

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ
проф. Таюрский Д.А.

"__" _____ 20__ г.

Программа дисциплины

Вариационное исчисление и методы оптимизации Б1.В.05

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2019

Автор(ы): Агачев Ю.Р.

Рецензент(ы): Ожегова А.В.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Авхадиев Ф. Г.

Протокол заседания кафедры No ___ от "___" _____ 20__ г.

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No ___ от "___" _____ 20__ г.

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы высшего образования
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
 - 6.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы и форм контроля их освоения
 - 6.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания
 - 6.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы
 - 6.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций
7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
 - 7.1. Основная литература
 - 7.2. Дополнительная литература
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Агачев Ю.Р. (Кафедра теории функций и приближений, отделение математики), Juriy.Agachev@kpfu.ru

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Выпускник, освоивший дисциплину, должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2	

Выпускник, освоивший дисциплину:

Должен знать:

основные критерии оптимальности для задач линейного и нелинейного программирования, классического вариационного исчисления и оптимального управления,

основные численные методы и алгоритмы решения указанных задач

Должен уметь:

применять критерии оптимальности, разрабатывать численные методы и алгоритмы с доведением их до числа

Должен владеть:

методами и технологиями применения критериев оптимальности и разработки численных методов для экстремальных задач

Должен демонстрировать способность и готовность:

с помощью необходимых и достаточных условий оптимальности решать задачи линейного и нелинейного программирования, классического вариационного исчисления и

оптимального управления, применять численные методы для различных классов экстремальных задач.

2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы высшего образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.05 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 02.03.01 "Математика и компьютерные науки (Математическое и компьютерное моделирование)" и относится к вариативной части.

Осваивается на 3, 4 курсах в 6, 7 семестрах.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных(ые) единиц(ы) на 288 часа(ов).

Контактная работа - 118 часа(ов), в том числе лекции - 58 часа(ов), практические занятия - 60 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 80 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 90 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 6 семестре; экзамен в 7 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Задачи безусловной гладкой оптимизации	6	3	3	0	4

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Элементы выпуклого анализа	6	3	2	0	3
3.	Тема 3. Задачи выпуклого программирования	6	4	3	0	6
4.	Тема 4. Задачи математического программирования	6	5	8	0	8
5.	Тема 5. Задачи линейного программирования	6	6	6	0	7
6.	Тема 6. Численные методы решения экстремальных задач для функций одной переменной	6	2	2	0	3
7.	Тема 7. Численные методы решения задач безусловной оптимизации для функций многих переменных	6	5	4	0	8
8.	Тема 8. Численные методы решения задач математического программирования	6	2	4	0	7
9.	Тема 9. Задачи вариационного исчисления в слабой постановке	7	11	14	0	18
10.	Тема 10. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой и сильной постановках. Связь двух постановок	7	6	4	0	8
11.	Тема 11. Задачи оптимального управления	7	6	4	0	4
12.	Тема 12. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления	7	5	6	0	4
	Итого		58	60	0	80

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Задачи безусловной гладкой оптимизации

Постановка задачи безусловной оптимизации. Точки локального и глобального экстремума (минимума). Направление спуска. Достаточное условие для направления спуска. Необходимое условие локального экстремума. Необходимые и достаточные условия локального минимума. Классы функций, для которых необходимое условие локального экстремума является также и достаточным условием локального (глобального) минимума.

Тема 2. Элементы выпуклого анализа

Выпуклые множества. Свойства выпуклых множеств (выпуклость внутренности и замыкания множества, выпуклость пересечения и разности двух множеств. Теоремы отделимости. Выпуклые функции и их свойства. Надграфик функции. Критерий выпуклости в терминах выпуклости надграфика. Критерии выпуклости один и два раза дифференцируемых функций.

Тема 3. Задачи выпуклого программирования

Субградиент функции в точке. Необходимые и достаточные условия существования субградиента. Постановка задачи выпуклого программирования. Связь между точками локального и глобального минимума. Существование и единственность точки глобального минимума. Критерии оптимальности в терминах субградиента и градиента функции.

