

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
**Статистика случайных процессов БЗ.ДВ.2**

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Теория вероятностей и математическая статистика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Никифорова Л.П., Кареев И.А.

**Рецензент(ы):**

Гумеров Р.Н.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 9170314

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) ассистент, к.н. Кареев И.А. кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики, IAKareev@kpfu.ru; заместитель директора по воспитательной и социальной работе Никифорова Л.П. Директорат Института ВМ и ИТ Институт вычислительной математики и информационных технологий

## 1. Цели освоения дисциплины

Целью курса является систематическое изучение основных понятий и методов статистики случайных процессов, которые используются в качестве математических моделей широкого круга явлений в технике, экономике, физике и других разделах естествознания. Особое внимание уделяется процедурам оценивания параметров и прогноза для стационарных и сводящихся к стационарным временных рядов.

Курс "Статистика случайных процессов" существенно опирается на многие разделы курсов "Теория вероятностей и математическая статистика", "Математический анализ", "Алгебра и геометрия", "Математические основы стохастики", "Функциональный анализ" и "Теория случайных процессов".

## 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б3.ДВ.2 Профессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Дисциплина "Статистика случайных процессов" входит в базовую часть математического и естественнонаучного цикла подготовки магистра по направлению "Прикладная математика и информатика".

Логическая и содержательно - методическая взаимосвязь с другими дисциплинами и частями ООП выражается в следующем.

Курс "Статистика случайных процессов" существенно опирается на многие разделы курсов "Теория вероятностей и математическая статистика", "Математический анализ", "Алгебра и геометрия", "Математические основы стохастики", "Функциональный анализ" и "Теория случайных процессов".

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

| Шифр компетенции                       | Расшифровка приобретаемой компетенции  |
|--|--|
| ПК-1<br>(профессиональные компетенции) | способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой |
| ПК-2<br>(профессиональные компетенции) | способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии   |
| ПК-8<br>(профессиональные компетенции) | способность формировать суждения о значении и последствиях своей профессиональной деятельности с учетом социальных, профессиональных и этических позиций   |
| ПК-9<br>(профессиональные компетенции) | способность приобретать и использовать организационно-управленческие навыки в профессиональной и социальной деятельности   |

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные понятия и методы элементарной математики, математического анализа; теории вероятностей и математической статистики, алгебры и геометрии; математических основ стохастики; функционального анализа; теории случайных процессов.

2. должен уметь:

- вычислять вероятности элементарных событий;  
- вычислять условные вероятности;  
- находить основные характеристики случайных величин;  
- использовать основные алгебраические тождества для преобразования алгебраических выражений;  
- решать линейные и квадратичные уравнения и неравенства;  
- находить интегралы и производные;  
- доказывать математические утверждения;

3. должен владеть:

- методами теории вероятностей и математической статистики;  
- теоретическими знаниями, связанными с классификацией случайных процессов и методами их исследования;  
- основными принципами построения стохастических моделей при исследовании широкого круга задач физики, техники и экономики.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- понимать основные принципы построения и уточнения стохастических моделей при исследовании широкого круга задач физики, техники и экономики;  
- обладать теоретическими знаниями, связанными с методами оценивания параметров, интерполяции, прогнозу и фильтрации случайных процессов;  
- ориентироваться в современных математических методах статистики случайных процессов.

#### **4. Структура и содержание дисциплины/ модуля**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### **4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю**

##### **Тематический план дисциплины/модуля**

| N   | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля                         | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля |
|-----|---|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
|     |   |         |                    | Лекции  | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                           |
| 1.  | Тема 1. Модели авторегрессии и скользящего суммирования | 7       | 1-2                | 0   | 6                       | 0                      |                           |
| 2.  | Тема 2. Оценивание ковариационной функции               | 7       | 2                  | 0   | 3                       | 0                      |                           |
| 3.  | Тема 3. Статистические свойства периодограммы           | 7       | 3                  | 0   | 3                       | 0                      |                           |
| 4.  | Тема 4. Дискретное преобразование Фурье                 | 7       | 3-4                | 0   | 6                       | 0                      |                           |
| 5.  | Тема 5. Оценивание спектральной плотности               | 7       | 4-7                | 0   | 6                       | 0                      |                           |
| 6.  | Тема 6. Регулярные и сингулярные последовательности     | 7       | 7-8                | 0   | 6                       | 0                      |                           |
| 7.  | Тема 7. Экстраполяция                                   | 7       | 8-9                | 0   | 6                       | 0                      |                           |
| 8.  | Тема 8. Интерполяция                                    | 7       | 9                  | 0   | 3                       | 0                      |                           |
| 9.  | Тема 9. Фильтры   | 7       | 10-12              | 0   | 6                       | 0                      |                           |
| 10. | Тема 10. Линейные модели временных рядов                | 7       | 13-15              | 0   | 3                       | 0                      |                           |
| 11. | Тема 11. Прогнозирование временных рядов                | 7       | 15-18              | 0   | 6                       | 0                      |                           |
|     | Тема . Итоговая форма контроля                          | 7       |                    | 0   | 0                       | 0                      | экзамен                   |
|     | Итого   |         |                    | 0   | 54                      | 0                      |                           |

