

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Минзарипов Р.Г.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**  
Многообразия алгебр М2.ДВ.2

Направление подготовки: 010100.68 - Математика

Профиль подготовки: Алгебра

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Тронин С.Н.

**Рецензент(ы):**

Киндер М.И.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой:

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2013

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (доцент) Тронин С.Н. Кафедра алгебры и математической логики отделение математики , Serge.Tronin@kpfu.ru

### **1. Цели освоения дисциплины**

Курс предназначен для того, чтобы дать студентам общее представление если и не о структуре всей алгебре в целом, то о принципах организации достаточно существенной ее части. У большинства тем, излагаемых студентам-алгебраистам (группы, всевозможные кольца, модули, решетки и т.п.) имеется некая общая составляющая, своего рода общее ядро, и общий язык, на котором это ядро во всех случаях может быть описано. Этим языком является язык теории категорий и мультиоператорных алгебр (Омега-алгебр), как односортных, так и многосортных. Таким образом, цель ? ознакомить студентов с основами теории категорий и функторов и основами теории многообразий универсальных алгебр, а следовательно, дать некоторое представление о некоторых существенных моментах, присущих большинству разделов алгебры. Кроме того, язык теории категорий и функторов будет полезен и в других разделах математики.

### **2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования**

Данная учебная дисциплина включена в раздел " М2.ДВ.2 Профессиональный" основной образовательной программы 010100.68 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 2 курсе, 4 семестр.

Формально данный курс опирается только на знание основ теории множеств, но весьма желательно знание основ традиционной алгебры, в частности ? теории групп, колец, решеток и т.п.

### **3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля**

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия теории категорий и теории многообразий универсальных алгебр, и понимать, какое место занимают эти теории среди прочих разделов алгебры.

2. должен уметь:

применять эти знания в более специальных разделах алгебры.

3. должен владеть:

техническими приемами доказательств и решения задач из теории категорий и универсальной алгебры.

### **4. Структура и содержание дисциплины/ модуля**

Общая трудоемкость дисциплины составляет зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Категории, функторы и естественные преобразования. Произведения и копроизведения, ядра и коядра. Сопряженные функторы	4	1-4	0	0	0	
2.	Тема 2. Категория $\square$ -алгебр. Абсолютно свободные алгебры (алгебры слов).	4	5	0	0	0	
3.	Тема 3. Отношения эквивалентности и конгруэнции. Теоремы о гомоморфизмах и изоморфизмах.	4	6-7	0	0	0	
4.	Тема 4. Многообразия $\square$ -алгебр. Тожества. Теорема Биркгофа.	4	8-10	0	0	0	
5.	Тема 5. Примеры многообразий: многообразия групп и решеток	4	11	0	0	0	
6.	Тема 6. Рациональная эквивалентность многообразий. Рациональная эквивалентность многообразий булевых алгебр и булевых колец.	4	12	0	0	0	
7.	Тема 7. Операторы и многообразия алгебр	4	13-14	0	0	0	
8.	Тема 8. Многообразия линейных алгебр. Ассоциативные, коммутативные, лиевские, иордановы и альтернативные алгебры	4	15-16	0	0	0	
.	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	зачет

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
Итого				0	0	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Категории, функторы и естественные преобразования. Произведения и копроизведения, ядра и коядра. Сопряженные функторы**

**Тема 2. Категория  $\square$ -алгебр. Абсолютно свободные алгебры (алгебры слов).**

**Тема 3. Отношения эквивалентности и конгруэнции. Теоремы о гомоморфизмах и изоморфизмах.**

**Тема 4. Многообразия  $\square$ -алгебр. Тожждества. Теорема Биркгофа.**

**Тема 5. Примеры многообразий: многообразия групп и решеток**

**Тема 6. Рациональная эквивалентность многообразий. Рациональная эквивалентность многообразий булевых алгебр и булевых колец.**

**Тема 7. Операторы и многообразия алгебр**

**Тема 8. Многообразия линейных алгебр. Ассоциативные, коммутативные, лиевские, иордановы и альтернативные алгебры**

#### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

активные и интерактивные формы, лекции, практические занятия, доклады на семинарах, рефераты, зачет. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому семинару. Предлагаются также домашние задания, за которые выставляются баллы. Допуск к зачету производится после выполнения обязательного минимума заданий соответственно количеству набранных баллов.

#### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

**Тема 1. Категории, функторы и естественные преобразования. Произведения и копроизведения, ядра и коядра. Сопряженные функторы**

**Тема 2. Категория  $\square$ -алгебр. Абсолютно свободные алгебры (алгебры слов).**

**Тема 3. Отношения эквивалентности и конгруэнции. Теоремы о гомоморфизмах и изоморфизмах.**

**Тема 4. Многообразия  $\square$ -алгебр. Тожждества. Теорема Биркгофа.**

**Тема 5. Примеры многообразий: многообразия групп и решеток**

**Тема 6. Рациональная эквивалентность многообразий. Рациональная эквивалентность многообразий булевых алгебр и булевых колец.**

**Тема 7. Операторы и многообразия алгебр**

**Тема 8. Многообразия линейных алгебр. Ассоциативные, коммутативные, лиевские, иордановы и альтернативные алгебры**

**Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

На практических занятиях контроль осуществляется при ответе у доски, при проверке домашних заданий, и при выступлении с докладом. Оцениваются также письменные рефераты.

### **7.1. Основная литература:**

1. Кон П. Универсальная алгебра. - М.: Мир, 1968. - 352 с.
2. Маклейн С. Категории для работающего математика. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 352 с.
3. Скорняков Л.А. Элементы общей алгебры. - М.: Наука, 1983. - 272 с.

### **7.2. Дополнительная литература:**

1. Бахтурин Ю.А. Тожества в алгебрах Ли. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985. - 448 с.
2. Бахтурин Ю.А. Основные структуры современной алгебры. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. - 320 с.
3. Биркгоф Г. Теория решеток. - М.: Наука, 1984. - 568 с.
4. Букур И., Деляну А. Введение в теорию категорий и функторов. - М.: Мир, 1972. - 260 с.
5. Гельфанд С.И., Манин Ю.И. Методы гомологической алгебры: в 2-х т. Т. 1. Введение в теорию когомологий и производные категории. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. - 416 с.
6. Глушков В.М., Цейтлин Г.Е., Ющенко Е.Л. Алгебра. Языки. Программирование. 3-е изд. - Киев: Наукова Думка, 1989. - 376 с.
7. Голдблатт Р. Топосы. Категорный анализ логики. - М.: Мир, 1983. - 488 с.
8. Гретцер Г. Общая теория решеток. - М.: Мир, 1981. - 456 с.
9. Замулин А.В. Типы данных в языках программирования и базах данных. - Новосибирск: Наука, 1979. - 150 с.
10. Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп. - 3-е изд., перераб., и доп. - М.: Наука, 1982. - 288 с.
11. Курош А.Г. Лекции по общей алгебре. Издание второе. - М.: Наука, 1973. - 400 с.
12. Мальцев А.И. Алгебраические системы. - М.: Наука, 1970. - 392 с.
13. Общая алгебра. Том 1. / Под общ. ред. Л.А.Скорнякова. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. - 592 с.
14. Общая алгебра. Том 2. / Под общ. ред. Л.А.Скорнякова. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. - 480 с.
15. Пинус А.Г. Условные термы и их применение в алгебре и теории вычислений. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2002. - 239 с.
16. Пирс Р. Ассоциативные алгебры. - М.: Мир, 1986.
17. Плоткин Б.И. Универсальная алгебра, алгебраическая логика и базы данных. - М.: Наука, 1991. - 448 с.
18. Размыслов Ю.П. Тожества алгебр и их представлений. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1989. - 432 с.
19. Смирнов В.А. Симплициальные и операдные методы в теории гомотопий. - М.: Изд-во "Факториал-Пресс", 2002. - 272 с.
20. Смирнов Д.М. Многообразия алгебр. - Новосибирск: ВО "Наука". Сибирская изд. фирма, 1992. - 205 с.
21. Тронин С.Н. Введение в универсальную и категорную алгебру. Часть II. - Казань, 2003. - 56 с.
22. Фейс К. Алгебра: кольца, модули и категории. Т.1. - М.: Мир, 1977. - 688 с.
23. Цаленко М.Ш. Моделирование семантики в базах данных. - М.: Наука, 1989. - 288 с.
24. Жевлаков К.А., Слинько А.М., Шестаков И.П., Ширшов А.И. Кольца, близкие к ассоциативным. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1978. - 431 с.

### 7.3. Интернет-ресурсы:

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Освоение дисциплины "Многообразия алгебр" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "КнигаФонд", доступ к которой предоставлен студентам. Электронно-библиотечная система "КнигаФонд" реализует легальное хранение, распространение и защиту цифрового контента учебно-методической литературы для вузов с условием обязательного соблюдения авторских и смежных прав. КнигаФонд обеспечивает широкий законный доступ к необходимым для образовательного процесса изданиям с использованием инновационных технологий и соответствует всем требованиям новых ФГОС ВПО.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.68 "Математика" и магистерской программе Алгебра .

Автор(ы):

Тронин С.Н. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Киндер М.И. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.