

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Минзарипов Р.Г.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Дополнительные главы теории краевых задач М2.ДВ.3

Направление подготовки: 010100.68 - Математика

Профиль подготовки: Комплексный анализ

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Кац Б.А.

**Рецензент(ы):**

-

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой:

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2013

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Кац Б.А. Кафедра математического анализа отделение математики , Boris.Kac@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины "Дополнительные главы теории краевых задач" являются: получение базовых знаний по современным достижениям в теории краевых задач для аналитических функций и связанных с ней разделах анализа. Теория краевой задачи Римана-Гильберта и тесно связанная с ней теория сингулярных интегральных уравнений была создана и развита в результате усилий главным образом советских математиков. Многие достижения в этой области связаны с именами ученых, работавших в разные годы в Казанском университете. Однако в последние десятилетия в этой области появились новые достижения, полученные главным образом зарубежными учеными и не вошедшие в учебные курсы российских университетов. Таким образом, помимо общенаучного и прикладного интереса, изучение этого курса позволяет познакомить студентов с последними достижениями мировой науки в данной области. К числу базовых знаний в этой области относятся такие концепции и факты, как матричная задача Римана-Гильберта и ее применение в теории ортогональных многочленов (подход Дейффа-Чжоу), связь краевой задачи Римана с теорией целых функций, преобразование Коши обобщенных функций и его приложения в краевой задаче Римана. При освоении дисциплины вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения задач, связанных с приложениями краевых задач.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " М2.ДВ.3 Профессиональный" основной образовательной программы 010100.68 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 1 курсе, 1 семестр.

Дисциплина по выбору входит в вариативную часть блока М2 - профессиональный цикл. Отчетность - экзамен. Получаемые знания необходимы для понимания и освоения других курсов, связанных с теорией функций комплексного переменного, а также профильных дисциплин направления "Математика".

Слушатели должны владеть знаниями по дисциплинам математический анализ, теория функций комплексного переменного, функциональный анализ.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-10 (профессиональные компетенции)	понимание корректности постановки задачи
ПК-2 (профессиональные компетенции)	умение понять поставленную задачу
ПК-5 (профессиональные компетенции)	умение на основе анализа увидеть и корректно сформулировать результат
ПК-8 (профессиональные компетенции)	умение ориентироваться в постановке задач

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия и результаты, полученные в теории краевых задач в последние десятилетия (матричная задача Римана-Гильберта и ее применение в теории ортогональных многочленов), краевые задачи Римана и Гильберта с бесконечным индексом, их связь с теорией целых функций, преобразование Коши обобщенных функций и его приложения в краевой задаче Римана, различные метрические размерности.

2. должен уметь:

решать матричную краевую задачу Римана в постановке Итса - Китаева - Фокаса; решать краевые задачи Римана и Гильберта с бесконечными индексами, а также на негладких и непрямолинейных контурах; вычислять преобразование Коши различных распределений на комплексной плоскости.

3. должен владеть:

исчислением голоморфных матриц, методами теории целых функций, преобразованием Коши обобщенных функций с носителями на комплексной плоскости, различными метрическими размерностями.

-- уверенно комментировать основные понятия и результаты, полученные в теории краевых задач в последние десятилетия: матричная задача Римана-Гильберта и ее применение в теории ортогональных многочленов, краевые задачи Римана и Гильберта с бесконечным индексом, их связь с теорией целых функций, преобразование Коши обобщенных функций и его приложения в краевой задаче Римана, различные метрические размерности;

-- решать матричную краевую задачу Римана в постановке Итса - Китаева - Фокаса; решать краевые задачи Римана и Гильберта с бесконечными индексами, а также на негладких и непрямолинейных контурах; вычислять преобразование Коши различных распределений на комплексной плоскости.

