

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной деятельности КФУ  
проф. Таюрский Д.А.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

## **Программа дисциплины**

Введение в теорию динамических систем

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2019

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Иваньшин П.Н. (Кафедра геометрии, отделение математики), Pyotr.Ivanshin@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-4	Способен ориентироваться в современных алгоритмах компьютерной математики; обладать способностями к эффективному применению и реализации математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен демонстрировать способность и готовность:

Студенту необходимо освоить современные математические методы работы с динамическими системами, уметь строить и применять математические модели систем. Усвоить и уметь применять основные алгоритмы работы с точками и кривыми, знать понятия устойчивости. Студент должен строить примеры применения алгоритмов и использовать понятия на практике.

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.03.02 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.01 "Математика (Общий профиль)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 2 курсе в 4 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) на 72 часа(ов).

Контактная работа - 36 часа(ов), в том числе лекции - 18 часа(ов), практические занятия - 18 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 36 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 4 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Примеры и основные понятия. Понятие динамической системы. Вращения круга. Эндоморфизмы окружности. Сдвиги. Квадрики. Преобразование Гаусса. Гиперболические автоморфизмы тора.	4	3	3	0	6

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Топологическая динамика. Предельные множества. Топологическая транзитивность. Топологическое перемешивание. Расширение. Топологическая энтропия.	4	3	3	0	6
3.	Тема 3. Символическая динамика. Перестановки и коды. Перестановки конечного типа. Теорема Перрона-Фробениуса.	4	4	4	0	8
4.	Тема 4. Эргодическая теория. Рекуррентность. Эргодичность и перемешивание. Эргодические теоремы	4	4	4	0	8
5.	Тема 5. Гиперболическая динамика. Расширение эндоморфизмов. Гиперболические множества. Инвариантные конусы. Устойчивость гиперболических множеств. Устойчивые и неустойчивые многообразия	4	4	4	0	8
Итого			18	18	0	36

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

**Тема 1. Примеры и основные понятия. Понятие динамической системы. Вращения круга. Эндоморфизмы окружности. Сдвиги. Квадрики. Преобразование Гаусса. Гиперболические автоморфизмы тора.**

Примеры и основные понятия теории динамических систем. Понятие динамической системы. Вращения круга. Эндоморфизмы окружности. Сдвиги. Квадрики. Преобразование Гаусса. Гиперболические автоморфизмы тора. Подкова. Соленоид. Потоки и дифференциальные уравнения. Суспензии и сечения. Показатель Ляпунова. Аттракторы

**Тема 2. Топологическая динамика. Предельные множества. Топологическая транзитивность. Топологическое перемешивание. Расширение. Топологическая энтропия.**

Топологическая динамика. Предельные множества. Топологическая транзитивность. Топологическое перемешивание. Расширение. Топологическая энтропия. Топологическая энтропия для некоторых примеров. Непрерывность и проксимальность. Применение топологического повторения к Теория Рамсея. Равномерность и дистальность.

**Тема 3. Символическая динамика. Перестановки и коды. Перестановки конечного типа. Теорема Перрона-Фробениуса.**

Символическая динамика. Перестановки и коды, алгебраические структуры. Перестановки конечного типа. Теорема Перрона-Фробениуса, ее доказательство и формулировка. Топологическая энтропия и дзета-функция SFT. Сильная эквивалентность сдвига и эквивалентность сдвига. Подстановки. Переносы. Хранение данных.

**Тема 4. Эргодическая теория. Рекуррентность. Эргодичность и перемешивание. Эргодические теоремы**

Эргодическая теория. Рекуррентность. Эргодичность и перемешивание. Эргодические теоремы. Инвариантные меры для непрерывных карт. Уникальная эргодичность и теорема Вейля. Преобразование Гаусса. Дискретный спектр. Слабое перемешивание. Применение рекуррентности из теории меры к теории чисел. Поиск в Интернете

**Тема 5. Гиперболическая динамика. Расширение эндоморфизмов. Гиперболические множества. Инвариантные конусы. Устойчивость гиперболических множеств. Устойчивые и неустойчивые многообразия**

Гиперболическая динамика. Расширение эндоморфизмов. Гиперболические множества. Инвариантные конусы. Устойчивость гиперболических множеств. Устойчивые и неустойчивые многообразия. Лемма о наклоне. Подковы и поперечные гомоклинические точки. Локальная структура произведения и локально максимальные гиперболические наборы. Аносовские диффеоморфизмы. Аксиома A и структурная устойчивость. Марковские разбиения.