Тема 4. Задачи математического программирования

Постановка общей задачи математического программирования в конечномерном пространстве. Необходимые условия оптимальности в терминах градиента функции (теоремы Джона и Куна-Таккера). Достаточные условия оптимальности в терминах псевдовыпуклых и квазивыпуклых функций. Элементы теории двойственности. Необходимые и достаточные условия глобального минимума в терминах седловой точки.

Тема 5. Задачи линейного программирования

Двойственные задачи линейного программирования. Каноническая задача линейного программирования. Угловая точка в канонической задаче. Теоремы об угловой точке.

Свойство конечности алгоритма симплекс-метода для невырожденной и вырожденной задач линейного программирования. Существование угловой точки. Критерий разрешимости канонической задачи линейного программирования.

Тема 6. Численные методы решения экстремальных задач для функций одной переменной

Методы деления пополам, золотого сечения и Фибоначчи решения негладкой экстремальной задачи для функции одной переменной. Метод ломаных нахождения решения негладкой экстремальной задачи для функции одной переменной. Методы деления отрезка пополам и касательных решения гладкой экстремальной задачи для функции одной переменной.

Тема 7. Численные методы решения задач безусловной оптимизации для функций многих переменных

Общая задача безусловной оптимизации для функций многих переменных. Метод циклического покоординатного спуска, Хука-Дживса и Розенброка решения негладкой задачи. Задача гладкой безусловной оптимизации. Градиентные методы, метод Ньютона и его модификации, квазиньютоновские методы, методы сопряженных направлений (градиентов).

Тема 8. Численные методы решения задач математического программирования

Общая задача математического программирования в конечномерном пространстве. Методы штрафных функций решения общей задачи. Методы барьерных функций решения задачи с ограничениями типа неравенств. Методы проектирования на область. Методы множителей Лагранжа. Методы возможных направлений решения задачи с ограничениями типа неравенств и с линейными ограничениями типа равенств.

Тема 9. Задачи вариационного исчисления в слабой постановке

Постановка общей задачи в бесконечномерном пространстве. Вариация функционала. Формулы для вариации интегрального и дискретного функционалов. Необходимое условие в общей задаче в терминах вариации. Задачи вариационного исчисления в слабой постановке. Простейшая задача. Задача Больца. Простейшая изопериметрическая задача. Задача с неполным и нежестким закреплением на концах. Задача с подвижными концами. Задача Лагранжа в понтрягинской форме. Простейшая задача со старшими производными.

Тема 10. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой и сильной постановках. Связь двух постановок

Простейшая задача вариационного исчисления в слабой и сильной постановках. Связь двух постановок (лемма о скруглении углов). Игольчатая вариация и ее свойства. Необходимые условия Вейерштрасса и Лежандра сильного локального минимума. Необходимые условия слабого локального минимума. Достаточные условия слабого локального минимума.

Тема 11. Задачи оптимального управления

Простейшая задача оптимального управления. Необходимое условие оптимальности по управлению и ее связь с необходимыми условиями оптимальности в задачах вариационного исчисления. Общая задача оптимального управления в понтрягинской форме. Необходимые условия оптимальности (принцип максимума Понтрягина). Задача оптимального управления в ляпуновской форме. Задача оптимального управления в понтрягинской форме, линейная по фазовым траекториям.

Тема 12. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления

Минимизирующая последовательность. Теорема о минимизирующей последовательности. Численные методы решения простейшей задачи вариационного исчисления. Методы Эйлера и Рунге построения минимизирующей последовательности. Сходимость метода Эйлера. Численные методы решения простейшей задачи оптимального управления. Непрерывный и дискретный подходы.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301).

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений".

