

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Минзарипов Р.Г.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Теория вероятностей и математическая статистика БЗ.В.1.7

Направление подготовки: 050100.62 - Педагогическое образование  
Профиль подготовки: Информатика и Иностранный язык (английский)  
Квалификация выпускника: бакалавр  
Форма обучения: очное  
Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Стребков Е.В.

**Рецензент(ы):**

Желтухин В.С.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Желтухин В. С.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2013

## **Содержание**

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Стребков Е.В. кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики , Evgenij.Strebkov@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целью дисциплины является систематическое изучение методов теории вероятностей и математической статистики, которые используются в качестве математических моделей широкого круга процессов физики, техники, экономики и других разделов естествознания. Особое внимание уделяется вероятностным моделям реальных явлений и статистическим методам идентификации этих моделей.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.В.1 Профессиональный" основной образовательной программы 050100.62 Педагогическое образование и относится к вариативной части. Осваивается на 3 курсе, 5 семестр.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Читается на 2 курсе в 3 семестре для студентов обучающихся по направлению "Фундаментальная информатика и информационные технологии".

Изучение основывается на результатах изучения дисциплин "Алгебра и геометрия", "Математический анализ 1", "Математический анализ 2", "Дифференциальные и разностные уравнения".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-10 (общекультурные компетенции)	способности использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования
ПК-1 (профессиональные компетенции)	ПК1 способность применять в профессиональной деятельности современные языки программирования и языки баз данных, методологии системной инженерии, системы автоматизации проектирования, электронные библиотеки и коллекции, сетевые технологии, библиотеки и пакеты программ, современные профессиональные стандарты информационных технологий (в соответствии с профилизацией)
ПК-6 (профессиональные компетенции)	способность осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в сети Интернет, способность взаимодействовать и сотрудничать с профессиональными сетевыми сообществами и международными консорциумами, отслеживать
ПК-8 (профессиональные компетенции)	ПК8 способность профессионально владеть базовыми математическими знаниями и информационными технологиями, эффективно применять их для решения научно-технических задач и прикладных задач, связанных с развитием и использованием информационных технологий

<b>Шифр компетенции</b>	<b>Расшифровка приобретаемой компетенции</b>
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность осуществлять на практике современные методологии управления жизненным циклом и качеством систем, программных средства и сервисов информационных технологий
ОК-12 (общекультурные компетенции)	владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации, иметь навыки работы с компьютером как средством управления информацией

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные принципы построения вероятностных моделей и методов принятия статистических решений

2. должен уметь:

- ориентироваться в классических и современных методах доказательства предельных теорем теории вероятностей и выводе распределения статистик - функций отклонение выборочных данных

3. должен владеть:

- теоретическими знаниями, связанными с основными законами теории вероятностей и теории статистического вывода

- навыками построения вероятностных моделей реальных явлений и навыки обработки статистических данных

- применять полученные знания в своей профессиональной деятельности

#### **4. Структура и содержание дисциплины/ модуля**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 5 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### **4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю**

