

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт физики



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Минзарипов Р.Г.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**  
Абстрактная математика Б2.ДВ.1

Направление подготовки: 222000.62 - Инноватика

Профиль подготовки: не предусмотрено

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Гизатуллин А.А.

**Рецензент(ы):**

Сушков С.В.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой:

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института физики:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) ассистент, б/с Гизатуллин А.А. Кафедра общей физики Отделение физики , Amir.Gizatullin@kpfu.ru

### **1. Цели освоения дисциплины**

Изучение основ некоторых разделов современной абстрактной математики, не входящие в основные математические курсы для физических специальностей, с точки зрения их возможных приложений в современной физике и инженерии. Особое внимание уделяется абстрактной логике, теории множеств, дискретной математике и топологии.

### **2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования**

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б2.ДВ.1 Общепрофессиональный" основной образовательной программы 222000.62 Инноватика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3 курсе, 5 семестр.

Дисциплина входит в блок общенаучных дисциплин. Для ее успешного освоения необходимы знания курсов математики

### **3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля**

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия дискретной математики и основные методы работы с дискретной информацией, уметь применять их для решения физических и прикладных задач.

2. должен уметь:

пользоваться методами абстрактной алгебры для формализации и решения прикладных задач, использовать функциональный анализ для решения задач математической физики, использовать топологические методы для описания свойств физических систем

3. должен владеть:

владеть методами современной абстрактной математики

Решать задачи физики и инженерии методами теории граф и топологии.

### **4. Структура и содержание дисциплины/ модуля**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных(ые) единиц(ы) 216 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 5 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### **4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю**

##### **Тематический план дисциплины/модуля**

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Теория множеств. Отображение множеств. Отношение эквивалентности. Упорядоченные множества. Аксиома выбора. Теорема Цермело. Лемма Цорна. Математическая индукция, дедукция.	5	1,2	4	6	0	устный опрос тестирование контрольная работа
2.	Тема 2. Дискретная математика. Функции алгебры логики и их элементарные тождества. Теоремы о совершенных дизъюнктивной и конъюнктивной формах. Полином Жегалкина. Теорема Поста. Квантовый компьютер. Элементы теории графов. Деревья. Сети. Булевы функции. Высказывания, предикаты. Дискретная математика в статистической физике. Случайные блуждания и гомоморфизм графов. Обменное взаимодействие, спиновый гамильтониан и симметричные группы	5	3-6	8	12	0	тестирование контрольная работа устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Элементы математической логики. Высказывания и логические связки. Исчисление высказываний. Исчисление предикатов. Формальные аксиоматические теории. Теорема Геделя о неполноте и непротиворечивости. Квантовая логика	5	7,8	4	6	0	тестирование контрольная работа устный опрос
4.	Тема 4. Элементы абстрактной алгебры. Аксиоматические теории. Отношения. Алгебраические системы. Группы, кольца, тела. Морфизмы. Алгебры с двумя операторами. Грассмановы алгебры. Тела и поля. Модули. Структуры. Поля Галуа.	5	9-12	8	12	0	тестирование контрольная работа устный опрос
5.	Тема 5. Функциональный анализ. Метрические пространства. Линейные операторы и линейные функционалы. Линейные операторы в гильбертовых пространствах. Гильбертовы пространства и эргодическая гипотеза. Спектральные теоремы. Обобщенные функции.	5	13,14	4	6	0	тестирование контрольная работа устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Элементы топологии и топология в физике. Топологические пространства. Группы гомологий, числа Бетти и теорема Эйлера-Пуанкаре. Группы гомотопий и переход ?беспорядок-порядок? в физике. Многообразия и производная Ли. Топологические инварианты и критические индексы. Фрактальная геометрия.	5	15-18	8	8	0	тестирование контрольная работа устный опрос
	Тема . Итоговая форма контроля	5		0	0	0	экзамен
	Итого			36	50	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Теория множеств. Отображение множеств. Отношение эквивалентности. Упорядоченные множества. Аксиома выбора. Теорема Цермело. Лемма Цорна. Математическая индукция, дедукция.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Отображение множеств. Отношение эквивалентности. Упорядоченные множества. Аксиома выбора. Теорема Цермело. Лемма Цорна. Математическая индукция, дедукция.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Отображение множеств. Отношение эквивалентности. Упорядоченные множества. Аксиома выбора. Теорема Цермело. Лемма Цорна. Математическая индукция, дедукция.