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Модели авторегрессии и скользящего суммирования

#### **практическое занятие (6 часа(ов)):**

Спектральное представление последовательности второго порядка. Модели авторегрессии и скользящего суммирования. Линейные фильтры. Рациональные спектральные плотности. Представимость последовательности, имеющей спектральную плотность, моделью скользящего суммирования.

### Тема 2. Оценивание ковариационной функции

#### **практическое занятие (3 часа(ов)):**

Оценивание ковариационной функции. Необходимое и достаточное условие состоятельности оценки в нормальном случае.

### Тема 3. Статистические свойства периодограммы

#### **практическое занятие (3 часа(ов)):**

Оценивание спектральной функции плотности, статистические свойства периодограммы и типы окон.

#### **Тема 4. Дискретное преобразование Фурье**

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Дискретное преобразование Фурье. Алгоритмы быстрого преобразования Фурье.

#### **Тема 5. Оценивание спектральной плотности**

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Состоятельные оценки спектральной плотности. Оценивание автокорреляции и взаимной корреляции. Коррелограммный метод оценки спектральной плотности. Периодограммные оценки спектральной плотности.

#### **Тема 6. Регулярные и сингулярные последовательности**

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Регулярные и сингулярные последовательности. Разложение Вольда. Обновляющие последовательности. Регулярные последовательности и модель скользящего среднего.

#### **Тема 7. Экстраполяция**

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Экстраполяция и примеры экстраполяции для сингулярных и регулярных случайных последовательностей.

#### **Тема 8. Интерполяция**

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Интерполяция. Теорема Колмогорова. Примеры.

#### **Тема 9. Фильтры**

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Фильтрация по всей наблюдаемой последовательности. Выделение сигнала из смеси с шумом. Общая задача фильтрации. Фильтр Калмана - Бьюси.

#### **Тема 10. Линейные модели временных рядов**

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Линейные модели временных рядов. Процессы авторегрессии. Процессы скользящего среднего. Смешанные процессы. Примеры. Линейные нестационарные модели. Идентификация модели. Оценивание параметров.

#### **Тема 11. Прогнозирование временных рядов**

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Прогнозирование. Вероятностные пределы прогнозов. Практика построения, подгонки модели и прогноза по выборочным данным.

### **4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

| N  | Раздел Дисциплины                                       | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|---|---------|-----------------|---------------------------------------|------------------------|---------------------------------------|
| 1. | Тема 1. Модели авторегрессии и скользящего суммирования | 7       | 1-2             | изучение дополнительной литературы    | 6                      | реферат                               |
| 2. | Тема 2. Оценивание ковариационной функции               | 7       | 2               | изучение дополнительной литературы    | 3                      | реферат                               |

| N   | Раздел Дисциплины                                   | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|-----|---|---------|-----------------|---------------------------------------|------------------------|---------------------------------------|
| 3.  | Тема 3. Статистические свойства периодограммы       | 7       | 3               | изучение дополнительной литературы    | 3                      | реферат                               |
| 4.  | Тема 4. Дискретное преобразование Фурье             | 7       | 3-4             | изучение дополнительной литературы    | 6                      | контрольная работа                    |
| 5.  | Тема 5. Оценивание спектральной плотности           | 7       | 4-7             | изучение дополнительной литературы    | 6                      | реферат                               |
| 6.  | Тема 6. Регулярные и сингулярные последовательности | 7       | 7-8             | изучение дополнительной литературы    | 6                      | реферат                               |
| 7.  | Тема 7. Экстраполяция                               | 7       | 8-9             | изучение дополнительной литературы    | 6                      | реферат                               |
| 8.  | Тема 8. Интерполяция                                | 7       | 9               | изучение дополнительной литературы    | 3                      | реферат                               |
| 9.  | Тема 9. Фильтры                                     | 7       | 10-12           | изучение дополнительной литературы    | 6                      | реферат                               |
| 10. | Тема 10. Линейные модели временных рядов            | 7       | 13-15           | изучение дополнительной литературы    | 3                      | реферат                               |
| 11. | Тема 11. Прогнозирование временных рядов            | 7       | 15-18           | изучение дополнительной литературы    | 6                      | контрольная работа                    |
|     | Итого   |         |                 |                                       | 54                     |                                       |

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Чтение лекций по данной дисциплине проводится традиционным способом.