Положение от 29 декабря 2018 г. № 0.1.1.67-08/328 "О порядке проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Положение № 0.1.1.67-06/241/15 от 14 декабря 2015 г. "О формировании фонда оценочных средств для проведения текущей, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Положение № 0.1.1.56-06/54/11 от 26 октября 2011 г. "Об электронных образовательных ресурсах федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Регламент № 0.1.1.67-06/66/16 от 30 марта 2016 г. "Разработки, регистрации, подготовки к использованию в учебном процессе и удаления электронных образовательных ресурсов в системе электронного обучения федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Регламент № 0.1.1.67-06/11/16 от 25 января 2016 г. "О балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Регламент № 0.1.1.67-06/91/13 от 21 июня 2013 г. "О порядке разработки и выпуска учебных изданий в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Федеральный портал Российское образование - <http://window.edu.ru/>

ЭБС "Znanium.com" - <http://znanium.com>

ЭБС "Лань" - <http://e.lanbook.com>

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

6.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы и форм контроля их освоения

Этап	Форма контроля	Оцениваемые компетенции	Темы (разделы) дисциплины
Семестр 6			
	Текущий контроль		
1	Устный опрос	ПК-2	1. Задачи безусловной гладкой оптимизации 2. Элементы выпуклого анализа 6. Численные методы решения экстремальных задач для функций одной переменной
2	Тестирование	ПК-2	3. Задачи выпуклого программирования 7. Численные методы решения задач безусловной оптимизации для функций многих переменных 8. Численные методы решения задач математического программирования
3	Контрольная работа	ПК-2	4. Задачи математического программирования 5. Задачи линейного программирования
	Экзамен	ПК-2	
Семестр 7			
	Текущий контроль		
1	Устный опрос	ПК-2	10. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой и сильной постановках. Связь двух постановок 11. Задачи оптимального управления 12. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления
2	Тестирование	ПК-2	10. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой и сильной постановках. Связь двух постановок 11. Задачи оптимального управления 12. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления
3	Контрольная работа	ПК-2	9. Задачи вариационного исчисления в слабой постановке
	Экзамен	ПК-2	

6.2 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Форма контроля	Критерии оценивания				Этап
	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неуд.	
Семестр 6					
Текущий контроль					
Устный опрос	В ответе качественно раскрыто содержание темы. Ответ хорошо структурирован. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован высокий уровень понимания материала. Превосходное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	Основные вопросы темы раскрыты. Структура ответа в целом адекватна теме. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован хороший уровень понимания материала. Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	Тема частично раскрыта. Ответ слабо структурирован. Понятийный аппарат освоен частично. Понимание отдельных положений из материала по теме. Удовлетворительное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	Тема не раскрыта. Понятийный аппарат освоен неудовлетворительно. Понимание материала фрагментарное или отсутствует. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	1
Тестирование	86% правильных ответов и более.	От 71% до 85 % правильных ответов.	От 56% до 70% правильных ответов.	55% правильных ответов и менее.	2
Контрольная работа	Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	3
Экзамен	Обучающийся обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой дисциплины, усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.	Обучающийся обнаружил полное знание учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные программой задания, усвоил основную литературу, рекомендованную программой дисциплины, показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.	Обучающийся обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой дисциплины, допустил погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.	Обучающийся обнаружил значительные пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий и не способен продолжить обучение или приступить по окончании университета к профессиональной деятельности без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.	

Форма контроля	Критерии оценивания				Этап
	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неуд.	
Семестр 7					
Текущий контроль					
Устный опрос	В ответе качественно раскрыто содержание темы. Ответ хорошо структурирован. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован высокий уровень понимания материала. Превосходное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	Основные вопросы темы раскрыты. Структура ответа в целом адекватна теме. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован хороший уровень понимания материала. Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	Тема частично раскрыта. Ответ слабо структурирован. Понятийный аппарат освоен частично. Понимание отдельных положений из материала по теме. Удовлетворительное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	Тема не раскрыта. Понятийный аппарат освоен неудовлетворительно. Понимание материала фрагментарное или отсутствует. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	1
Тестирование	86% правильных ответов и более.	От 71% до 85 % правильных ответов.	От 56% до 70% правильных ответов.	55% правильных ответов и менее.	2
Контрольная работа	Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	3
Экзамен	Обучающийся обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой дисциплины, усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.	Обучающийся обнаружил полное знание учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные программой задания, усвоил основную литературу, рекомендованную программой дисциплины, показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.	Обучающийся обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой дисциплины, допустил погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.	Обучающийся обнаружил значительные пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий и не способен продолжить обучение или приступить по окончании университета к профессиональной деятельности без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.	