##### **Тематический план дисциплины/модуля**

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Элементарная теория вероятностей Исторические корни теории вероятностей и ее гносеология. Пространство элементарных исходов. Распределение вероятностей на конечных или счетных пространствах элементарных исходов. Построение вероятностной модели. Понятие события и вычисление его вероятности. Гипергеометрическое распределение вероятностей.	5	1	2	1	0	домашнее задание
2.	Тема 2. Вероятностное пространство Булева алгебра событий. Вероятностная интерпретация теоретико-множественных операций. Несовместные события. Булева сигма-алгебра. Определения измеримого и вероятностного пространств. Определения события как измеримого множества.	5	2-3	3	1	0	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Условная вероятность и независимость событий Независимость двух событий. Несовместность и независимость. Независимость семейства событий. Попарная независимость и независимость в совокупности. Независимость сигма-подалгебр. Биномиальное распределение вероятностей. Аппроксимация гипергеометрического распределения биномиальным распределением.	5	4	2	1	0	контрольная работа
4.	Тема 4. Случайные величины и функции распределения Случайные величины на вероятностном пространстве и распределение случайной величины, индуцированное распределение на этом пространстве. Функция распределения. Единственность определения распределения на борелевской прямой с помощью функции распределения.	5	5-6	3	2	0	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
5.	Тема 5. Построение вероятностных моделей с помощью функций распределения. Гипергеометрическое распределение $GG(N, M, n)$ . Биномиальное распределение $B(n, p)$ . Равномерное распределение $U(a, b)$ на отрезке $[a, b]$ . Показательное распределение. Геометрическое распределение $Geo(p)$ . Показательное распределение как предел аппроксимация геометрического при малом $p$ .	5	7	2	1	0	домашнее задание
6.	Тема 6. Характеристики распределения случайной величины. Характеристики распределений. Дискретный тип распределений. Непрерывный тип распределения. Определение среднего значения, дисперсии, стандартного отклонения и моды. Центральные и нецентральные моменты. Коэффициенты асимметрии и эксцесса. Понятие сингулярного распределения. Понятие квантили распределения. Неравенство Чебышева и правило ?трех сигм?.	5	8-9	3	2	0	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
7.	Тема 7. Предельные теоремы в схеме испытаний Бернулли. Нормальное распределение. Закон больших чисел Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Нормальное распределение.	5	10	2	1	0	домашнее задание
8.	Тема 8. Векторные случайные величины. Независимость случайных величин. Определение случайного вектора. Независимость случайных величин и критерий независимости.	5	11-12	3	2	0	домашнее задание
9.	Тема 9. Моментные характеристики многомерных распределений. Мультиномиальное и многомерное нормальное распределения.	5	13	2	1	0	домашнее задание
10.	Тема 10. Условное распределение вероятностей. Условное математическое ожидание. Определение условного распределения для дискретных и непрерывных распределений через условные плотности. Условное математическое ожидание и его свойства.	5	14-15	4	1	0	контрольная работа



N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
11.	Тема 11. Сходимость случайных величин и функций распределения Сходимость почти наверное. Сходимость по вероятности Закон больших чисел Чебышева. Слабая сходимость распределений и ее соотношение со сходимостью по вероятности	5	16	2	1	0	домашнее задание
12.	Тема 12. Характеристические функции. Теоремы единственности и сложения Определение характеристической функции (х.ф.) Свойства х.ф. Вычисление х.ф. Свойства характеристических функций. Формула обращения Леви. Гамма распределение.	5	17	2	1	0	домашнее задание
13.	Тема 13. Предельные теоремы теории вероятностей Формулировка критерия слабой сходимости. Закон больших чисел Хинчина. Усиленный закон больших чисел Колмогорова. Понятие асимптотической нормальности. Вероятностные модели роста.	5	18	2	1	0	домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	5		0	0	0	экзамен
	Итого			32	16	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Элементарная теория вероятностей Исторические корни теории вероятностей и ее гносеология. Пространство элементарных исходов. Распределение вероятностей на конечных или счетных пространствах элементарных исходов. Построение вероятностной модели. Понятие события и вычисление его вероятности. Гипергеометрическое распределение вероятностей.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Элементарная теория вероятностей Исторические корни теории вероятностей и ее гносеология. Пространство элементарных исходов. Распределение вероятностей на конечных или счетных пространствах элементарных исходов. Построение вероятностной модели. Понятие события и вычисление его вероятности. Гипергеометрическое распределение вероятностей.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Элементарная теория вероятностей Исторические корни теории вероятностей и ее гносеология. Пространство элементарных исходов. Распределение вероятностей на конечных или счетных пространствах элементарных исходов. Построение вероятностной модели. Понятие события и вычисление его вероятности. Гипергеометрическое распределение вероятностей.