**Тема 2. Дискретная математика. Функции алгебры логики и их элементарные тождества. Теоремы о совершенных дизъюнктивной и конъюнктивной формах. Полином Жегалкина. Теорема Поста. Квантовый компьютер. Элементы теории графов. Деревья. Сети. Булевы функции. Высказывания, предикаты. Дискретная математика в статистической физике. Случайные блуждания и гомоморфизм графов. Обменное взаимодействие, спиновый гамильтониан и симметричные группы**

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Функции алгебры логики и их элементарные тождества. Теоремы о совершенных дизъюнктивной и конъюнктивной формах. Полином Жегалкина. Теорема Поста. Квантовый компьютер. Элементы теории графов. Деревья. Сети. Булевы функции. Высказывания, предикаты. Дискретная математика в статистической физике. Случайные блуждания и гомоморфизм графов. Обменное взаимодействие, спиновый гамильтониан и симметричные группы.

**практическое занятие (12 часа(ов)):**

Функции алгебры логики и их элементарные тождества. Теоремы о совершенных дизъюнктивной и конъюнктивной формах. Полином Жегалкина. Теорема Поста. Квантовый компьютер. Элементы теории графов. Деревья. Сети. Булевы функции. Высказывания, предикаты. Дискретная математика в статистической физике. Случайные блуждания и гомоморфизм графов. Обменное взаимодействие, спиновый гамильтониан и симметричные группы.

**Тема 3. Элементы математической логики. Высказывания и логические связи. Исчисление высказываний. Исчисление предикатов. Формальные аксиоматические теории. Теорема Геделя о неполноте и непротиворечивости. Квантовая логика**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Высказывания и логические связи. Исчисление высказываний. Исчисление предикатов. Формальные аксиоматические теории. Теорема Геделя о неполноте и непротиворечивости. Квантовая логика

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Высказывания и логические связи. Исчисление высказываний. Исчисление предикатов. Формальные аксиоматические теории. Теорема Геделя о неполноте и непротиворечивости. Квантовая логика

**Тема 4. Элементы абстрактной алгебры. Аксиоматические теории. Отношения. Алгебраические системы. Группы, кольца, тела. Морфизмы. Алгебры с двумя операторами. Грассмановы алгебры. Тела и поля. Модули. Структуры. Поля Галуа.**

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Аксиоматические теории. Отношения. Алгебраические системы. Группы, кольца, тела. Морфизмы. Алгебры с двумя операторами. Грассмановы алгебры. Тела и поля. Модули. Структуры. Поля Галуа.

**практическое занятие (12 часа(ов)):**

Аксиоматические теории. Отношения. Алгебраические системы. Группы, кольца, тела. Морфизмы. Алгебры с двумя операторами. Грассмановы алгебры. Тела и поля. Модули. Структуры. Поля Галуа.

**Тема 5. Функциональный анализ. Метрические пространства. Линейные операторы и линейные функционалы. Линейные операторы в гильбертовых пространствах. Гильбертовы пространства и эргодическая гипотеза. Спектральные теоремы. Обобщенные функции.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Метрические пространства. Линейные операторы и линейные функционалы. Линейные операторы в гильбертовых пространствах. Гильбертовы пространства и эргодическая гипотеза. Спектральные теоремы. Обобщенные функции.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Метрические пространства. Линейные операторы и линейные функционалы. Линейные операторы в гильбертовых пространствах. Гильбертовы пространства и эргодическая гипотеза. Спектральные теоремы. Обобщенные функции.

**Тема 6. Элементы топологии и топология в физике. Топологические пространства. Группы гомологий, числа Бетти и теорема Эйлера-Пуанкаре. Группы гомотопий и переход ?беспорядок-порядок? в физике. Многообразия и производная Ли. Топологические инварианты и критические индексы. Фрактальная геометрия.**

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Топологические пространства. Группы гомологий, числа Бетти и теорема Эйлера-Пуанкаре. Группы гомотопий и переход ?беспорядок-порядок? в физике. Многообразия и производная Ли. Топологические инварианты и критические индексы. Фрактальная геометрия.