6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Семестр 6

Текущий контроль

1. Устный опрос

Темы 1, 2, 6

1. Направление спуска. Достаточное условие для направления спуска
2. Необходимое условие локального экстремума
3. Необходимые условия локального минимума
4. Достаточные условия локального минимума
5. Выпуклые множества и их свойства
6. Выпуклые функции и их свойства
7. Методы деления пополам, золотого сечения и Фибоначчи нахождения точки локального минимума в экстремальной задаче для функции одной переменной
8. Метод ломаных нахождения точки глобального минимума в экстремальной задаче для функции одной переменной
9. Метод деления отрезка пополам решения гладкой задачи для функции одной переменной
10. Метод касательных решения гладкой экстремальной задачи для функции одной переменной

2. Тестирование

Темы 3, 7, 8

1. Субградиент функции в точке. Необходимые и достаточные условия существования субградиента
2. Задача выпуклого программирования. Связь точек локального и глобального минимума
3. Задача выпуклого программирования. Существование решения задачи
4. Задача выпуклого программирования. Единственность точки глобального минимума
5. Задача выпуклого программирования. Критерии оптимальности в терминах субградиента функции
6. Задача выпуклого программирования. Критерии оптимальности в терминах градиента функции
7. Задача безусловной оптимизации. Метод циклического покоординатного спуска
8. Задача безусловной оптимизации. Методы Хука-Дживса и Розенброка
9. Задача безусловной оптимизации. Градиентные методы, метод Ньютона и его модификации
10. Задача безусловной оптимизации. Квазиньютоновские методы. Методы сопряженных градиентов
11. Задачи математического программирования. Методы штрафных и барьерных функций. Методы проектирования на область. Методы возможных направлений

3. Контрольная работа

Темы 4, 5

1. Постановка общей задачи математического программирования.
2. Задача математического программирования. Необходимые условия оптимальности в терминах множеств
3. Задача математического программирования. Необходимые условия оптимальности в терминах градиента функции (теоремы Джона и Куна-Таккера)
4. Задача математического программирования. Достаточные условия оптимальности в терминах псевдовыпуклых и квазивыпуклых функций
5. Задача математического программирования. Необходимые и достаточные условия глобального минимума в терминах седловой точки
6. Общая задача линейного программирования и ее частные случаи
7. Двойственные задачи линейного программирования.
8. Каноническая задача линейного программирования. Угловая точка в канонической задаче. Теоремы об угловой точке
9. Каноническая задача линейного программирования. Свойство конечности алгоритма симплекс-метода для невырожденной и вырожденной задач линейного программирования
10. Каноническая задача линейного программирования. Существование угловой точки. Критерий разрешимости канонической задачи линейного программирования

Экзамен

Вопросы к экзамену:

1. Задачи безусловной оптимизации
 - 1) Направление спуска. Достаточное условие для направления спуска.
 - 2) Необходимые и достаточные условия оптимальности.
 - 3) Методы деления пополам и золотого сечения решения негладкой экстремальной задачи для функции одной переменной.
 - 4) Метод ломаных нахождения решения негладкой экстремальной задачи для функции одной переменной.
 - 5) Градиентные методы решения безусловной задачи для функции многих переменных.

- 6) Метод Ньютона и его модификации решения безусловной задачи для функции многих переменных.
- 7) Метод циклического покоординатного спуска, Хука-Дживса и Розенброка решения безусловной задачи для функции многих переменных.

2. Задачи выпуклого программирования

- 1) Выпуклые множества, выпуклые функции и их свойства.
- 2) Теоремы отделимости.
- 3) Субградиент функции. Необходимые и достаточные условия существования субградиента.
- 4) Теоремы о точке минимума.
- 5) Критерии оптимальности в терминах субградиента функции.
- 6) Критерии оптимальности в терминах градиента функции.