#### 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Кабанов СА Оптимизация динамики систем при действии возмущений - <https://e.lanbook.com/reader/book/48195/#1>

Секованов ВС Элементы теории дискретных динамических систем : Учебное пособие - <https://e.lanbook.com/reader/book/103912/#1>

Чуличков АИ Математические модели нелинейной динамики - <https://e.lanbook.com/reader/book/59325/#1>

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Лекции проводятся по Introduction to Dynamical Systems M. BRIN, G. STUCK. Студенту рекомендуется ознакомиться с книгой, разобрать примеры и упражнения из нее. Успешное освоение материала обеспечит возможность решать аналогичные задачи и применять полученные знания в других областях. Необходимо проверять внимание студентов на лекциях неожиданными вопросами.
практические занятия	Практические занятия проводятся по упражнениям из Introduction to Dynamical Systems M. BRIN, G. STUCK. Студенту рекомендуется ознакомиться разобрать примеры и упражнения из нее. Успешное освоение материала обеспечит возможность решать аналогичные задачи и применять полученные знания в других областях.
самостоятельная работа	Изучение дополнительной литературы приветствуется и поощряется дополнительными баллами. Поскольку лекции проводятся по Introduction to Dynamical Systems M. BRIN, G. STUCK. Студенту рекомендуется ознакомиться с книгой, разобрать примеры и упражнения из нее, а также изучить литературу из данной монографии.
зачет	На экзамене студент обязан решать стандартные задачи из данной области. Кроме того, необходимо знать формулировки основных утверждений теории. Также студент должен уметь строить стандартные алгоритмы и применять их для решения вычислительных задач. В частности, необходимо уметь строить стандартные простые и составные фракталы по дискретному набору отображений и применять их для вычисления размерностей.

### 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

### 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

Компьютерный класс.

### 12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;

- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;

- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;

- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки "Общий профиль".

Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.03.02 Введение в теорию динамических систем

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2019

**Основная литература:**

1. Игудесман К.Б. Фрактальная геометрия [Текст: электронный ресурс] / Игудесман Константин Борисович ; Казан. гос. ун-т .- Электронные данные (1 файл: 3,53 Мб) .- (Казань : Казанский государственный университет, 2010) .- Загл. с экрана .- Режим доступа: открытый .- URL: [http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05\\_34\\_2010\\_kl-00005.20.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_34_2010_kl-00005.20.pdf)
2. Секованов, В.С. Элементы теории дискретных динамических систем: учебное пособие / В.С. Секованов. - 2-е изд., испр. - Санкт-Петербург: Лань, 2018. - 180 с. - ISBN 978-5-8114-2429-0.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/103912>
3. Трошин П. И. Моделирование фракталов в среде Maxima. Часть I. Фракталы на плоскости и в пространстве. Учебно-методическое пособие [Электронный ресурс] / П. И. Трошин. - Казань : Казанский федеральный университет, 2012. - 67 с. - URL: [http://kpfu.ru/docs/F1416066913/main.\\_1\\_.pdf](http://kpfu.ru/docs/F1416066913/main._1_.pdf)
4. Трошин П. И. Моделирование фракталов в среде Maxima. Часть II. Хаотическая динамика и фракталы. Учебно-методическое пособие [Электронный ресурс] / П. И. Трошин. - Казань : Казанский федеральный университет, 2012. - 48 с. -URL: <http://kpfu.ru/docs/F1526739216/main.pdf>

**Дополнительная литература:**

1. Стюарт И. Математические диковинки профессора Стюарта [Электронный ресурс] / И. Стюарт ; пер. с англ. Н. А. Шиховой. - Электрон. дан. - Москва : Издательство 'Лаборатория знаний', 2017. - 323 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/103032>
2. Многоликий хаос: монография / Е.Ф. Мищенко, В.А. Садовничий, А.Ю. Колесов, Н.Х. Розов. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 429 с. - ISBN 978-5-9221-1423-3.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/48302>

Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.03.02 Введение в теорию динамических систем

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2019

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.