**практическое занятие (8 часа(ов)):**

Топологические пространства. Группы гомологий, числа Бетти и теорема Эйлера-Пуанкаре. Группы гомотопий и переход "беспорядок-порядок" в физике. Многообразия и производная Ли. Топологические инварианты и критические индексы. Фрактальная геометрия.

## 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Теория множеств. Отображение множеств. Отношение эквивалентности. Упорядоченные множества. Аксиома выбора. Теорема Цермело. Лемма Цорна. Математическая индукция, дедукция.	5	1,2	подготовка к контрольной работе	3	контрольная работа
				подготовка к тестированию	2	тестирование
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
				Решение задач	3	Тест, контрольная работа, устный опрос
2.	Тема 2. Дискретная математика. Функции алгебры логики и их элементарные тождества. Теоремы о совершенных дизъюнктивной и конъюнктивной формах. Полином Жегалкина. Теорема Поста. Квантовый компьютер. Элементы теории графов. Деревья. Сети. Булевы функции. Высказывания, предикаты. Дискретная математика в статистической физике. Случайные блуждания и гомоморфизм графов. Обменное взаимодействие, спиновый гамильтониан и симметричные группы	5	3-6	подготовка к контрольной работе	6	контрольная работа
				подготовка к тестированию	4	тестирование
				подготовка к устному опросу	4	устный опрос
				Решение задач	6	Тест, контрольная работа, устный опрос



N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Элементы математической логики. Высказывания и логические связки. Исчисление высказываний. Исчисление предикатов. Формальные аксиоматические теории. Теорема Геделя о неполноте и непротиворечивости. Квантовая логика	5	7,8	подготовка к контрольной работе	3	контрольная работа
				подготовка к тестированию	2	тестирование
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
				Решение задач	3	Тест, контрольная работа, устный опрос
4.	Тема 4. Элементы абстрактной алгебры. Аксиоматические теории. Отношения. Алгебраические системы. Группы, кольца, тела. Морфизмы. Алгебры с двумя операторами. Грассмановы алгебры. Тела и поля. Модули. Структуры. Поля Галуа.	5	9-12	подготовка к контрольной работе	6	контрольная работа
				подготовка к тестированию	4	тестирование
				подготовка к устному опросу	4	устный опрос
				Решение задач	6	Тест, контрольная работа, устный опрос
5.	Тема 5. Функциональный анализ. Метрические пространства. Линейные операторы и линейные функционалы. Линейные операторы в гильбертовых пространствах. Гильбертовы пространства и эргодическая гипотеза. Спектральные теоремы. Обобщенные функции.	5	13,14	подготовка к контрольной работе	3	контрольная работа
				подготовка к тестированию	2	тестирование
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
				Решение задач	3	Тест, контрольная работа, устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
6.	Тема 6. Элементы топологии и топология в физике. Топологические пространства. Группы гомологий, числа Бетти и теорема Эйлера-Пуанкаре. Группы гомотопий и переход ?беспорядок-порядок? в физике. Многообразия и производная Ли. Топологические инварианты и критические индексы. Фрактальная геометрия.	5	15-18	подготовка к контрольной работе	8	контрольная работа
				подготовка к тестированию	4	тестирование
				подготовка к устному опросу	4	устный опрос
				Решение задач	8	Тест, контрольная работа, устный опрос
	Итого				94	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Используются следующие формы учебной работы: лекции, практические занятия, самостоятельная работа студента (выполнение индивидуальных домашних заданий), консультации, проектные работы, тесты.

Лекционные занятия проводятся с использованием мультимедийного комплекса, также позволяющего наглядно получать студентам всю необходимую информацию.

### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

**Тема 1. Теория множеств. Отображение множеств. Отношение эквивалентности. Упорядоченные множества. Аксиома выбора. Теорема Цермело. Лемма Цорна. Математическая индукция, дедукция.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Тест, контрольная работа, устный опрос , примерные вопросы:

тестирование , примерные вопросы:

устный опрос , примерные вопросы:

**Тема 2. Дискретная математика. Функции алгебры логики и их элементарные тождества. Теоремы о совершенных дизъюнктивной и конъюнктивной формах. Полином Жегалкина. Теорема Поста. Квантовый компьютер. Элементы теории графов. Деревья. Сети. Булевы функции. Высказывания, предикаты. Дискретная математика в статистической физике. Случайные блуждания и гомоморфизм графов. Обменное взаимодействие, спиновый гамильтониан и симметричные группы**