3. Задача математического программирования

- 1) Необходимые условия оптимальности в терминах градиента функции (теоремы Джона и Куна-Таккера).
- 2) Достаточные условия оптимальности в терминах псевдовыпуклых и квазивыпуклых функций.
- 3) Элементы теории двойственности для задач математического программирования. Слабая и сильная теоремы двойственности.
- 4) Седловая точка функции Лагранжа. Теоремы о седловой точке.
- 5) Методы штрафных и барьерных функций.
- 6) Методы проектирования на область.
- 7) Методы возможных направлений.

4. Задачи линейного программирования

- 1) Двойственные задачи линейного программирования.
- 2) Каноническая задача линейного программирования. Угловая точка в канонической задаче. Теоремы об угловой точке.
- 3) Свойство конечности алгоритма симплекс-метода для невырожденной и вырожденной задач линейного программирования.
- 4) Существование угловой точки. Критерий разрешимости канонической задачи линейного программирования.

Семестр 7

Текущий контроль

1. Устный опрос

Темы 10, 11, 12

1. Две постановки простейшей задачи вариационного исчисления и их связь
2. Простейшая задача вариационного исчисления в сильной постановке. Игольчатая вариация и ее свойства
3. Простейшая задача вариационного исчисления в сильной постановке. Необходимое условие Вейерштрасса сильного локального минимума
4. Простейшая задача вариационного исчисления в сильной постановке. Необходимое условие Лежандра сильного локального минимума
5. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой постановке. Необходимое условие Лежандра слабого локального минимума
6. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой постановке. Необходимое условие Якоби слабого локального минимума
7. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой постановке. Достаточные условия слабого локального

минимума

8. Постановка общей задачи оптимального управления в понтрягинской форме
9. Задача оптимального управления в понтрягинской форме. Принцип максимума Понтрягина
10. Простейшая задача оптимального управления. Необходимое условие оптимальности по управлению
11. Общая задача в бесконечномерном пространстве. Минимизирующая последовательность. Теорема о минимизирующей последовательности
12. Методы Эйлера и Ритца построения минимизирующей последовательности в простейшей задаче вариационного исчисления
13. Непрерывный и дискретный подходы в задачах оптимального управления

2. Тестирование

Темы 10, 11, 12

1. Две постановки простейшей задачи вариационного исчисления и их связь
2. Простейшая задача вариационного исчисления в сильной постановке. Игольчатая вариация и ее свойства
3. Простейшая задача вариационного исчисления в сильной постановке. Необходимое условие Вейерштрасса сильного локального минимума
4. Простейшая задача вариационного исчисления в сильной постановке. Необходимое условие Лежандра

сильного локального минимума

5. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой постановке. Необходимое условие Лежандра слабого локального минимума
6. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой постановке. Необходимое условие Якоби слабого локального минимума
7. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой постановке. Достаточные условия слабого локального

минимума

8. Постановка общей задачи оптимального управления в понтрягинской форме
9. Задача оптимального управления в понтрягинской форме. Принцип максимума Понтрягина
10. Простейшая задача оптимального управления. Необходимое условие оптимальности по управлению
11. Общая задача в бесконечномерном пространстве. Минимизирующая последовательность. Теорема о минимизирующей последовательности
12. Методы Эйлера и Ритца построения минимизирующей последовательности в простейшей задаче вариационного исчисления
13. Непрерывный и дискретный подходы в задачах оптимального управления

3. Контрольная работа

Тема 9

1. Простейшая задача.
2. Задача Больца.
3. Векторная задача Больца.
4. Простейшая изопериметрическая задача.
5. Задача с неполным закреплением кривой на концах.
6. Задача с нежестким закреплением кривой на концах.
7. Задача с дифференциальной связью.
8. Задача с подвижными концами.
9. Задача Лагранжа в понтрягинской форме.
10. Простейшая задача со старшими производными.