**Тема 2. Вероятностное пространство Булева алгебра событий. Вероятностная интерпретация теоретико-множественных операций. Несовместные события. Булева сигма-алгебра. Определения измеримого и вероятностного пространств. Определения события как измеримого множества.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Вероятностное пространство Булева алгебра событий. Вероятностная интерпретация теоретико-множественных операций. Несовместные события. Булева сигма-алгебра. Определения измеримого и вероятностного пространств. Определения события как измеримого множества.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Вероятностное пространство Булева алгебра событий. Вероятностная интерпретация теоретико-множественных операций. Несовместные события. Булева сигма-алгебра. Определения измеримого и вероятностного пространств. Определения события как измеримого множества.

**Тема 3. Условная вероятность и независимость событий Независимость двух событий. Несовместность и независимость. Независимость семейства событий. Парная независимость и независимость в совокупности. Независимость сигма-подалгебр. Биномиальное распределение вероятностей. Аппроксимация гипергеометрического распределения биномиальным распределением.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Условная вероятность и независимость событий Независимость двух событий. Несовместность и независимость. Независимость семейства событий. Парная независимость и независимость в совокупности. Независимость сигма-подалгебр. Биномиальное распределение вероятностей. Аппроксимация гипергеометрического распределения биномиальным распределением.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Условная вероятность и независимость событий Независимость двух событий. Несовместность и независимость. Независимость семейства событий. Парная независимость и независимость в совокупности. Независимость сигма-подалгебр. Биномиальное распределение вероятностей. Аппроксимация гипергеометрического распределения биномиальным распределением.

**Тема 4. Случайные величины и функции распределения Случайные величины на вероятностном пространстве и распределение случайной величины, индуцированное распределение на этом пространстве. Функция распределения. Единственность определения распределения на борелевской прямой с помощью функции распределения.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Случайные величины и функции распределения Случайные величины на вероятностном пространстве и распределение случайной величины, индуцированное распределение на этом пространстве. Функция распределения. Единственность определения распределения на борелевской прямой с помощью функции распределения.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Случайные величины и функции распределения Случайные величины на вероятностном пространстве и распределение случайной величины, индуцированное распределение на этом пространстве. Функция распределения. Единственность определения распределения на борелевской прямой с помощью функции распределения.

**Тема 5. Построение вероятностных моделей с помощью функций распределения. Гипергеометрическое распределение  $GG(N, M, n)$ . Биномиальное распределение  $B(n, p)$ . Равномерное распределение  $U(a, b)$  на отрезке  $[a, b]$ . Показательное распределение. Геометрическое распределение  $Geo(p)$ . Показательное распределение как предел аппроксимация геометрического при малом  $p$ .**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Построение вероятностных моделей с помощью функций распределения. Гипергеометрическое распределение  $GG(N, M, n)$ . Биномиальное распределение  $B(n, p)$ . Равномерное распределение  $U(a, b)$  на отрезке  $[a, b]$ . Показательное распределение. Геометрическое распределение  $Geo(p)$ . Показательное распределение как предел аппроксимация геометрического при малом  $p$ .

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Построение вероятностных моделей с помощью функций распределения. Гипергеометрическое распределение  $GG(N, M, n)$ . Биномиальное распределение  $B(n, p)$ . Равномерное распределение  $U(a, b)$  на отрезке  $[a, b]$ . Показательное распределение. Геометрическое распределение  $Geo(p)$ . Показательное распределение как предел аппроксимация геометрического при малом  $p$ .

**Тема 6. Характеристики распределения случайной величины. Характеристики распределений. Дискретный тип распределений. Непрерывный тип распределения. Определение среднего значения, дисперсии, стандартного отклонения и моды. Центральные и нецентральные моменты. Коэффициенты асимметрии и эксцесса. Понятие сингулярного распределения. Понятие квантили распределения. Неравенство Чебышева и правило ?трех сигм?.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Характеристики распределения случайной величины. Характеристики распределений. Дискретный тип распределений. Непрерывный тип распределения. Определение среднего значения, дисперсии, стандартного отклонения и моды. Центральные и нецентральные моменты. Коэффициенты асимметрии и эксцесса. Понятие сингулярного распределения. Понятие квантили распределения. Неравенство Чебышева и правило ?трех сигм?.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Характеристики распределения случайной величины. Характеристики распределений. Дискретный тип распределений. Непрерывный тип распределения. Определение среднего значения, дисперсии, стандартного отклонения и моды. Центральные и нецентральные моменты. Коэффициенты асимметрии и эксцесса. Понятие сингулярного распределения. Понятие квантили распределения. Неравенство Чебышева и правило ?трех сигм?.

