

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Отделение менеджмента



подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
Линейная алгебра Б2.Б.4

Направление подготовки: 080500.62 - Бизнес-информатика

Профиль подготовки: Информационно-аналитические системы в бизнесе

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Шульгина О.Н.

**Рецензент(ы):**

Фазылов В.Р.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Миссаров М. Д.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института управления, экономики и финансов (отделение менеджмента):

Протокол заседания УМК No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 94993814

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Шульгина О.Н. кафедра анализа данных и исследования операций отделение фундаментальной информатики и информационных технологий , Oksana.Shulgina@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Ознакомление с фундаментальными разделами линейной алгебры, необходимыми для проведения работ и проведения исследований в сервисной деятельности, а также освоение современных математических методов решения профессиональных задач.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б2.Б.4 Общепрофессиональный" основной образовательной программы 080500.62 Бизнес-информатика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1 курсе, 1 семестр.

Курс линейной алгебры опирается на курс математики общеобразовательной школы и не требует более глубоких математических знаний. Из курса математики общеобразовательной школы в нем используется арифметика, понятия уравнения, системы уравнений и вектора. В результате освоения данного курса учащимися должны быть приобретены знания и умения, необходимые для вычисления определителей, решения систем линейных алгебраических уравнений различными методами и производить различные операции над матрицами. Кроме того, учащиеся должны получить первоначальные сведения о конечномерных векторных пространствах. Эти знания и умения необходимы им для дальнейшего освоения работы с двумерными массивами информации и методов оптимизации (линейным рограммированием и т.п.)

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-1 (общекультурные компетенции)	владеет культурой мышления, способен к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения
ПК-19 (профессиональные компетенции)	использовать основные методы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности для теоретического и экспериментального исследования
ПК-20 (профессиональные компетенции)	использовать соответствующий математический аппарат и инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования

В результате освоения дисциплины студент:

#### 1. должен знать:

Определение детерминантов (определителей) различных порядков и их свойства; различные методы решения систем линейных алгебраических уравнений; правила выполнения различных действий над матрицами; понятие ранга матрицы и теорему Кронекера -- Капелли; определение обратной матрицы и правила ее вычисления; понятие собственных чисел и собственных векторов; первоначальные сведения о конечномерных векторных пространствах.

#### 2. должен уметь:

вычислять определители, решать системы линейных алгебраических уравнений различными методами, выполнять различные операции над матрицами, включая вычисление обратной матрицы, и находить их ранги, вычислять собственные значения и собственные вектора матриц.

3. должен владеть:

понятиями определителя, системы линейных алгебраических уравнений, матрицы, произведения матриц, единичной матрицы, обратной матрицы, вектора высших размерностей, собственного числа, собственного вектора.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

-- квалифицированно обсуждать определение детерминантов (определителей) различных порядков и их свойства; различные методы решения систем линейных алгебраических уравнений; правила выполнения различных действий над матрицами; понятие ранга матрицы и теорему Кронекера -- Капелли; определение обратной матрицы и правила ее вычисления; понятие собственных чисел и собственных векторов; первоначальные сведения о конечномерных векторных пространствах;

-- уверенно вычислять определители, решать системы линейных алгебраических уравнений различными методами, выполнять различные операции над матрицами, включая вычисление обратной матрицы, и находить их ранги, вычислять собственные значения и собственные вектора матриц.

**4. Структура и содержание дисциплины/ модуля**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных(ые) единиц(ы) 216 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 1 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

**4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю**

**Тематический план дисциплины/модуля**

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Определители и их свойства. Формулы Крамера.	1	1-2	8	10	0	домашнее задание письменная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Остроградского -Гаусса. Понятие ранга матрицы. Теорема Кронекера - Капелли. Свойства однородных систем.	1	3-6	10	16	0	домашнее задание контрольная работа
3.	Тема 3. Матрицы и действия над ними: линейные операции, умножение матриц, единичная матрица, обратная матрица, миноры и алгебраические дополнения. Решение систем линейных алгебраических уравнений матричным методом.	1	7-10	10	16	0	домашнее задание контрольная работа
4.	Тема 4. Понятие о конечномерном линейном векторном пространстве. Собственные числа и собственные вектора.	1	11-14	8	12	0	контрольная точка домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	экзамен
	Итого			36	54	0	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Определители и их свойства. Формулы Крамера.

