



## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) Плещинский Н.Б. , Nikolai.Pleshchinskii@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

В специальном курсе рассматриваются основные подходы к исследованию ряда задач математической физики - интегральных уравнений и краевых задач для уравнений с частными производными - методами современного функционального анализа. Обсуждается классическая теория интегральных уравнений Фредгольма и теория сингулярных интегральных уравнений. Излагаются основные положения теории линейных операторов в пространствах Соболева. Рассматриваются методы аппроксимации линейных операторов.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б2.ДВ.2 Общепрофессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 8 семестр.

Дисциплина по выбору Б2.ДВ.2 "Линейные операторы и интегральные уравнения" относится к общепрофессиональному циклу дисциплин., изучается на четвертом курсе в 8 семестре. Для ее изучения требуются знания, полученные ранее в рамках дисциплин "Математический анализ", "Алгебра и геометрия". Полученные умения и готовности необходимы для успешной подготовки дипломной работы.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-9	способность осознать социальную значимость своей будущей профессии, обладать высокой мотивацией к выполнению профессиональной деятельности
ПК-11 (профессиональные компетенции)	способность приобретать и использовать организационно-управленческие навыки в профессиональной и социальной деятельности

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные положения общей теории линейных операторов и теории интегральных уравнений;

2. должен уметь:

выбирать оптимальные методы приближенного решения граничных задач и интегральных уравнений;

3. должен владеть:

техникой теоретического исследования линейных операторов и операторных уравнений;

4. должен демонстрировать способность и готовность:

умение использовать технику современного функционального анализа при исследовании картины разрешимости интегральных уравнений.

### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 8 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Нормированные пространства	8	1	4	0	0	домашнее задание
2.	Тема 2. Ограниченные компактные операторы	8	2	4	0	0	домашнее задание
3.	Тема 3. Теория Рисса	8	3-4	4	0	0	домашнее задание
4.	Тема 4. Дуальные системы и альтернатива Фредгольма	8	5-6	4	0	0	контрольная работа
5.	Тема 5. Регуляризация в дуальных системах	8	7-8	4	0	0	домашнее задание
6.	Тема 6. Теория потенциала	8	9-10	4	0	0	домашнее задание
7.	Тема 7. Сингулярные интегральные уравнения	8	11-12	4	0	0	контрольная точка
8.	Тема 8. Пространства Соболева	8	13-14	4	0	0	домашнее задание
9.	Тема 9. Аппроксимация вырожденными ядрами	8	15	4	0	0	домашнее задание
10.	Тема 10. Квадратурные методы	8	16-17	4	0	0	контрольная работа
.	Тема . Итоговая форма контроля	8		0	0	0	экзамен

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
	Итого			40	0	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Нормированные пространства

*лекционное занятие (4 часа(ов)):*

Основные положения теории нормированных пространств

##### Тема 2. Ограниченные компактные операторы

*лекционное занятие (4 часа(ов)):*

Определение и основные свойства компактных операторов

##### Тема 3. Теория Рисса

*лекционное занятие (4 часа(ов)):*

Основные положения теории Рисса

##### Тема 4. Дуальные системы и альтернатива Фредгольма

*лекционное занятие (4 часа(ов)):*

Определение и свойства дуальных систем, формулировка альтернативы Фредгольма

##### Тема 5. Регуляризация в дуальных системах

*лекционное занятие (4 часа(ов)):*

Алгоритм регуляризации в дуальных системах

##### Тема 6. Теория потенциала

*лекционное занятие (4 часа(ов)):*

Основные положения теории потенциала

##### Тема 7. Сингулярные интегральные уравнения

*лекционное занятие (4 часа(ов)):*

Определение и свойства сингулярных интегральных уравнений

##### Тема 8. Пространства Соболева

*лекционное занятие (4 часа(ов)):*

Определение и свойства пространства Соболева

##### Тема 9. Аппроксимация вырожденными ядрами

*лекционное занятие (4 часа(ов)):*

Алгоритм аппроксимации вырожденными ядрами

##### Тема 10. Квадратурные методы

*лекционное занятие (4 часа(ов)):*

Изложение сути квадратурных методов и алгоритмов их применения

#### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Нормированные пространства	8	1	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Ограниченные компактные операторы	8	2	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
3.	Тема 3. Теория Рисса	8	3-4	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
4.	Тема 4. Дуальные системы и альтернатива Фредгольма	8	5-6	подготовка к контрольной работе	8	контрольная работа
5.	Тема 5. Регуляризация в дуальных системах	8	7-8	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
6.	Тема 6. Теория потенциала	8	9-10	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
7.	Тема 7. Сингулярные интегральные уравнения	8	11-12	подготовка к контрольной точке	8	контрольная точка
8.	Тема 8. Пространства Соболева	8	13-14	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
9.	Тема 9. Аппроксимация вырожденными ядрами	8	15	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
10.	Тема 10. Квадратурные методы	8	16-17	подготовка к контрольной работе	8	контрольная работа
	Итого				68	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Активные и интерактивные формы проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Нормированные пространства