**Тема 7. Предельные теоремы в схеме испытаний Бернулли. Нормальное распределение. Закон больших чисел Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Нормальное распределение.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Предельные теоремы в схеме испытаний Бернулли. Нормальное распределение. Закон больших чисел Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Нормальное распределение.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Предельные теоремы в схеме испытаний Бернулли. Нормальное распределение. Закон больших чисел Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Нормальное распределение.

**Тема 8. Векторные случайные величины. Независимость случайных величин. Определение случайного вектора. Независимость случайных величин и критерий независимости.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Векторные случайные величины. Независимость случайных величин. Определение случайного вектора. Независимость случайных величин и критерий независимости.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Векторные случайные величины. Независимость случайных величин. Определение случайного вектора. Независимость случайных величин и критерий независимости.

**Тема 9. Моментные характеристики многомерных распределений. Мультиномиальное и многомерное нормальное распределения.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Моментные характеристики многомерных распределений. Мультиномиальное и многомерное нормальное распределения.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Моментные характеристики многомерных распределений. Мультиномиальное и многомерное нормальное распределения.

**Тема 10. Условное распределение вероятностей. Условное математическое ожидание. Определение условного распределения для дискретных и непрерывных распределений через условные плотности. Условное математическое ожидание и его свойства.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Условное распределение вероятностей. Условное математическое ожидание. Определение условного распределения для дискретных и непрерывных распределений через условные плотности. Условное математическое ожидание и его свойства.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Условное распределение вероятностей. Условное математическое ожидание. Определение условного распределения для дискретных и непрерывных распределений через условные плотности. Условное математическое ожидание и его свойства.

**Тема 11. Сходимость случайных величин и функций распределения. Сходимость почти наверное. Сходимость по вероятности. Закон больших чисел Чебышева. Слабая сходимость распределений и ее соотношение со сходимостью по вероятности.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Сходимость случайных величин и функций распределения. Сходимость почти наверное. Сходимость по вероятности. Закон больших чисел Чебышева. Слабая сходимость распределений и ее соотношение со сходимостью по вероятности.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Сходимость случайных величин и функций распределения. Сходимость почти наверное. Сходимость по вероятности. Закон больших чисел Чебышева. Слабая сходимость распределений и ее соотношение со сходимостью по вероятности.

**Тема 12. Характеристические функции. Теоремы единственности и сложения. Определение характеристической функции (х.ф.) Свойства х.ф. Вычисление х.ф. Свойства характеристических функций. Формула обращения Леви. Гамма распределение.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Характеристические функции. Теоремы единственности и сложения. Определение характеристической функции (х.ф.) Свойства х.ф. Вычисление х.ф. Свойства характеристических функций. Формула обращения Леви. Гамма распределение.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Характеристические функции. Теоремы единственности и сложения Определение характеристической функции (х.ф.) Свойства х.ф. Вычисление х.ф. Свойства характеристических функций. Формула обращения Леви. Гамма распределение.

**Тема 13. Предельные теоремы теории вероятностей Формулировка критерия слабой сходимости. Закон больших чисел Хинчина. Усиленный закон больших чисел Колмогорова. Понятие асимптотической нормальности. Вероятностные модели роста.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Предельные теоремы теории вероятностей Формулировка критерия слабой сходимости. Закон больших чисел Хинчина. Усиленный закон больших чисел Колмогорова. Понятие асимптотической нормальности. Вероятностные модели роста.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Предельные теоремы теории вероятностей Формулировка критерия слабой сходимости. Закон больших чисел Хинчина. Усиленный закон больших чисел Колмогорова. Понятие асимптотической нормальности. Вероятностные модели роста.

### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Элементарная теория вероятностей Исторические корни теории вероятностей и ее гносеология. Пространство элементарных исходов. Распределение вероятностей на конечных или счетных пространствах элементарных исходов. Построение вероятностной модели. Понятие события и вычисление его вероятности. Гипергеометрическое распределение вероятностей.	5	1	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Вероятностное пространство Булева алгебра событий. Вероятностная интерпретация теоретико-множественных операций. Несовместные события. Булева сигма-алгебра. Определения измеримого и вероятностного пространств. Определения события как измеримого множества.	5	2-3	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
3.	Тема 3. Условная вероятность и независимость событий Независимость двух событий. Несовместность и независимость. Независимость семейства событий. Попарная независимость и независимость в совокупности. Независимость сигма-подалгебр. Биномиальное распределение вероятностей. Аппроксимация гипергеометрического распределения биномиальным распределением.	5	4	подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
4.	Тема 4. Случайные величины и функции распределения Случайные величины на вероятностном пространстве и распределение случайной величины, индуцированное распределение на этом пространстве. Функция распределения. Единственность определения распределения на борелевской прямой с помощью функции распределения.	5	5-6	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
5.	Тема 5. Построение вероятностных моделей с помощью функций распределения. Гипергеометрическое распределение $GG(N, M, n)$ . Биномиальное распределение $B(n, p)$ . Равномерное распределение $U(a, b)$ на отрезке $[a, b]$ . Показательное распределение. Геометрическое распределение $Geo(p)$ . Показательное распределение как предел аппроксимация геометрического при малом $p$ .	5	7	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
6.	Тема 6. Характеристики распределения случайной величины. Характеристики распределений. Дискретный тип распределений. Непрерывный тип распределения. Определение среднего значения, дисперсии, стандартного отклонения и моды. Центральные и нецентральные моменты. Коэффициенты асимметрии и эксцесса. Понятие сингулярного распределения. Понятие квантили распределения. Неравенство Чебышева и правило ?трех сигм?.	5	8-9	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
7.	Тема 7. Предельные теоремы в схеме испытаний Бернулли. Нормальное распределение. Закон больших чисел Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Нормальное распределение.	5	10	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
8.	Тема 8. Векторные случайные величины. Независимость случайных величин. Определение случайного вектора. Независимость случайных величин и критерий независимости.	5	11-12	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание



N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
9.	Тема 9. Моментные характеристики многомерных распределений. Мультиномиальное и многомерное нормальное распределения.	5	13	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
10.	Тема 10. Условное распределение вероятностей. Условное математическое ожидание Определение условного распределения для дискретных и непрерывных распределений через условные плотности. Условное математическое ожидание и его свойства.	5	14-15	подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
11.	Тема 11. Сходимость случайных величин и функций распределения Сходимость почти наверное. Сходимость по вероятности Закон больших чисел Чебышева. Слабая сходимость распределений и ее соотношение со сходимостью по вероятности	5	16	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
12.	Тема 12. Характеристические функции. Теоремы единственности и сложения Определение характеристической функции (х.ф.) Свойства х.ф. Вычисление х.ф. Свойства характеристических функций. Формула обращения Леви. Гамма распределение.	5	17	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
13.	Тема 13. Предельные теоремы теории вероятностей Формулировка критерия слабой сходимости. Закон больших чисел Хинчина. Усиленный закон больших чисел Колмогорова. Понятие асимптотической нормальности. Вероятностные модели роста.	5	18	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
	Итого				24	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных и практических занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи экзамена минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины "Теория вероятностей и математическая статистика" на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

