

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной деятельности КФУ  
проф. Таюрский Д.А.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

## **Программа дисциплины**

Симметрия в комплексном анализе

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2019

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) Аксентьев Л.А.

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

| Шифр компетенции | Расшифровка приобретаемой компетенции  |
|------------------|--|
| ПК-1             | Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики |
| ПК-3             | Способен публично представлять собственные и известные научные результаты          |

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

принцип продолжения по симметрии аналитических функций и применять его при конформном отображении плоских областей

Должен уметь:

применять дробно-линейные функции в различных геометрических задачах с использованием конформности и симметрии

Должен владеть:

методом симметрии в применении к краевым задачам

Должен демонстрировать способность и готовность:

публично представлять известные научные результаты по методу симметрии

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.11.04 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.01 "Математика (Общий профиль)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 4 курсе в 8 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) на 72 часа(ов).

Контактная работа - 40 часа(ов), в том числе лекции - 20 часа(ов), практические занятия - 20 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 32 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 8 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

| N  | Разделы дисциплины / модуля                         | Семестр | Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах) |                      |                     | Самостоятельная работа |
|----|---|---------|--|----------------------|---------------------|------------------------|
|    |   |         | Лекции   | Практические занятия | Лабораторные работы |                        |
| 1. | Тема 1. Симметрия относительно прямой и окружности. | 8       | 4  | 4                    | 0                   | 4                      |
| 2. | Тема 2. Циклические группы дробно-линейных функций. | 8       | 4  | 4                    | 0                   | 4                      |

| N  | Разделы дисциплины / модуля            | Семестр | Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах) |                      |                     | Самостоятельная работа |
|----|--|---------|--|----------------------|---------------------|------------------------|
|    |  |         | Лекции   | Практические занятия | Лабораторные работы |                        |
| 3. | Тема 3. Классификация групп симметрии. | 8       | 4  | 4                    | 0                   | 8                      |
| 4. | Тема 4. Симметричные ячейки            | 8       | 4  | 4                    | 0                   | 8                      |
| 5. | Тема 5. Приложения метода симметрии    | 8       | 4  | 4                    | 0                   | 8                      |
|    | Итого                                  |         | 20   | 20                   | 0                   | 32                     |

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### Тема 1. Симметрия относительно прямой и окружности.

Свойства дробно-линейной функции. Теорема о линиях симметрии плоскости.

Два типа симметрии относительно окружности: ортосимметрия и симметрия с поворотом. Теорема единственности дробно-линейной функции. Понятие изометрической окружности. Исторические сведения в развитии комплексного анализа.

##### Тема 2. Циклические группы дробно-линейных функций.

Представление дробно-линейной функции через симметричные преобразования. Классификация дробно-линейных преобразований: гиперболические, параболические, эллиптические и локсодромические. Построение фундаментальных областей с помощью изометрических окружностей. Фундаментальные области циклических групп.

##### Тема 3. Классификация групп симметрии.

Классификация треугольных ячеек на сфере в зависимости от углов. Связь ячеек с правильными многогранниками: тетраэдром, октаэдром, икосаэдром, двойной пирамидой и одинарной пирамидой. Треугольные и многоугольные ячейки на круге. Связь ячеек с фундаментальными областями собственно разрывных групп.

##### Тема 4. Симметричные ячейки

Симметричные преобразования в кольце. Типы симметричных преобразований круговых многосвязных областей. Теорема о эллиптической римановой поверхности. Симметричные ячейки на римановых поверхностях. Симметрия относительно аналитической кривой. Две симметричные римановы поверхности, порождаемые аналитической кривой.

##### Тема 5. Приложения метода симметрии

Элементарные примеры применения метода симметрии (задача Шварца в круге, проекция алгебраической кривой на вещественную ось, задача обтекания в ячейках симметрии, прямые и обратные задачи для логарифмического потенциала.). Задача сопряжения в круге и полуплоскости. Замечания о нелинейных задачах и о задачах на римановых поверхностях.