#### **4. Структура и содержание дисциплины/ модуля**

Общая трудоемкость дисциплины составляет зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 1 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### **4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю**

##### **Тематический план дисциплины/модуля**

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Матричная краевая задача Римана-Гильберта и ее применение в теории ортогональных многочленов	1	1-3	6	6	0	домашнее задание контрольная точка
2.	Тема 2. Краевые задачи Римана - Гильберта с бесконечными индексами.	1	4-6	6	6	0	контрольная точка домашнее задание
3.	Тема 3. Преобразование Коши и краевая задача Римана на неспрямляемых кривых.	1	7-10	4	8	0	контрольная точка домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	экзамен
	Итого			16	20	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Матричная краевая задача Римана-Гильберта и ее применение в теории ортогональных многочленов

###### **лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Матричная краевая задача Римана-Гильберта и ее применение в теории ортогональных многочленов

###### **практическое занятие (6 часа(ов)):**

Матричная краевая задача Римана-Гильберта

##### Тема 2. Краевые задачи Римана - Гильберта с бесконечными индексами.

###### **лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Краевые задачи Римана - Гильберта с бесконечными индексами.

###### **практическое занятие (6 часа(ов)):**

Решение краевых задачи Римана - Гильберта с бесконечными индексами.

##### Тема 3. Преобразование Коши и краевая задача Римана на неспрямляемых кривых.

###### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Преобразование Коши и краевая задача Римана на неспрямляемых кривых.

###### **практическое занятие (8 часа(ов)):**

Вычисление преобразований Коши и решение краевой задачи Римана на неспрямляемой кривой.

#### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Матричная краевая задача Римана-Гильберта и ее применение в теории ортогональных многочленов	1	1-3	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
				подготовка к контрольной точке	6	контрольная точка
2.	Тема 2. Краевые задачи Римана - Гильберта с бесконечными индексами.	1	4-6	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
				подготовка к контрольной точке	6	контрольная точка
3.	Тема 3. Преобразование Коши и краевая задача Римана на неспрямляемых кривых.	1	7-10	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
				подготовка к контрольной точке	6	контрольная точка
Итого					36	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

лекции, практические занятия, контрольные точки, зачёт и экзамен. В течение семестра студенты выполняют домашние задания. Проводятся самостоятельные работы. К экзамену допускаются студенты, показавшие положительные результаты по текущей работе в течение семестра.

### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

#### Тема 1. Матричная краевая задача Римана-Гильберта и ее применение в теории ортогональных многочленов

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение матричной краевой задачи Римана-Гильберта

контрольная точка , примерные вопросы:

Решение матричной краевой задачи Римана-Гильберта

#### Тема 2. Краевые задачи Римана - Гильберта с бесконечными индексами.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение краевых задач Римана - Гильберта с бесконечными индексами.

контрольная точка , примерные вопросы:

Решение краевых задач Римана - Гильберта с бесконечными индексами.

#### Тема 3. Преобразование Коши и краевая задача Римана на неспрямляемых кривых.

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление преобразований Коши распределений и решение краевой задачи Римана на неспрямляемых кривых.

контрольная точка , примерные вопросы:

Вычисление преобразований Коши распределений и решение краевой задачи Римана на непрямолинейных кривых.

## **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

Все виды текущего контроля успеваемости и аттестации по итогам освоения дисциплины оцениваются по 100-балльной рейтинговой системе, принятой к КФУ. Экзамены оцениваются переводом набранных по дисциплине баллов в оценки: неудовлетворительно, посредственно, удовлетворительно, хорошо, очень хорошо, отлично.

Примерный экзаменационный билет.

1. Частные индексы матричной задачи Римана.
2. Понятие размерности Минковского для непрямолинейной кривой.
3. Найти порядок, тип и индикатор целой функции (дается конкретная целая функция).

### **7.1. Основная литература:**

1. P. Deift. Orthogonal Polynomials and Random Matrices: A Riemann - Hilbert Approach. - New York, Providence: AMS, 2000. - 261 p.
2. Аптекарев А.И. Точные константы рациональных аппроксимаций аналитических функций. Математический сборник, 193, ♦1 (2002), с. 3-72

### **7.2. Дополнительная литература:**

1. A.B.J. Kuijlaars, K.T.-R. McLaughlin, W. Van Assche, M. Vanlessen. The Riemann - Hilbert approach to strong asymptotics for orthogonal polynomials on  $[-1, 1]$ . Advances in Mathematics. 188(2004), p.337-398
2. Кац Б.А. Краевая задача Римана на негладких дугах и фрактальные размерности. - Алгебра и Анализ, т.6, ♦ 1, с. 172 - 202 .

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану**

Освоение дисциплины "Дополнительные главы теории краевых задач" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.68 "Математика" и магистерской программе Комплексный анализ .

Автор(ы):

Кац Б.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.