**Тема 1. Элементарная теория вероятностей Исторические корни теории вероятностей и ее гносеология. Пространство элементарных исходов. Распределение вероятностей на конечных или счетных пространствах элементарных исходов. Построение вероятностной модели. Понятие события и вычисление его вероятности. Гипергеометрическое распределение вероятностей.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема 2. Вероятностное пространство Булева алгебра событий. Вероятностная интерпретация теоретико-множественных операций. Несовместные события. Булева сигма-алгебра. Определения измеримого и вероятностного пространств. Определения события как измеримого множества.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема 3. Условная вероятность и независимость событий Независимость двух событий. Несовместность и независимость. Независимость семейства событий. Попарная независимость и независимость в совокупности. Независимость сигма-подалгебр. Биномиальное распределение вероятностей. Аппроксимация гипергеометрического распределения биномиальным распределением.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Контрольная работа

**Тема 4. Случайные величины и функции распределения Случайные величины на вероятностном пространстве и распределение случайной величины, индуцированное распределение на этом пространстве. Функция распределения. Единственность определения распределения на борелевской прямой с помощью функции распределения.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема 5. Построение вероятностных моделей с помощью функций распределения. Гипергеометрическое распределение  $GG(N, M, n)$ . Биномиальное распределение  $B(n, p)$ . Равномерное распределение  $U(a, b)$  на отрезке  $[a, b]$ . Показательное распределение. Геометрическое распределение  $Geo(p)$ . Показательное распределение как предел аппроксимация геометрического при малом  $p$ .**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема 6. Характеристики распределения случайной величины. Характеристики распределений. Дискретный тип распределений. Непрерывный тип распределения. Определение среднего значения, дисперсии, стандартного отклонения и моды. Центральные и нецентральные моменты. Коэффициенты асимметрии и эксцесса. Понятие сингулярного распределения. Понятие квантили распределения. Неравенство Чебышева и правило ?трех сигм?.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема 7. Предельные теоремы в схеме испытаний Бернулли. Нормальное распределение. Закон больших чисел Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Нормальное распределение.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема 8. Векторные случайные величины. Независимость случайных величин. Определение случайного вектора. Независимость случайных величин и критерий независимости.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема 9. Моментные характеристики многомерных распределений. Мультиномиальное и многомерное нормальное распределения.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема 10. Условное распределение вероятностей. Условное математическое ожидание. Определение условного распределения для дискретных и непрерывных распределений через условные плотности. Условное математическое ожидание и его свойства.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Контрольная работа

**Тема 11. Сходимость случайных величин и функций распределения. Сходимость почти наверное. Сходимость по вероятности. Закон больших чисел Чебышева. Слабая сходимость распределений и ее соотношение со сходимостью по вероятности**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема 12. Характеристические функции. Теоремы единственности и сложения. Определение характеристической функции (х.ф.) Свойства х.ф. Вычисление х.ф. Свойства характеристических функций. Формула обращения Леви. Гамма распределение.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема 13. Предельные теоремы теории вероятностей. Формулировка критерия слабой сходимости. Закон больших чисел Хинчина. Усиленный закон больших чисел Колмогорова. Понятие асимптотической нормальности. Вероятностные модели роста.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

По данной дисциплине предусмотрено проведение экзамена. Примерные вопросы для экзамена - Приложение 1.

Список билетов по дисциплине

Билет ♦ 1

1. Однородные цепи Маркова: определение, матрицы переходных вероятностей, распределение по состояниям через шагов.
2. Найти оценку максимального правдоподобия параметра распределения Пуассона и проверить её эффективность.

Билет ♦ 2

1. Гипергеометрическое распределение вероятностей.
2. Двухвыборочный критерий Стьюдента.

Билет ♦ 3

1. Свойства вероятности.
2. Распределения, возникающие в математической статистике: хи-квадрат, Стьюдента, Фишера

Билет ♦ 4

1. Дайте определение каждого элемента вероятностного пространства .
2. Верхняя доверительная граница для дисперсии нормального распределения при неизвестном значении среднего.

Билет ♦ 5

1. Условная вероятность и независимость. Пример событий, независимых попарно, но зависимых в совокупности.
2. Принцип двойственности в построении доверительных интервалов и проверке гипотез на примере одновыборочного критерия Стьюдента.

Билет ♦ 6

1. Схема испытаний Бернулли и связанные с ней распределения.
2. Двухвыборочный критерий Стьюдента.