#### *лекционное занятие (8 часа(ов)):*

Определение определителя n-го порядка. Вычисление определителей второго и третьего порядков. Их применение для решения систем линейных алгебраических уравнений второго и третьего порядков (формулы Крамера). Определители высших порядков, их вычисление, свойства и приложения.

#### *практическое занятие (10 часа(ов)):*

Понятие определителя. Применение формул для определителей второго и третьего порядков к решению примеров. Решение систем линейных алгебраических уравнений с помощью формул Крамера. Вычисление определителей высших порядков. Письменная работа.

### Тема 2. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Остроградского -Гаусса. Понятие ранга матрицы. Теорема Кронекера - Капелли. Свойства однородных систем.

#### *лекционное занятие (10 часа(ов)):*

Решение систем линейных алгебраических уравнений произвольного порядка методом Остроградского -Гаусса. Понятие ранга матрицы и его вычисление. Теорема Кронекера - Капелли. Свойства однородных систем. Понятие фундаментальной системы решений.

**практическое занятие (16 часа(ов)):**

Примеры на решение систем линейных алгебраических уравнений произвольного порядка методом Остроградского -Гаусса. Способы вычисления ранга матрицы. Исследование совместности систем. Решение однородных систем. Отыскание ФСР. Контрольная работа.

**Тема 3. Матрицы и действия над ними: линейные операции, умножение матриц, единичная матрица, обратная матрица, миноры и алгебраические дополнения. Решение систем линейных алгебраических уравнений матричным методом.**

**лекционное занятие (10 часа(ов)):**

Матрицы и действия над ними: линейные операции, умножение матриц, единичная матрица, обратная матрица, миноры и алгебраические дополнения. Решение систем линейных алгебраических уравнений матричным методом.

**практическое занятие (16 часа(ов)):**

Выполнение операций над матрицами (сложение, вычитание и умножение на число) на примерах. Примеры на умножение матриц. Отыскание миноров и алгебраических дополнений. Построение обратной матрицы. Решение систем линейных алгебраических уравнений матричным методом. Контрольная работа.

**Тема 4. Понятие о конечномерном линейном векторном пространстве. Собственные числа и собственные вектора.**

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Понятие о конечномерном линейном векторном пространстве. Определения линейной зависимости, независимости, линейной комбинации, базиса, координат. Изоморфизм. Подпространства. Собственные числа и собственные вектора.

**практическое занятие (12 часа(ов)):**

Действия над векторами в конечномерном линейном векторном пространстве. Исследование линейной зависимости, независимости системы векторов. Отыскание базиса и координат вектора в найденном базисе. Простейшие линейные операторы. Отыскание собственных чисел и собственных векторов на примерах.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Определители и их свойства. Формулы Крамера.	1	1-2	подготовка домашнего задания	10	домашнее задание
				подготовка к письменной работе	8	письменная работа
2.	Тема 2. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Остроградского -Гаусса. Понятие ранга матрицы. Теорема Кронекера - Капелли. Свойства однородных систем.	1	3-6	подготовка домашнего задания	10	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	8	контрольная работа



N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Матрицы и действия над ними: линейные операции, умножение матриц, единичная матрица, обратная матрица, миноры и алгебраические дополнения. Решение систем линейных алгебраических уравнений матричным методом.	1	7-10	подготовка домашнего задания	10	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	8	контрольная работа
4.	Тема 4. Понятие о конечномерном линейном векторном пространстве. Собственные числа и собственные вектора.	1	11-14	подготовка домашнего задания	10	домашнее задание
				подготовка к контрольной точке	8	контрольная точка
Итого					72	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

В данном курсе, входящем в число традиционных курсов, образующих ядро классического высшего образования, используются традиционные образовательные технологии, что не исключает возможности использования вспомогательных технических средств (проектор) и компьютерных технологий (тестирование).

### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

#### Тема 1. Определители и их свойства. Формулы Крамера.

домашнее задание , примерные вопросы:

Понятие определителя. Вычисление определителей второго и третьего порядков. Их применение для решения систем линейных алгебраических уравнений второго и третьего порядков (формулы Крамера). Определители высших порядков, их вычисление, свойства и приложения.

письменная работа , примерные вопросы:

Вычисление определителей различных порядков. Их применение для решения систем линейных алгебраических уравнений.

#### Тема 2. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Остроградского -Гаусса. Понятие ранга матрицы. Теорема Кронекера - Капелли. Свойства однородных систем.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение систем линейных алгебраических уравнений произвольного порядка методом Остроградского -Гаусса. Понятие ранга матрицы и его вычисление. Теорема Кронекера - Капелли. Решение однородных систем.

