

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
**Стохастический анализ БЗ.ДВ.3**

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Теория вероятностей и математическая статистика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Халиуллин С.Г.

**Рецензент(ы):**

Гумеров Р.Н.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 924215

Казань  
2015

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Халиуллин С.Г. кафедры математической статистики отделение прикладной математики и информатики ,  
Samig.Haliullin@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины "Стохастический анализ" являются: формирование математической культуры студентов, развитие системного математического мышления. Дисциплина предполагает углубленное изучение методов исследования различных процессов, в частности, применение идей теории мартингалов и стохастического интеграла.

Знания, практические навыки, полученные при освоении дисциплины "Стохастический анализ" используются обучаемыми при изучении профессиональных дисциплин, а также при выполнении курсовых и дипломных работ.

Задачи, решение которых обеспечивает достижение цели:

1. формирование понимания значимости математической составляющей в естественно-научном образовании бакалавра;
2. ознакомление системы понятий, используемых для описания важнейших математических моделей и математических методов в их взаимосвязи;
3. формирование навыков и умений использования современных математических моделей и методов.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.ДВ.3 Профессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Дисциплина "Стохастический анализ" входит в вариативную часть профессионального цикла подготовки бакалавра по направлению "010400.62-Б3.ДВ.3. Прикладная математика и информатика".

Логическая и содержательно-методическая взаимосвязь с другими дисциплинами и частями ООП выражается в следующем.

Для освоения дисциплины используются знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения предметов "Теория вероятностей и математическая статистика", "Теория случайных процессов", "Теория мартингалов".

Требования к входным знаниям и умениям студента - знание идей и методов теории вероятностей, математического и последовательного анализа, математической статистики.

Знания и умения, формируемые в процессе изучения дисциплины "Стохастический анализ" будут использоваться в дальнейшей практической работе выпускников.

Дисциплина читается на 4 курсе обучения.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
(ПК-9) (профессиональные компетенции)	способность приобретать и использовать организационно-управленческие навыки в профессиональной и социальной деятельности;

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
(ПК-1) (профессиональные компетенции)	способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой;
(ПК-2) (профессиональные компетенции)	способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии;
(ПК-6) (профессиональные компетенции)	способностью осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в сети Интернет и из других источников;
(ПК-8) (профессиональные компетенции)	способность формировать суждения о значении и последствиях своей профессиональной деятельности с учетом социальных, профессиональных и этических позиций;

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

1) В области научно-исследовательской деятельности:

(ПК-1) способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой;

(ПК-2) способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии;

2. должен уметь:

2) В проектной и производственно-технологической деятельности:

(ПК-6) способностью осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в сети Интернет и из других источников;

3. должен владеть:

(ПК-8) способность формировать суждения о значении и последствиях своей профессиональной деятельности с учетом социальных, профессиональных и этических позиций;

4. должен демонстрировать способность и готовность:

3) В организационно-управленческой деятельности:

(ПК-9) способность приобретать и использовать организационно-управленческие навыки в профессиональной и социальной деятельности;

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Постановка задач инвестирования и хеджирования.	7	1	0	2	0	реферат
2.	Тема 2. Опционы. Рациональная стоимость опциона.	7	2	0	2	0	реферат
3.	Тема 3. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с дискретным временем.	7	3-5	0	6	0	творческое задание
4.	Тема 4. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов американского типа с дискретным временем.	7	6-9	0	8	0	контрольная работа
5.	Тема 5. Дискретное время - теория и расчеты.	7	10	0	2	0	
6.	Тема 6. Диффузионная модель финансового рынка.	7	11-12	0	4	0	реферат
7.	Тема 7. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с непрерывным временем.	7	13-17	0	10	0	реферат
8.	Тема 8. Непрерывное время - теория и расчеты.	7	18	0	2	0	
	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	зачет
	Итого			0	36	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

### **Тема 1. Постановка задач инвестирования и хеджирования.**

#### ***практическое занятие (2 часа(ов)):***

Первичные и вторичные ценные бумаги на рынке. Акции и облигации. Понятие портфеля инвестора. Инвестиционная задача. Хедж. Европейский и американский типы хеджа.

### **Тема 2. Опционы. Рациональная стоимость опциона.**

#### ***практическое занятие (2 часа(ов)):***

Производные ценные бумаги. Опцион. Европейский и американский типы опционов. Понятие справедливой стоимости опционов.

### **Тема 3. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с дискретным временем.**

#### ***практическое занятие (6 часа(ов)):***

Доказательство теоремы о существовании минимального хеджа европейского типа. Вывод формулы рациональной стоимости и хеджирующей стратегии.