Студентам предоставляется возможность для самоподготовки и подготовки к экзамену использовать электронный вариант конспекта лекций, подготовленный преподавателем в соответствии с планом лекций.

При работе используется диалоговая форма ведения лекций с постановкой и решением проблемных задач, обсуждением дискуссионных моментов и т.д.

При проведении коллоквиумов студентам предлагается ответить на некоторые теоретические вопросы по курсу лекций и решить задачи, содержащие элементы научных исследований, которые могут потребовать углубленной самостоятельной проработки теоретического материала.

При организации внеаудиторной самостоятельной работы по данной дисциплине преподавателю рекомендуется использовать следующие ее формы:

- решение студентом самостоятельных задач обычной сложности, направленных на закрепление знаний и умений;
- выполнение индивидуальных заданий повышенной сложности, направленных на развитие у студентов научного мышления и инициативы.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Модели авторегрессии и скользящего суммирования**

реферат , примерные темы:

Изложение определения и основных свойств случайных последовательностей авторегрессии и скользящего среднего. Описание линейных фильтров и их связи с последовательностями скользящего среднего.

### **Тема 2. Оценивание ковариационной функции**

реферат , примерные темы:

Изложение описания оценок ковариационной функции, приведение необходимых и достаточных условий её состоятельности для нормального случая.

### **Тема 3. Статистические свойства периодограммы**

реферат , примерные темы:

Изложение понятий периодограммы и окон, различные формы их записи.

### **Тема 4. Дискретное преобразование Фурье**

контрольная работа , примерные вопросы:

Решение теоретических задач по прошедшим темам и краткое изложение дискретного преобразования Фурье.

### **Тема 5. Оценивание спектральной плотности**

реферат , примерные темы:

Изложение способа оценивания спектральной функции плотности с помощью периодограммы. Изложение способов оценивания автокорреляции и взаимной корреляции.

### **Тема 6. Регулярные и сингулярные последовательности**

реферат , примерные темы:

Изложение определений регулярной и сингулярной последовательностей, изложение разложения Вольда последовательностей на регулярную и сингулярную компоненты.

### **Тема 7. Экстраполяция**

реферат , примерные темы:

Изложение определения задачи экстраполяции и основных результатов, касающихся её оценок. Приведения примера экстраполяции для регулярных и сингулярных последовательностей.

### **Тема 8. Интерполяция**

реферат , примерные темы:

Изложение определения задачи интерполяции и теоремы Колмогорова.

### **Тема 9. Фильтры**

реферат , примерные темы:

Изложение определения задачи фильтрации. Изложение решения для частного случая - задачи выделения сигнала из смеси с шумом. Рассмотрение фильтра Калмана-Бьюси.

### **Тема 10. Линейные модели временных рядов**

реферат , примерные темы:

Изложения описания линейных моделей временных рядов, задачи идентификации модели и оценивания параметров.

### **Тема 11. Прогнозирование временных рядов**

контрольная работа, примерные вопросы:

Решение теоретических задач по пройденным темам и краткое изложение основных результатов, касающихся прогнозирования временных рядов, подгонки модели и прогнозирования по выборочным данным.

### **Тема . Итоговая форма контроля**



Примерные вопросы к экзамену:

Всего по текущей работе студент может набрать 50 баллов, в том числе:

контрольные работы - всего 50 баллов.

Студент допускается к экзамену, если он набрал по текущей работе не менее 28 баллов.

Минимальное количество баллов по каждому из видов текущей работы составляет половину от максимального.