Билет ♦ 7

1. Формула полной вероятности и формула Байеса.
2. Проверка гипотезы о вероятности успеха в испытаниях Бернулли.

Билет ♦ 8

1. Нормальное распределение и его свойства.
2. Критерий знаков.

Билет ♦ 9

1. Функции распределения, функция плотности и их свойства.
2. Проверка гипотезы о величине дисперсии нормального распределения с неизвестным средним значением.

Билет ♦ 10

1. Показательное распределение и гамма распределение.
2. Определение критерия, критической области, функции мощности, размера критерия, уровня значимости и вероятностей ошибок 1 и 2 рода.

Билет ♦ 11

1. Независимость событий и семейств событий. Независимость булевых алгебр. Независимость случайных величин.
2. Асимптотически доверительный интервал для вероятности успеха в испытаниях Бернулли.

Билет ♦ 12

1. Определение и свойства математического ожидания и дисперсии.
2. Доверительный интервал для среднего значения нормального распределения при неизвестной дисперсии.

Билет ♦ 13

1. Закон больших чисел Бернулли.
2. Принцип двойственности между задачами проверки гипотез и построения доверительных интервалов на примере верхней доверительной границы для дисперсии нормального распределения при неизвестном среднем.

Билет ♦ 14

1. Распределение Пуассона и нормальное распределение как пределы биномиального распределения.
2. Найти оценки по методу моментов и по методу максимального правдоподобия для параметров биномиального распределения.

Билет ♦ 15

1. Случайные процессы, их виды и способ задания распределения.
2. Критерий Фишера.

Билет ♦ 16

1. Совместные и маргинальные распределения. Критерий независимости случайных величин.
2. Оценки максимального правдоподобия.

Билет ♦ 17

1. Центральная предельная теорема.
2. Оценки по методу моментов.

Билет ♦ 18

1. Распределение суммы двух независимых случайных величин (формула свёртки)
2. Два способа проверки гипотез (вычисление критической константы и критического уровня значимости) на примере одновыборочного критерия Стьюдента.

Билет ♦ 19

1. Коэффициент корреляции и его свойства.
2. Состоятельность, несмещенность и эффективность оценок.

Билет ♦ 20

1. Мультиномиальное распределение.
2. Двухсторонний доверительный интервал для дисперсии нормального распределения при неизвестном среднем.

Билет ♦ 21

1. Многомерное нормальное распределение. Эквивалентность независимости и некоррелированности для двумерного нормального распределения.
2. Найдите среднее значение выборочной дисперсии и дисперсию выборочного среднего.

Билет ♦ 22

1. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа и их связь с центральной предельной теоремой.
2. Выборочные моменты как оценки истинных моментов наблюдаемой случайной величины.

Билет ♦ 23

1. Закон больших чисел Чебышева и его связь с ЗБЧ Бернулли.
2. Доверительный интервал для среднего значения нормального распределения при известной дисперсии.

Билет ♦ 24

1. Виды сходимости в теории вероятностей. Критерий слабой сходимости.
2. Гистограмма выборки и ее интерпретация.

Билет ♦ 25

1. Характеристические функции и их свойства.
2. Доверительный интервал для среднего значения нормального распределения при неизвестном значении дисперсии.

Билет ♦ 26

1. Дискретные и непрерывные случайные величины. Функция распределения и функция плотности.
2. Одновыборочный критерий Стьюдента.

Билет ♦ 27

1. Эргодические цепи Маркова. Стационарное распределение.
2. Проверка гипотезы о вероятности успеха в испытаниях Бернулли.

Билет ♦ 28

1. Пуассоновский процесс и его конечномерные распределения.
2. Распределение выборочных среднего и дисперсии при выборе из нормального распределения.

Билет ♦ 29

1. Закон больших чисел Хинчина и пример его нарушения.
2. Докажите, что эмпирическая функция распределения есть состоятельная оценка истинной функции распределения.