#### 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

## 6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## 7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

MathGuide - <http://www.mathguide.de/> Wolfram MathWorld - <http://mathworld.wolfram.com/>

Единое окно доступа к образовательным ресурсам - <http://window.edu.ru/>

Общероссийский математический портал Math-Net.Ru - <http://www.mathnet.ru/>

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

| Вид работ | Методические рекомендации  |
|-----------|--|
| лекции    | В ходе лекционных занятий следует вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций. |

| Вид работ              | Методические рекомендации  |
|------------------------|--|
| практические занятия   | Рекомендуется после лекции самостоятельно разобраться в материале лекции и постараться его понять. При этом необходимо обращаться к учебному пособию, по которому излагается учебный материал. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем.<br>В течение семестра на практических занятиях студенты решают задачи, указанные преподавателем, с отчётами о решённых задачах. Получают домашние задания для закрепления полученных на занятиях навыков.<br>Проработанные лекции помогут в решении задач на практических занятиях и заданных на дом.  |
| самостоятельная работа | Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы, и в дальнейшем использовать собственные подготовленные учебные материалы при написании выпускных работ. Кроме того, существуют и конкретные методические указания, которые зависят от уровня, способностей и предварительных знаний обучающихся. Их можно получить только на подробных консультациях, которые проводит преподаватель с группой или индивидуально. |
| зачет                  | При подготовке к зачёту необходимо обратить внимание на ключевые понятия курса:<br>= Теорема о линиях симметрии плоскости.<br>= Построение фундаментальных областей с помощью изометрических окружностей.<br>= Связь ячеек с фундаментальными областями собственно разрывных групп.<br>= Типы симметричных преобразований круговых многосвязных областей.<br>= Симметричные ячейки на римановых поверхностях.<br>Подготовить вопросы к консультации перед зачётом.   |

#### 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

#### 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

#### 12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;

- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки "Общий профиль".

### Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2019

#### Основная литература:

1. Шабунин, М.И. Теория функций комплексного переменного. [Электронный ресурс] / М.И. Шабунин, Ю.В. Сидоров. -

Электрон. дан. - М. : Издательство 'Лаборатория знаний', 2016. - 303 с. - Режим доступа:  
<http://e.lanbook.com/book/84089>

2. Ф.Г.Авхадиев. Введение в геометрическую теорию функций: учеб. пособие / Ф.Г.Авхадиев. - Казань: Казан. ун-т, 2012. - 127 с. -

Режим доступа: <http://window.edu.ru/resource/138/78138>

3. Натанзон, С.М. Курс комплексного анализа. [Электронный ресурс] ? Электрон. дан. ? М. : МЦНМО, 2012. ? 48 с. ?

Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/56409>

#### Дополнительная литература:

1. Евграфов, М.А. Аналитические функции. [Электронный ресурс] ? Электрон. дан. ? СПб. : Лань, 2008. ? 448 с. ?

Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/134> .

2. Аксентьев Л. А. Сборник задач по теории функций комплексного переменного и операционному исчислению : учебное пособие для студентов мех.-мат., физ. фак., фак. ВМК ун-та и фак-та повышения квалификации преподавателей / Л. А. Аксентьев .? Казань : Казанский государственный университет, 2005 .? 124 с.

3. Сборник задач по теории функций комплексного переменного и операционному исчислению : учебное пособие для студентов мех.-мат., физ. фак.,

фак. ВМК ун-та и фак-та повышения квалификации преподавателей / Л. А. Аксентьев .- Казань : Казанский государственный университет, 2005 .- 124 с.

[Электронный вариант] Режим доступа:

[http://dspace.kpfu.ru/xmlui/bitstream/handle/net/116254/zadachnik\\_tfk.pdf;jsessionid=B2B8FAEEACBDD2AD3E6431852D5E00](http://dspace.kpfu.ru/xmlui/bitstream/handle/net/116254/zadachnik_tfk.pdf;jsessionid=B2B8FAEEACBDD2AD3E6431852D5E00)



Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.11.04 Симметрия в комплексном анализе

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2019

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.