### **Тема 4. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов американского типа с дискретным временем.**

#### ***практическое занятие (8 часа(ов)):***

Теория оптимальной остановки. Характеризация цены как наименьшей эксцессивной мажоранты. Доказательство теоремы о существовании минимального хеджа американского типа.

### **Тема 5. Дискретное время - теория и расчеты.**

#### ***практическое занятие (2 часа(ов)):***

Контрольная работа по пройденным темам.

### **Тема 6. Диффузионная модель финансового рынка.**

#### ***практическое занятие (4 часа(ов)):***

Понятие непрерывного рынка. Стохастический интеграл и стохастический дифференциал. Диффузионная модель непрерывного финансового рынка.

### **Тема 7. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с непрерывным временем.**

#### ***практическое занятие (10 часа(ов)):***

Понятие арбитража. Хеджирующая стратегия для опциона европейского типа.

### **Тема 8. Непрерывное время - теория и расчеты.**

#### ***практическое занятие (2 часа(ов)):***

Вывод формулы Блэка-Шоулса.

## **4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

<b>N</b>	<b>Раздел Дисциплины</b>	<b>Семестр</b>	<b>Неделя семестра</b>	<b>Виды самостоятельной работы студентов</b>	<b>Трудоемкость (в часах)</b>	<b>Формы контроля самостоятельной работы</b>
1.	Тема 1. Постановка задач инвестирования и хеджирования.	7	1	изучение дополнительной литературы о финансовом рынке и рынке ценных бумаг.	6	письменный отчет

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Опционы. Рациональная стоимость опциона.	7	2	написание алгоритма для вычисления рациональной стоимости и хеджирующих стратегий	6	письменный отчет
3.	Тема 3. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с дискретным временем.	7	3-5	написание программы для вычисления рациональной стоимости и хеджирующих стратегий с интерфейсом	6	демонстрация программы
4.	Тема 4. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов американского типа с дискретным временем.	7	6-9	изучение дополнительной литературы по теории оптимальной остановки. Решение задачи расчета опциона а	6	контрольная работа
6.	Тема 6. Диффузионная модель финансового рынка.	7	11-12	изучение дополнительной литературы о непрерывных финансовых рынках.	6	письменный отчет
7.	Тема 7. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с непрерывным временем.	7	13-17	изучение дополнительной литературы по стохастическому анализу	6	письменный отчет
	Итого				36	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Чтение лекций по данной дисциплине проводится традиционным способом.

Студентам предоставляется возможность для самоподготовки и подготовки к экзамену использовать электронный вариант конспекта лекций, подготовленный преподавателем в соответствии с планом лекций.

При работе используется диалоговая форма ведения лекций с постановкой и решением проблемных задач, обсуждением дискуссионных моментов и т.д.

При проведении практических занятий создаются условия для максимально самостоятельного выполнения заданий. Поэтому при проведении практического занятия преподавателю рекомендуется:

1. Провести экспресс-опрос (устно или в тестовой форме) по теоретическому материалу, необходимому для выполнения работы (с оценкой).
2. Проверить правильность выполнения заданий, подготовленных студентом дома (с оценкой). Любой практическое занятие включает самостоятельную проработку теоретического материала и изучение методики решения типичных задач. Некоторые задачи содержат элементы научных исследований, которые могут потребовать углубленной самостоятельной проработки теоретического материала.  
При организации внеаудиторной самостоятельной работы по данной дисциплине преподавателю рекомендуется использовать следующие ее формы:
  - решение студентом самостоятельных задач обычной сложности, направленных на закрепление знаний и умений;
  - выполнение индивидуальных заданий повышенной сложности, направленных на развитие у студентов научного мышления и инициативы.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Постановка задач инвестирования и хеджирования.**

письменный отчет, примерные вопросы:

Инвестирование и хеджирование. Инвестиционная стоимость.

### **Тема 2. Опционы. Рациональная стоимость опциона.**

письменный отчет, примерные вопросы:

Опционы европейского и американского типов. Опционы купли и продажи. Справедливая стоимость опциона.

### **Тема 3. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с дискретным временем.**

демонстрация программы, примерные вопросы:

расчет справедливой стоимости опциона и хеджирующей стратегии с помощью компьютерной программы.

### **Тема 4. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов американского типа с дискретным временем.**

контрольная работа, примерные вопросы:

расчет справедливой стоимости опциона и хеджирующей стратегии для опциона американского типа на конкретном примере

### **Тема 5. Дискретное время - теория и расчеты.**

### **Тема 6. Диффузионная модель финансового рынка.**

письменный отчет, примерные вопросы:

Непрерывный финансовый рынок. Использование диффузионных процессов для его описания.

### **Тема 7. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с непрерывным временем.**

письменный отчет, примерные вопросы:

Вывод формулы Блэка-Шоулса

### **Тема 8. Непрерывное время - теория и расчеты.**

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

Всего по текущей работе студент может набрать 50 баллов.

