

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



Программа дисциплины
Теория приближения функций М1.ДВ.1

Направление подготовки: 010200.68 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Методы математического и алгоритмического моделирования общенаучных и прикладных задач

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Агачев Ю.Р.

Рецензент(ы):

Ожегова А.В.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Авхадиев Ф. Г.

Протокол заседания кафедры No ___ от "___" _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No ___ от "___" _____ 201__ г

Регистрационный No 81721414

Казань

2014

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Агачев Ю.Р. Кафедра теории функций и приближений отделение математики, Juriy.Agachev@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) "Теория приближения функций" являются: дать математические основы решения задач, возникающих при проведении научных и прикладных исследований, дать понимание и навыки обоснования методов приближения, в частности, получение точных оценок для наилучших приближений.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " М1.ДВ.1 Общенаучный" основной образовательной программы 010200.68 Математика и компьютерные науки и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 1 курсе, 1 семестр.

В цикле курсов по выбору по указанному направлению дисциплина дает функциональные основы для других курсов по выбору: "Методы сплайн-функций", "Приближенное решение нелинейных уравнений". Для усвоения дисциплины "Теория приближения функций" требуется знание основ следующих дисциплин: "Математический анализ", "Функциональный анализ", "Алгебра", "Численные методы", "Теория приближения функций" для бакалавров. Дисциплина "Теория приближения функций" необходима для освоения некоторых курсов по выбору, выполнению магистерской диссертации. Изучается на первом году обучения (1 семестр).

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-10 (общекультурные компетенции)	умение находить, анализировать и контекстно обрабатывать научно-техническую информацию
ОК-7 (общекультурные компетенции)	исследовательские навыки
ОК-8 (общекультурные компетенции)	способность приобретать новые знания, используя современные образовательные и информационные технологии
ПК-17 (профессиональные компетенции)	умение извлекать полезную научно-техническую информацию из электронных библиотек, реферативных журналов, сети Интернет
ПК-21 (профессиональные компетенции)	владение методами математического и алгоритмического моделирования при анализе теоретических проблем и задач
ОК-15 (общекультурные компетенции)	способность к письменной и устной коммуникации на русском языке
ПК-22 (профессиональные компетенции)	владение проблемно-задачной формой представления математических знаний

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

свойства наилучших приближений, а также связь свойства гладкости функции с поведением ее наилучшего приближения в различных функциональных пространствах

2. должен уметь:

формулировать и доказывать теоремы двойственности в экстремальных задачах, прямые и обратные теоремы для различных классов функций и приближающих подпространств

3. должен владеть:

навыками получения оценок приближения классов функций полиномами, сплайнами

4. должен демонстрировать способность и готовность:

связать свойство гладкости функции с поведением ее наилучшего приближения в различных функциональных пространствах, уметь формулировать и доказывать теоремы двойственности в экстремальных задачах, прямые и обратные теоремы для различных классов функций и приближающих подпространств, владеть навыками получения оценок приближения классов функций полиномами, сплайнами

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 1 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Наилучшее приближение функции	1	1	0	2	0	устный опрос
2.	Тема 2. Двойственность экстремальных задач в линейных нормированных пространствах	1	1-2	0	6	0	тестирование
3.	Тема 3. Наилучшее приближение в пространствах непрерывных и суммируемых с некоторой степенью функций	1	3-4	0	6	0	устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Наилучшее приближение на классах сверток	1	4-5	0	5	0	тестирование
5.	Тема 5. Наилучшее приближение тригонометрическими полиномами классов периодических функций с ограниченной производной порядка r	1	5-7	0	8	0	тестирование
6.	Тема 6. Перестановки и экстремальные свойства дифференцируемых функций	1	7-10	0	12	0	устный опрос
7.	Тема 7. Наилучшее приближение тригонометрическими полиномами дифференцируемых функций, модуль непрерывности старшей производной которой мажорируется заданным модулем непрерывности	1	10-13	0	13	0	устный опрос
8.	Тема 8. Наилучшее равномерное приближение классов дифференцируемых функций. задаваемых модулем непрерывности функциями класса дифференцируемых функций с ограниченной старшей производной	1	13-15	0	8	0	устный опрос
	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	зачет
	Итого			0	60	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Наилучшее приближение функции

практическое занятие (2 часа(ов)):

Основные свойства. Элемент наилучшего приближения. Существование и единственность элемента наилучшего приближения

Тема 2. Двойственность экстремальных задач в линейных нормированных пространствах

практическое занятие (6 часа(ов)):

Теоремы двойственности в случае приближения конечномерным подпространством (2). Теоремы двойственности в случае приближения выпуклым замкнутым множеством (2). Критерии элемента наилучшего приближения. Двойственные соотношения для задач наилучшего приближения в пространствах Лебега (2)