Билет ♦ 30

1. Виды сходимости последовательности случайных величин в теории вероятностей. Когда сходимость по распределению влечет сходимость по вероятности?
2. Определение критического уровня значимости, критической области и критической константы.

Билет ♦ 31

1. Распределение Коши (существование моментов).
2. Асимптотически доверительный интервал для вероятности успеха в испытаниях Бернулли.

Билет ♦ 32

1. Числовые характеристики распределения случайных величин.
2. Найти оценку максимального правдоподобия параметра показательного распределения и проверить её эффективность.

Билет ♦ 33

1. Коэффициент корреляции и его свойства. Пример зависимых случайных величин с нулевым коэффициентом корреляции.
2. Являются ли выборочное среднее и выборочная дисперсия несмещенными и состоятельными оценками параметров нормального распределения?

Билет ♦ 34

1. Элементарная и геометрическая вероятность на примере задачи Шевалье де Мере и задачи о встрече.
2. Дайте определение критерия, критической области, функции мощно-сти, размера критерия, уровня значимости и критического уровня значимости.

Билет ♦ 35

1. Центральная предельная теорема.
2. Критерий знаков.

Билет ♦ 36

1. Неравенство Чебышева и его следствие.
2. Критерий сравнения дисперсий двух нормальных распределений при неизвестных средних.

Билет ♦ 37

1. Аксиомы Пуассоновского процесса. Распределение моментов времени между наступлениями событий в процессе Пуассона.
2. Распределения, возникающие в математической статистике: хи-квадрат, Стьюдента, Фишера.

Билет ♦ 38

1. Множественная регрессия. Частный и сводный коэффициент корреляции.
2. Критерий однородности хи-квадрат

Билет ♦ 39

1. Методы анализа временных рядов: авторегрессия, скользящее среднее, экспоненциальное сглаживание.

## 2. Критерии согласия хи-квадрат и Колмогорова-Смирнова

Билет ♦40

1. Уравнение простой линейной регрессии. Остаточная дисперсия.
2. Критерий сопряжённости признаков хи-квадрат

### 7.1. Основная литература:

1. Володин И.Н., Джунгурова О.А. Теория вероятностей/ Математическая статистика - Казань: Лаборатория оперативной полиграфии КГУ. - 2001.
2. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. - М.: Наука. - 1983.
3. Боровков А.А. Теория вероятностей. - М.: Наука. - 1986.
4. Боровков А.А. Математическая статистика. - М.: Наука. - 1984.
5. Володин И.Н. Лекции по теории вероятностей и математической статистике. - Казань: ЦИТ. - 2007.

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. - М.: Наука. - 1983.
2. Боровков А.А. Теория вероятностей. - М.: Наука. - 1986.
3. Боровков А.А. Математическая статистика. - М.: Наука. - 1984.
4. Володин И.Н. Лекции по теории вероятностей и математической статистике. - Казань: ЦИТ. - 2001.
5. Козлов М.В., Прохоров А.В. Введение в математическую статистику. - Изд-во МГУ. - 1987.
6. Крамер Г. Математические методы статистики. - М.: Наука. - 1975.
7. Чистяков В.П. Теория вероятностей. - М.: Наука. - 1987.
8. Ширяев А.Н. Вероятность. - М.: Наука. - 1980.

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Краткий справочник по математике - <http://matembook.chat.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>

Сайт с материалами по естественно-научным дисциплинам - <http://en.edu.ru/>

Сайт с учебными материалами по математическим дисциплинам - <http://www.exponenta.ru/>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Освоение дисциплины "Теория вероятностей и математическая статистика" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 050100.62 "Педагогическое образование" и профилю подготовки Информатика и Иностранный язык (английский) .



Автор(ы):

Стребков Е.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Желтухин В.С. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Лист согласования

<b>N</b>	<b>ФИО</b>	<b>Согласование</b>
1	Желтухин В. С.	
2	Хакимов Р. Г.	
3	Латыпов Р. Х.	
4	Чижанова Е. А.	
5	Соколова Е. А.	
6	Тимофеева О. А.	