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение по предлагаемой литературе и лекциям основные положения теории нормированных пространств

### Тема 2. Ограниченные компактные операторы

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение по предлагаемой литературе и лекциям свойства компактных операторов

### Тема 3. Теория Рисса

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение по предлагаемой литературе и лекциям основные положения теории Рисса

#### **Тема 4. Дуальные системы и альтернатива Фредгольма**

контрольная работа , примерные вопросы:

Проверка знаний свойств дуальных систем и формулировки альтернативы Фредгольма

#### **Тема 5. Регуляризация в дуальных системах**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение по предлагаемой литературе и лекциям алгоритмы регуляризации в дуальных системах

#### **Тема 6. Теория потенциала**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение по предлагаемой литературе и лекциям основные положения теории потенциала

#### **Тема 7. Сингулярные интегральные уравнения**

контрольная точка , примерные вопросы:

Проверка знаний свойств сингулярных интегральных уравнений

#### **Тема 8. Пространства Соболева**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение по предлагаемой литературе и лекциям свойств пространств Соболева

#### **Тема 9. Аппроксимация вырожденными ядрами**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение по предлагаемой литературе и лекциям алгоритмов аппроксимации вырожденными ядрами

#### **Тема 10. Квадратурные методы**

контрольная работа , примерные вопросы:

Решение примеров на применение квадратурных методов

#### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

По данной дисциплине предусмотрено проведение экзамена. Примерные вопросы для экзамена - Приложение1.

Примерные вопросы к экзамену:

1. Квадратурные методы
2. Аппроксимация вырожденными ядрами
3. Пространства Соболева
4. Сингулярные интегральные уравнения
5. Дуальные системы и альтернатива Фредгольма
6. Теория потенциала
7. Регуляризация в дуальных системах
8. Нормированные пространства
9. Ограниченные компактные операторы
10. Теория Рисса

#### **7.1. Основная литература:**

1. Васильева А.Б. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах: учебное пособие / А. Б. Васильева [и др.].?Изд. 3-е, испр..?Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2010.?429 с.

2. Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы / М.А. Наймарк-3-е изд.- М.:Физматлит, 2010. - 528 с.

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2749](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2749)

3. Пирковский А.Ю. Спектральная теория и функциональные исчисления для линейных операторов / А.Ю. Пирковский - М.: МЦНМО (Московский центр непрерывного математического образования), 2010 - 176 с.

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=9384](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9384)

4. Калиткин, Н. Н. Численные методы: учеб. пособие / Н. Н. Калиткин. ? 2-е изд., исправленное. ? СПб.: БХВ-Петербург, 2011. ? 586 с.

<http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=350803>

## 7.2. Дополнительная литература:

1. Треногин В.А. Функциональный анализ. - М.: Наука, 1980. - 495 с.

2. Пресдорф З. Некоторые классы сингулярных уравнений. - М.: Мир, 1979. - 498 с.

3. Гахов Ф.Д. Краевые задачи. - М.: Наука, 1977. - 640 с.

4. Плещинский Н.Б. Приложения теории интегральных уравнений с логарифмическими и степенными ядрами. - Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1987. - 160 с.

5. Насыров С.Р.. Метрические и линейные нормированные пространства: задачи к лабораторным занятиям по курсу "Функциональный анализ и интегральные уравнения" / С. Р. Насыров; Казан. гос. ун-т, Изд. 2-е, испр. и доп. - Казань: [Казанский государственный университет], 2008.-35 с.

## 7.3. Интернет-ресурсы:

Линейные операторы - [www.alleng.ru/d/math/math207.htm](http://www.alleng.ru/d/math/math207.htm)

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Линейные операторы и интегральные уравнения" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Лекции и лабораторные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом (маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Плещинский Н.Б. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Бахтиева Л.У. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.