контрольная работа , примерные вопросы:

Тест, контрольная работа, устный опрос , примерные вопросы:

тестирование , примерные вопросы:

устный опрос , примерные вопросы:

**Тема 3. Элементы математической логики. Высказывания и логические связи. Исчисление высказываний. Исчисление предикатов. Формальные аксиоматические теории. Теорема Геделя о неполноте и непротиворечивости. Квантовая логика**

контрольная работа , примерные вопросы:

Тест, контрольная работа, устный опрос , примерные вопросы:

тестирование , примерные вопросы:

устный опрос , примерные вопросы:

**Тема 4. Элементы абстрактной алгебры. Аксиоматические теории. Отношения. Алгебраические системы. Группы, кольца, тела. Морфизмы. Алгебры с двумя операторами. Грассмановы алгебры. Тела и поля. Модули. Структуры. Поля Галуа.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Тест, контрольная работа, устный опрос , примерные вопросы:

тестирование , примерные вопросы:

устный опрос , примерные вопросы:

**Тема 5. Функциональный анализ. Метрические пространства. Линейные операторы и линейные функционалы. Линейные операторы в гильбертовых пространствах. Гильбертовы пространства и эргодическая гипотеза. Спектральные теоремы. Обобщенные функции.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Тест, контрольная работа, устный опрос , примерные вопросы:

тестирование , примерные вопросы:

устный опрос , примерные вопросы:

**Тема 6. Элементы топологии и топология в физике. Топологические пространства. Группы гомологий, числа Бетти и теорема Эйлера-Пуанкаре. Группы гомотопий и переход ?беспорядок-порядок? в физике. Многообразия и производная Ли. Топологические инварианты и критические индексы. Фрактальная геометрия.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Тест, контрольная работа, устный опрос , примерные вопросы:

тестирование , примерные вопросы:

устный опрос , примерные вопросы:

**Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

Текущий контроль успеваемости проводится в виде выполнения тестов и контрольных работ. Аттестация по итогам семестра учитывает результаты контроля промежуточной успеваемости и оценку, полученную на устном экзамене.

### 7.1. Основная литература:

1. Курош, А.Г Лекции по общей алгебре. / А.Г.Курош.- М.: - Физико-математическая литература, 2000, 272 стр.
2. Матрос, Д.Ш. Элементы абстрактной и компьютерной алгебры / Д.Ш. Матрос. - М.: Академия, 2004. -237с.
3. Винберг Э. Б. Курс алгебры. М., Факториал, 2002. - 528 с.
4. Яблонский С. В. Введение в дискретную математику. Издание второе. М.: Наука, 1986..
5. Клини С. Математическая логика. ЛКИ, 2008.

6. Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию. М.: , Наука, 1977.
7. Канторович Л.В, Акилов Г.П. Функциональный анализ. М.: Наука, 1977.

### **7.2. Дополнительная литература:**

1. Редькин Н. П. Дискретная математика. II. М.: Изд-во ЦПИ при механико-математическом факультете МГУ, 2005.
2. Общая алгебра / О.В.Мельников [и др.]; Под общ. ред. Л.А. Скорнякова. -М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. - (Справочная математическая библиотека). Т.1. - 1990. - 591с.
3. Биркгоф Г., Барти Т., Современная прикладная алгебра, М., Лань, 2005. - 400 с.
4. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Т.1-4. М., Мир, 1977-1982.
5. Кузнецов О.П., Адельсон-Вельский Г.М. Дискретная математика для инженера. М.:1980
6. Холл М. Комбинаторика. М.: Мир. 1970
7. Нигматуллин Р.Г. Сложность булевых функций. Изд-во Казанского ун-та. - Казань, 1983.
8. Рыбников К.А.Введение в комбинаторный анализ. М.: Изд-во МГУ, 1985.
9. Биркгоф Г., Барти Т., Современная прикладная алгебра, М., Лань, 2005 - 400 с.
10. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. М., Наука, 1971

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану**

Освоение дисциплины "Абстрактная математика" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 222000.62 "Инноватика" и профилю подготовки не предусмотрено .

Автор(ы):

Гизатуллин А.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Сушков С.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.