контрольная работа , примерные вопросы:

Решение систем линейных алгебраических уравнений произвольного порядка методом Остроградского -Гаусса.

### **Тема 3. Матрицы и действия над ними: линейные операции, умножение матриц, единичная матрица, обратная матрица, миноры и алгебраические дополнения. Решение систем линейных алгебраических уравнений матричным методом.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Матрицы и действия над ними: линейные операции, умножение матриц, единичная матрица, обратная матрица, миноры и алгебраические дополнения. Решение систем линейных алгебраических уравнений матричным методом.

контрольная работа , примерные вопросы:

Различные операции над матрицами и их приложения.

### **Тема 4. Понятие о конечномерном линейном векторном пространстве. Собственные числа и собственные вектора.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Операции над векторами в конечномерном линейном векторном пространстве. Простейшие линейные операторы. Собственные числа и собственные вектора.

контрольная точка , примерные вопросы:

Понятие о конечномерном линейном векторном пространстве. Собственные числа и собственные вектора.

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

Вопросы к экзамену

1. Матрицы, операции над матрицами.

1) Понятие матрицы, элементов, порядков.

2) Виды матриц: квадратная, симметричная, треугольная, диагональная, единичная, нулевая. Главная и побочная диагонали квадратной матрицы.

3) Операции над матрицами (сложение, умножение, умножение на число, транспонирование) и их свойства.

2. Определители и их свойства.

1) Определители 2-го, 3-го порядка.

2) Перестановки и подстановки. Инверсия, четность.

3) Определитель n-го порядка.

4) Свойства определителей. Определитель треугольной матрицы.

5) Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа (част. сл.).

6) Определение обратной матрицы и способ вычисления.

3. Линейные пространства

1) Определение действительного линейного (векторного) пространства.

2) Примеры линейных пространств.

3) Линейная комбинация векторов. Определения линейной зависимости и линейной независимости векторов.

4) Базис пространства, размерность. Координаты вектора. Т. о единственности разложения вектора по базису. Базис и ранг системы векторов.

5) Изоморфизм линейных пространств. Т. о изоморфности линейных пространств, следствие.

6) Ранг матрицы. Т. о ранге. Т. о необходимом и достаточном условии равенства нулю определителя.

7) Связь между базисами линейного пространства. Матрица перехода. Преобразование координат вектора при переходе от одного базиса к другому.

8) Подпространства.

4. Системы линейных уравнений.



- 1) Однородная, неоднородная, определенная, неопределенная, совместная, несовместная системы. Понятие матрицы системы. Матричная запись системы. Теорема Кронекера-Капелли.
- 2) Метод Крамера, условия его применимости.
- 3) Общая схема решения произвольной системы линейных уравнений. Понятия общего решения и частных решений. Условия существования единственного решения, множества решений.
- 4) Метод Гаусса. Условия его применимости.
- 5) Однородная система линейных уравнений. Совместность системы. Условия существования единственного решения, множества решений. Фундаментальная система решений, условия ее существования. Количество решений в ФСР.
5. Евклидовы пространства.
  - 1) Определение евклидова пространства. Определение ортогональности векторов, ортогональной системы векторов. Теорема о линейной независимости ортогональной системы ненулевых векторов.
  - 2) Определения нормированного вектора и нормированного пространства. Теорема о норме вектора в евклидовом пространстве. Нормирование ненулевого вектора. Определение скалярного произведения двух векторов, заданных координатами в ортонормированном базисе.
6. Линейные операторы.
  - 1) Определение оператора, линейного оператора, линейного преобразования.
  - 2) Определение матрицы линейного преобразования. Вырожденность линейного преобразования. Отыскание координат образа вектора.
7. Квадратичные формы.
  - 1) Определения квадратичной формы, линейной формы. Матрица квадратичной формы. Матричная запись квадратичной формы. Вырожденность квадратичной формы.
  - 2) Каноническая и нормальная квадратичные формы, вид их матриц.
  - 3) Определения положительно определенной, отрицательно определенной квадратичной формы. Критерий Сильвестра.
8. Элементы аналитической геометрии.
  - 1) Операции над векторами: сложение, умножение на число, скалярное произведение, векторное произведение. Необходимые и достаточные условия ортогональности и коллинеарности векторов. Операции над векторами в координатах. Длина вектора.
  - 2) Общее уравнение прямой на плоскости и в пространстве. Общее уравнение плоскости.