Студент допускается к зачету, если он набрал по текущей работе не менее 27,5 баллов. Минимальное количество баллов по каждому из видов текущей работы составляет половину от максимального.

Вопросы к зачету.

Постановка задачи инвестирования и хеджирования. Понятие опциона.

Необходимое условие существования минимального хеджа для опциона европейского типа.

Достаточное условие существования минимального хеджа для опциона европейского типа.

Лемма о представлении мартингала.

Рациональная стоимость опциона европейского типа (дискретное время).

Структура минимального хеджа для опциона европейского типа (дискретное время).

Примеры расчета рациональной стоимости опциона европейского типа (дискретное время).

Понятие опциона американского типа. Хедж и рациональная стоимость.

Понятие эксцессивной функции для однородной марковской цепи, ее свойства.

Характеризация рациональной стоимости опциона американского типа.

Необходимое условие существования минимального хеджа для опциона американского типа.

Достаточное условие существования минимального хеджа для опциона американского типа.

Пример расчета опциона американского типа.

Диффузионная модель  $(B, S)$ -рынка.

Задача инвестирования и хеджирования для непрерывного времени. Арбитражная ситуация.

Расчет рациональной стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа (непрерывное время).

### 7.1. Основная литература:

1. Ширяев А.Н. Вероятность, [Кн. 2]. Суммы и последовательности случайных величин - стационарные, мартингалы, марковские цепи, , 2004г.
2. Ширяев А. Н. Вероятность - 2. - [В 2-х кн.] / А. Н. Ширяев. ?Москва: МЦНМО, 2007. - 416 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=9449](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9449)
3. Ширяев А.Н. Вероятность, [Кн. 1]. Элементарная теория вероятностей. Математические основания. Предельные теоремы, , 2004г. (4 экз)
4. Ширяев А. Н. Вероятность - 1. - [В 2-х кн.] / А. Н. Ширяев. ?Москва: МЦНМО, 2007. - 552 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=9448](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9448)
5. Финансовая математика: учебное пособие для студентов, обучающихся по специальностям 080105 "Финансы и кредит", 080109 "Бухгалтерский учет, анализ и аудит", 080102 "Мировая экономика", 080107 "Налоги и налогообложение" / П. Н. Брусов, П.Л. Брусов, Н.П. Орехова, С.В. Скородулина. ?2-е изд., стер.. ?Москва: КноРус, 2013. ?224 с.: ил.; 22.?(Бакалавриат).?Библиогр.: с. 221 (8 назв.).?ISBN 978-5-406-02644-1((в пер.)), 1500.
6. Брусов П. Н. Финансовая математика: Учебное пособие для магистров / П.Н. Брусов, Т.В. Филатова. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 480 с.: <http://znanium.com/bookread.php?book=363567>
7. Бочаров П.П., Касимов Ю. Ф. Финансовая математика. - М.: Физматлит, 2007. - 576 с. URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2116](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2116)
8. Хуснутдинов Р.Ш., Жихарев В.А. Математика для экономистов в примерах и задачах. - М.: Лань, 2012. - 656 с. URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=4233](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4233)
9. Свешников А.А. Прикладные методы теории вероятностей.- СПб.: Лань, 2012. - 480 с. ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=3184](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3184)
10. Свешников А.А. Прикладные методы теории марковских процессов.- СПб.: Лань, 2007. - 192 с. ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=590](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=590)
11. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций.- СПб.: Лань, 2011. - 464с ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=656](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=656)

## **7.2. Дополнительная литература:**

1. Попов В.А., Теория вероятностей, Ч. 1. Элементарная теория вероятностей, , 2013г.

## **7.3. Интернет-ресурсы:**

Арбитраж и хеджирование - <http://www.nsu.ru/education/etfm/Lect7/Lect7.htm>

финансовый рынок - [http://nto.immpu.sgu.ru/sites/default/files/3/\\_\\_\\_12265.pdf](http://nto.immpu.sgu.ru/sites/default/files/3/___12265.pdf)

хеджирование - наука - <http://ru.science.wikia.com/wiki/Хеджирование>

хеджирование валютных рынков -

[http://www.forexite.com/forex\\_for\\_beginners/forex\\_commercial\\_hedging.html](http://www.forexite.com/forex_for_beginners/forex_commercial_hedging.html)

что такое хедж - [http://dic.academic.ru/dic.nsf/fin\\_enc/19310](http://dic.academic.ru/dic.nsf/fin_enc/19310)

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Стохастический анализ" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Лекции по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом (маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Теория вероятностей и математическая статистика .

Автор(ы):

Халиуллин С.Г. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Гумеров Р.Н. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.