Тема 3. Наилучшее приближение в пространствах непрерывных и суммируемых с некоторой степенью функций

практическое занятие (6 часа(ов)):

Критерии элемента наилучшего приближения в случае приближения подпространством. Критерии элемента наилучшего приближения в случае приближения выпуклым замкнутым множеством. Функции Бернулли и их наилучшее приближение тригонометрическими полиномами в метрике суммируемых функций

Тема 4. Наилучшее приближение на классах сверток

практическое занятие (5 часа(ов)):

Свертка функции и ее основные свойства. Двойственные соотношения для классов сверток. Приближение классов сверток тригонометрическими полиномами. Наилучшие линейные методы приближения классов сверток

Тема 5. Наилучшее приближение тригонометрическими полиномами классов периодических функций с ограниченной производной порядка r

практическое занятие (8 часа(ов)):

Функции Стеклова и их свойства. Наилучшее приближение классов дифференцируемых функций, старшая производная которых принадлежит пространству Лебега. Наилучшие линейные методы. Наилучшее приближение класса дифференцируемых функций в пространстве квадратично-суммируемых функций

Тема 6. Перестановки и экстремальные свойства дифференцируемых функций

практическое занятие (12 часа(ов)):

Перестановки функций. Перестановки простых функций. Разложение интеграла на сумму простых функций. Сигма-перестановки функций. Стандартные сигма-перестановки. Теоремы сравнения в случае пространств L и M

Тема 7. Наилучшее приближение тригонометрическими полиномами дифференцируемых функций, модуль непрерывности старшей производной которой мажорируется заданным модулем непрерывности

практическое занятие (13 часа(ов)):

Классы дифференцируемых функций с заданной мажорантой модуля непрерывности старшей производной. Стандартные функции классов и основная лемма. Оценка интегрального функционала. Верхние грани наилучших приближений тригонометрическими полиномами. Реализация верхней грани с помощью линейного метода

Тема 8. Наилучшее равномерное приближение классов дифференцируемых функций, задаваемых модулем непрерывности функциями класса дифференцируемых функций с ограниченной старшей производной

практическое занятие (8 часа(ов)):

Двойственная задача и некоторые свойства экстремальных функций. Наилучшее приближение классов функций с заданной мажорантой модуля непрерывности самой функции и старшей производной

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
	Тема 1. Наилучшее					

приближение функции

рекомендуемой литературы

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Двойственность экстремальных задач в линейных нормированных пространствах	1	1-2	Изучение рекомендуемой литературы	9	Устный опрос, проверка на зачете
3.	Тема 3. Наилучшее приближение в пространствах непрерывных и суммируемых с некоторой степенью функций	1	3-4	Изучение рекомендуемой литературы	6	Устный опрос, проверка на зачете
4.	Тема 4. Наилучшее приближение на классах сверток	1	4-5	Изучение рекомендуемой литературы	8	Устный опрос, проверка на зачете
5.	Тема 5. Наилучшее приближение тригонометрическими полиномами классов периодических функций с ограниченной производной порядка r	1	5-7	Изучение рекомендуемой литературы	12	Устный опрос, проверка на зачете
6.	Тема 6. Перестановки и экстремальные свойства дифференцируемых функций	1	7-10	Изучение рекомендуемой литературы	17	Устный опрос, проверка на зачете
7.	Тема 7. Наилучшее приближение тригонометрическими полиномами дифференцируемых функций, модуль непрерывности старшей производной которой мажорируется заданным модулем непрерывности	1	10-13	Изучение рекомендуемой литературы	16	Устный опрос, проверка на зачете

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
8.	Тема 8. Наилучшее равномерное приближение классов дифференцируемых функций. задаваемых модулем непрерывности функциями класса дифференцируемых функций с ограниченной старшей производной	1	13-15	Изучение рекомендуемой литературы	12	Проверка на зачете
	Итого				84	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Активизация восприятия материала дисциплины студентами при проведении семинарских занятий

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Наилучшее приближение функции

Устный опрос , примерные вопросы:

Устный опрос предполагает выяснение знания определений наилучшего приближения функции и элемента наилучшего приближения и их основных свойств

Тема 2. Двойственность экстремальных задач в линейных нормированных пространствах

Устный опрос, проверка на зачете , примерные вопросы:

Устный опрос предполагает выяснение знания критериев элемента наилучшего приближения. На зачете проверка знаний общих двойственных соотношений в случаях подпространства и выпуклого замкнутого множества

Тема 3. Наилучшее приближение в пространствах непрерывных и суммируемых с некоторой степенью функций

Устный опрос, проверка на зачете , примерные вопросы:

Устный опрос предполагает выяснение знания условий существования и единственности элемента наилучшего приближения в пространствах Лебега. На зачете проверка знаний критериев элемента наилучшего приближения в указанных пространствах

Тема 4. Наилучшее приближение на классах сверток

Устный опрос, проверка на зачете , примерные вопросы:

Устный опрос предполагает выяснение знания определения свертки и ее основных свойств. На зачете проверка знаний двойственных соотношений для классов сверток и, в частности, при приближении тригонометрическими полиномами

Тема 5. Наилучшее приближение тригонометрическими полиномами классов периодических функций с ограниченной производной порядка r

Устный опрос, проверка на зачете , примерные вопросы:

Устный опрос предполагает выяснение знания определения функции Стеклова, ее простейших свойств, а также стандартных функций класса. На зачете проверка знаний двойственных соотношений для классов периодических функций с ограниченной производной и их применение к нахождению величины наилучшего приближения тригонометрическими полиномами класса периодических функций с ограниченной старшей производной

Тема 6. Перестановки и экстремальные свойства дифференцируемых функций

Устный опрос, проверка на зачете, примерные вопросы:

Устный опрос предполагает выяснение знания определения перестановки. На зачете проверка знаний теорем сравнения для перестановок в метрике пространств суммируемых и существенно ограниченных функций

Тема 7. Наилучшее приближение тригонометрическими полиномами дифференцируемых функций, модуль непрерывности старшей производной которой мажорируется заданным модулем непрерывности

Устный опрос, проверка на зачете, примерные вопросы:

Устный опрос предполагает выяснение знания определения модуля непрерывности и его основных свойств. На зачете проверка знаний величины верхних граней наилучшего приближения тригонометрическими полиномами класса функций в метриках C и L

Тема 8. Наилучшее равномерное приближение классов дифференцируемых функций, задаваемых модулем непрерывности функциями класса дифференцируемых функций с ограниченной старшей производной

Проверка на зачете, примерные вопросы:

На зачете проверка знаний точных оценок для наилучшего приближения классов дифференцируемых функций, задаваемых модулем непрерывности, функциями класса дифференцируемых функций с ограниченной старшей производной

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

1. Теорема двойственности в случае приближения конечномерным подпространством
2. Линейный метод приближения класса сверток

7.1. Основная литература:

Дзета-функция Римана, Титчмарш, Эдвард Чарльз, 2010г.

2. Колмогоров, А. Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. - 7-е изд. - М.: Физматлит, 2009. - 572 с.; ISBN 978-5-9221-0266-7

// http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2206

3. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. - 2-е изд., стереотип. - Санкт-Петербург: Лань, 2009. - 272 с.; ISBN 978-5-8114-0976-1

// http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=245

4. Смирнов, В. И. Курс высшей математики. Том III, часть 2 / В.И.Смирнов; Прим. Е. А. Грининой: 10-е изд. - СПб.: БХВ-Петербург, 2010. - 816 с.;

ISBN 978-5-9775-0087-6 // <http://www.znaniy.com/bookread.php?book=350366>

7.2. Дополнительная литература:

Избранные труды, Никольский, Сергей Михайлович, 2006г.

2. Корнейчук Н.П. Экстремальные задачи теории приближения. - М.: Наука, 1976. - 320 с.

3. Корнейчук Н.П. Точные константы в теории приближения. - М.: Наука, 1987. - 424 с.

4. Смирнов, В. И. Курс высшей математики. Том II / В.И. Смирнов ; Пред. Л. Д. Фаддеева, пред. и прим. Е. А. Грининой. - 24-е изд. - СПб.: БХВ-Петербург, 2008. - 848 с.; ISBN 978-5-94157-910-5 // <http://www.znaniium.com/bookread.php?book=350203>
5. Тихомиров В.М. Некоторые вопросы теории приближений. - М.: Изд-во МГУ, 1976. - 304 с.

7.3. Интернет-ресурсы:

Сайт матмеха Санкт-Петербургского госуниверсиета - <http://www.math.spbu.ru>
Сайт мехмата МГУ - <http://www.math.msu.su>
Сайт Новосибирского госуниверситета - <http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/opt.html>
Сайт Южного федерального университета - <http://open-edu.sfedu.ru/pub/1650>
Федеральный портал Российское образование -
http://window.edu.ru/catalog?p_rubr=2.2.74.12.51

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Теория приближения функций" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебные аудитории для проведения семинарских занятий

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010200.68 "Математика и компьютерные науки" и магистерской программе Методы математического и алгоритмического моделирования общенаучных и прикладных задач .

Автор(ы):

Агачев Ю.Р. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Ожегова А.В. _____

"__" _____ 201__ г.