Пример экзаменационного билета.

1. Понятие конечномерного линейного векторного пространства.
2. Единичная матрица и ее свойства.
3. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Остроградского - Гаусса (указывается конкретная система).

### 7.1. Основная литература:

Балдин К.В. Краткий курс высшей математики [Электронный ресурс] : Учебник / К. В. Балдин; Под общ. ред. д. э. н., проф. К. В. Балдина. - 2-е изд. - М.: Издательско- торговая корпорация "Дашков и К-", 2013. - 512 с.// <http://www.znanium.com/bookread.php?book=415059>

Ячменёв Л.Т. Высшая математика: Учебник / Л.Т. Ячменёв. - М.: ИЦ РИОР: НИЦ Инфра-М, 2013. - 752 с.// <http://www.znanium.com/bookread.php?book=344777>

Рудык Б.М. Линейная алгебра: Учебное пособие / Б.М. Рудык. - М.: НИЦ Инфра-М, 2013. - 318 с.// <http://www.znanium.com/bookread.php?book=363158>

## 7.2. Дополнительная литература:

Шершнеv В.Г. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебно-методическое пособие / В.Г. Шершнеv. - М.: НИЦ Инфра-М, 2012. - 168 с.//  
<http://www.znanium.com/bookread.php?book=318084>

Балдин К.В. Математическое программирование [Электронный ресурс] : Учебник / К. В. Балдин, Н. А. Брызгалов, А. В. Рукосуев; Под общ. ред. д.э.н., проф. К. В. Балдина. - 2-е изд. - М.: Издательско-торговая корпорация "Дашков и К-", 2013. - 220 с.//  
<http://www.znanium.com/bookread.php?book=415097>

Уткин В.Б. Математика и информатика: Учебное пособие / В.Б. Уткин, К.В. Балдин, А.В. Рукосуев. - 4-е изд. - М.: Дашков и К, 2011. - 472 с.//  
<http://www.znanium.com/bookread.php?book=305683>

Журнал "Алгебра и анализ" // [http://elibrary.ru/title\\_about.asp?id=8394](http://elibrary.ru/title_about.asp?id=8394)

Журнал "Дискретная математика" // [http://elibrary.ru/title\\_about.asp?id=7778](http://elibrary.ru/title_about.asp?id=7778)

Журнал "Дискретный анализ и исследование операций" //  
[http://elibrary.ru/title\\_about.asp?id=25528](http://elibrary.ru/title_about.asp?id=25528)

Журнал "Дифференциальные уравнения" // [http://elibrary.ru/title\\_about.asp?id=9677](http://elibrary.ru/title_about.asp?id=9677)

Журнал "Математические заметки" // [http://elibrary.ru/title\\_about.asp?id=7874](http://elibrary.ru/title_about.asp?id=7874)

Журнал "Математические труды" // [http://elibrary.ru/title\\_about.asp?id=7875](http://elibrary.ru/title_about.asp?id=7875)

## 7.3. Интернет-ресурсы:

Видео-курс лекций по линейной алгебре - <http://www.intuit.ru/department/mathematics/linalres/1/>

Линейная алгебра - [http://tw.t.mpei.ac.ru/math/LARB/Matrdet/Matrix/LA\\_01010300.html](http://tw.t.mpei.ac.ru/math/LARB/Matrdet/Matrix/LA_01010300.html)

Линейная алгебра для чайников -  
<http://obitel-minsk.by/exsite/lineynaya-algebra-dlya-chaynikov.html>

Линейная алгебра онлайн - <http://www.fxyz.ru>

Линейная алгебра (пособие для студентов технических университетов) -  
<http://www.resolventa.ru/metod/student/linalg.htm>

Математика для экономистов - <http://www.alleng.ru/d/math/math160.htm>

Метод Гаусса для чайников - [http://mathprofi.ru/metod\\_gaussa\\_dlya\\_chainikov.html](http://mathprofi.ru/metod_gaussa_dlya_chainikov.html)

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Линейная алгебра" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

При необходимости занятия могут проводиться в мультимедийной аудитории 610 (корпус 2 К(П)ФУ), а также в компьютерных классах ИУТР.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 080500.62 "Бизнес-информатика" и профилю подготовки Информационно-аналитические системы в бизнесе .

Автор(ы):

Шульгина О.Н. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Фазылов В.Р. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.