в биологических системах 7.2. Модели возбудимых сред в биологии. Примеры электрофизиологических моделей различных возбудимых клеток. 7.3. Спонтанные возбуждения и режим автоколебаний. Упрощение модели Ходжкина-Хаксли, феноменологические модели Фиц Хью-Нагумо.	9	12-13	0	0	0	
	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	экзамен

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
Итого				0	0	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Раздел 1. Математическое моделирование 1.1. Математические модели в естествознании и методы их исследования; 1.2. Основные принципы построения математических моделей; 1.3. "Жесткие" и "мягкие" математические модели.**

**Тема 2. Раздел 2. Ветвление решений и катастрофы. 2.1. Бифуркации 2.2. Бифуркации на плоскости 2.3. Элементы теории катастроф 2.3.1. Качалка 2.3.2. Машина катастроф Зимана 2.3.3. Классификация катастроф.**

**Тема 3. Раздел 3. Нелинейные задачи математической физики 3.1. Основные нелинейные уравнения математической физики 3.2. Вывод уравнения  $\sin$ -Гордона 3.3. Стационарные решения 3.4. Автомодельные решения**

**Тема 4. Раздел 4. Уравнения с отклоняющимися аргументами 4.1. Уравнения с запаздыванием, моделирующие изменение численности популяции 4.2. Числа Фибоначчи 4.3. Уравнение Хатчинсона**

**Тема 5. Раздел 5. Введение в механику сплошных сред 5.1. Предмет и методы механики сплошных сред. Математический аппарат механики сплошных сред. 5.2. Представление движения сплошной среды. Теория деформаций. Теория напряжений. 5.3. Законы сохранения в механике. Простейшие модели механики сплошных сред.**

**Тема 6. 6 Раздел 6. Математические модели жидкой среды. 6.1. Несжимаемая вязкая жидкость. Сжимаемость. Основные уравнения и упрощающие предположения. 6.2. Модель мелкой воды. Невязкая несжимаемая жидкость. 6.3. Уравнения Навье-Стокса. Граничные условия. Диссипация энергии. Размерностный подход к решению задач механики и жидкости. 6.4. Парадоксы в схеме идеальной жидкости. Задачи со свободными границами.**

**Тема 7. Методы системной биологии 7.1. Модели взаимодействующих видов. Автоколебательные процессы в биологических системах 7.2. Модели возбудимых сред в биологии. Примеры электрофизиологических моделей различных возбудимых клеток. 7.3. Спонтанные возбуждения и режим автоколебаний. Упрощение модели Ходжкина-Хаксли, феноменологические модели Фиц Хью-Нагумо.**

#### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Рекомендуемые образовательные технологии: лекционные занятия, семинарские аудиторные занятия, самостоятельная работа студентов.

При проведении занятий рекомендуется использование активных и интерактивных форм занятий (проектных методик, подготовка докладов, презентаций, иных форм) в сочетании с внеаудиторной (самостоятельной) работой.

#### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

**Тема 1. Раздел 1. Математическое моделирование 1.1. Математические модели в естествознании и методы их исследования; 1.2. Основные принципы построения математических моделей; 1.3. "Жесткие" и "мягкие" математические модели.**

**Тема 2. Раздел 2. Ветвление решений и катастрофы. 2.1. Бифуркации 2.2. Бифуркации на плоскости 2.3. Элементы теории катастроф 2.3.1. Качалка 2.3.2. Машина катастроф Зимана 2.3.3. Классификация катастроф.**

**Тема 3. Раздел 3. Нелинейные задачи математической физики 3.1. Основные нелинейные уравнения математической физики 3.2. Вывод уравнения  $\sin$ -Гордона 3.3. Стационарные решения 3.4. Автомодельные решения**

**Тема 4. Раздел 4. Уравнения с отклоняющимися аргументами 4.1. Уравнения с запаздыванием, моделирующие изменение численности популяции 4.2. Числа Фибоначчи 4.3. Уравнение Хатчинсона**

**Тема 5. Раздел 5. Введение в механику сплошных сред 5.1. Предмет и методы механики сплошных сред. Математический аппарат механики сплошных сред. 5.2. Представление движения сплошной среды. Теория деформаций. Теория напряжений. 5.3. Законы сохранения в механике. Простейшие модели механики сплошных сред.**

**Тема 6. 6 Раздел 6. Математические модели жидкой среды. 6.1. Несжимаемая вязкая жидкость. Сжимаемость. Основные уравнения и упрощающие предположения. 6.2. Модель мелкой воды. Невязкая несжимаемая жидкость. 6.3. Уравнения Навье-Стокса. Граничные условия. Диссипация энергии. Размерностный подход к решению задач механики и жидкости. 6.4. Парадоксы в схеме идеальной жидкости. Задачи со свободными границами.**

**Тема 7. Методы системной биологии 7.1. Модели взаимодействующих видов. Автоколебательные процессы в биологических системах 7.2. Модели возбудимых сред в биологии. Примеры электрофизиологических моделей различных возбудимых клеток. 7.3. Спонтанные возбуждения и режим автоколебаний. Упрощение модели Ходжкина-Хаксли, феноменологические модели Фиц Хью-Нагумо.**

**Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

Оценочные средства составляются преподавателем самостоятельно при ежегодном обновлении банка средств. ♦Количество вариантов зависит от числа обучающихся.

### **7.1. Основная литература:**

1. Андриевский Б.Р. Фрадков А.Л. Элементы математического моделирования в программных средствах MATLAB 5 и Scilab. СПб.: Наука, 2001.
2. Анищенко В.С. Знакомство с нелинейной динамикой: Лекции соросовского профессора: Учебное пособие. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002.
3. Арнольд В.И. "Жесткие" и "мягкие" математические модели. М.: МЦНМО, 2000.
4. Арнольд В.И. Математические методы классической механики. М.: Наука, 1989. 472 с.
5. Базыкин А.Д. Математическая биофизика взаимодействующих популяций. М.: Наука, 1985. 165 с.
6. Ворович И.И. Лекции по динамике Ньютона. Современный взгляд на механику Ньютона и ее развитие. Москва-Ижевск: Институт комплексных исследований, 2004. 680 с.
7. Дерендяев Н.В., Неймарк Ю.И., Савельев В.П. 100 задач по математическим моделям в естествознании. Нижний Новгород, 2002.
8. Зализняк В.Е. Основы научных вычислений. Введение в численные методы для физиков: Учебное пособие. М.: Едиториал УРСС, 2000. 208 с.
9. Ильин М.М., Колесников К.С., Саратов Ю.С. Теория колебаний. М.: Изд-во МГТУ, 2001. 272 с.
10. Коноплев Ю.Г., Якушев Р.С. Лекции по динамике сооружений с подвижными нагрузками. Казань, 2003. 208 с.
11. Местецкий Л.М. Математические модели в экологии. Тверь, 1997. 40 с.
12. Новокшенов В.Ю. Математические модели в естествознании. Введение в теорию солитонов. Уфа. 1999.

- 13.Ньютон И. Математические начала натуральной философии. М.: Наука, 1989. 688 с.
- 14.Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. М.: Физматлит, 2001.
- 15.Юдович В.И. Математические модели естествознания. Курс лекций. М.: Вузовская книга, 2009. 288 с.

## **7.2. Дополнительная литература:**

## **7.3. Интернет-ресурсы:**

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану**

Освоение дисциплины "Математические модели задач естествознания" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.68 "Математика" и магистерской программе Комплексный анализ .

Автор(ы):

Якушев Р.С. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Коноплев Ю.Г. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.