Вопросы и задания к экзамену:

1. Критерии состоятельности оценки ковариационной функции стационарного случайного процесса в гауссовском случае.
2. Статистические свойства периодограммы.
3. Состоятельные оценки спектральной плотности стационарной последовательности.
4. Регулярные и сингулярные последовательности. Разложение Вольда.
5. Стационарные последовательности. Экстраполяция (прогноз).
6. Линейные фильтры. Следствия спектральной теоремы. Спектральные плотности основных моделей.
7. Белый шум. AP-, CC-, APC-последовательности.
8. Теорема о представлении последовательности, имеющей спектральную плотность, в виде CC-последовательности.
9. Стационарные последовательности. Общая задача фильтрации.
10. Оценивание ковариационной функции стационарного процесса второго порядка. Несмещенность, состоятельность.
11. Построить оптимальную линейную оценку для задачи пропущенного наблюдения в стационарной последовательности.
12. Построить оптимальный линейный прогноз стационарной последовательности при известной спектральной плотности и найти его ошибку.
13. Решить задачу представления в виде AP обратимой последовательности CC.
14. Найти связь между параметрами последовательности CC и значениями её ковариационной функции.
15. Найти связь между параметрами последовательности AP и значениями её ковариационной функции.

### 7.1. Основная литература:

1. Кремер, Наум Шевелевич. Теория вероятностей и математическая статистика = Probability theory and mathematical statistics : учеб. для студентов вузов, обучающихся по экон. спец. / Н.Ш. Кремер .? 2-е изд., перераб. и доп. ? Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2006 .? 573 с.

2. Андронов, Александр Михайлович.

Теория вероятностей и математическая статистика : [учеб. для вузов] / А.М. Андронов, Е.А. Копытов, Л.Я. Гринглаз .? Москва и др. : Питер, 2004 .? 460 с.

3. Ширяев, Альберт Николаевич.

Вероятность : [В 2-х кн.] / А. Н. Ширяев .? Москва : МЦНМО, 2004. [Кн. 2]: Суммы и последовательности случайных величин - стационарные, мартингалы, марковские цепи .? Издание 3-е, переработанное и дополненное .? Москва : МЦНМО, 2004 .? 408 с.

4. Ширяев А. Н. Вероятность - 2. - [В 2-х кн.] / А. Н. Ширяев. ?Москва: МЦНМО, 2007. - 416 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=9449](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9449)

5. Вентцель, Елена Сергеевна (1907-2002) .

Теория случайных процессов и ее инженерные приложения : учебное пособие для студентов высших технических учебных заведений / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров .? 5-е изд., стер. ? Москва : КноРус, 2011 .? 441 с.

6. Боровков, Александр Алексеевич. Математическая статистика / А. А. Боровков .? [3-е изд., испр.] .? Москва : Физматлит, 2007 .? 703 с.
7. Бородин А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. - СПб.: Лань, 2011. - 256с. ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2026](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2026)
8. Боровков А.А. Математическая статистика. - СПб.: Лань, 2010. - 704 с. ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=3810](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3810)
9. Свешников А.А. Прикладные методы теории вероятностей. - СПб.: Лань, 2012. - 480 с. ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=3184](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3184)
10. Свешников А.А. Прикладные методы теории марковских процессов. - СПб.: Лань, 2007. - 192 с. ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=590](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=590)
11. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. - СПб.: Лань, 2011. - 464с. ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=656](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=656)

## 7.2. Дополнительная литература:

1. Дж. Бокс, Г. Дженкинс. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. вып.1, 2. М.: Мир, 1974.
2. И.Г. Журбенко. Анализ стационарных и однородных случайных систем. М.: МГУ, 1987.
3. Дж. Марпл-мл. Цифровой спектральный анализ и его приложения. - М.: Мир, 1990.
4. Ширяев А.Н. Вероятность. М.: МЦНМО, 2004, - 968 с.

## 7.3. Интернет-ресурсы:

контрольная работа -

[http://www.coolreferat.com/%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7\\_%D0%B2%D1%80](http://www.coolreferat.com/%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7_%D0%B2%D1%80)

курс лекций - [http://chaos.phys.msu.ru/loskutov/PDF/Lectures\\_time\\_series\\_analysis.pdf](http://chaos.phys.msu.ru/loskutov/PDF/Lectures_time_series_analysis.pdf)

учебник -

[http://baguzin.ru/wp/wp-content/uploads/2013/09/%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7\\_%D0%B2%D1%80](http://baguzin.ru/wp/wp-content/uploads/2013/09/%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7_%D0%B2%D1%80)

учебное пособие - <http://www.bestreferat.ru/referat-208334.html>

электронный учебник - <http://www.statsoft.ru/home/textbook/modules/sttimser.html>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Статистика случайных процессов" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

занятия проводятся как в обычной аудитории, так и в компьютерном классе

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Теория вероятностей и математическая статистика .

Автор(ы):

Никифорова Л.П. \_\_\_\_\_

Кареев И.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Гумеров Р.Н. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.