Экзамен

Вопросы к экзамену:

1. Вариация функционала. Формулы вариации для интегральных и дискретных функционалов.
2. Общая экстремальная задача в бесконечномерном пространстве. Необходимое условие оптимальности в терминах вариации.
3. Простейшая задача вариационного исчисления. Необходимое условие слабого локального экстремума.
4. Задача Больца. Необходимые условия слабого локального экстремума.
5. Простейшая изопериметрическая задача. Необходимое условие слабого локального экстремума.
6. Задача с подвижными концами. Необходимые условия слабого локального экстремума.
7. Задача с неполным закреплением кривой на концах. Необходимые условия слабого локального экстремума.
8. Задача с нежестким закреплением кривой на концах. Необходимые условия слабого локального экстремума.
9. Задача с дифференциальной связью. Необходимые условия слабого локального экстремума.
10. Задача Лагранжа в понтрягинской форме. Необходимые условия слабого экстремума.
11. Простейшая задача со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона.
12. Простейшая задача вариационного исчисления. Необходимое условие сильного экстремума.
13. Простейшая задача вариационного исчисления. Необходимое условие Вейерштрасса сильного локального минимума.
14. Простейшая задача вариационного исчисления. Необходимое условие Лежандра сильного локального минимума.
15. Простейшая задача вариационного исчисления. Необходимые условия слабого минимума: условия Лежандра и Якоби.
16. Простейшая задача вариационного исчисления. Достаточные условия слабого локального минимума.
17. Простейшая задача оптимального управления. Необходимое условие оптимальности по управлению.
18. Задача оптимального управления в понтрягинской форме. Принцип максимума Понтрягина.
19. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления
 - 1) Минимизирующая последовательность. Теорема о минимизирующей последовательности.
 - 2) Простейшая задача вариационного исчисления. Методы Эйлера и Ритца построения минимизирующей последовательности
 - 3) Задача оптимального управления. Непрерывный и дискретный подходы построения приближенных решений.

6.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

В КФУ действует балльно-рейтинговая система оценки знаний обучающихся. Суммарно по дисциплине (модулю) можно получить максимум 100 баллов за семестр, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов.

Для зачёта:

56 баллов и более - "зачтено".

55 баллов и менее - "не зачтено".

Для экзамена:

86 баллов и более - "отлично".

71-85 баллов - "хорошо".

56-70 баллов - "удовлетворительно".

55 баллов и менее - "неудовлетворительно".

Форма контроля	Процедура оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	Этап	Количество баллов
Семестр 6			
Текущий контроль			
Устный опрос	Устный опрос проводится на практических занятиях. Обучающиеся выступают с докладами, сообщениями, дополнениями, участвуют в дискуссии, отвечают на вопросы преподавателя. Оценивается уровень домашней подготовки по теме, способность системно и логично излагать материал, анализировать, формулировать собственную позицию, отвечать на дополнительные вопросы.	1	10
Тестирование	Тестирование проходит в письменной форме или с использованием компьютерных средств. Обучающийся получает определённое количество тестовых заданий. На выполнение выделяется фиксированное время в зависимости от количества заданий. Оценка выставляется в зависимости от процента правильно выполненных заданий.	2	15
Контрольная работа	Контрольная работа проводится в часы аудиторной работы. Обучающиеся получают задания для проверки усвоения пройденного материала. Работа выполняется в письменном виде и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.	3	25
Экзамен	Экзамен нацелен на комплексную проверку освоения дисциплины. Экзамен проводится в устной или письменной форме по билетам, в которых содержатся вопросы (задания) по всем темам курса. Обучающемуся даётся время на подготовку. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.		50
Семестр 7			
Текущий контроль			
Устный опрос	Устный опрос проводится на практических занятиях. Обучающиеся выступают с докладами, сообщениями, дополнениями, участвуют в дискуссии, отвечают на вопросы преподавателя. Оценивается уровень домашней подготовки по теме, способность системно и логично излагать материал, анализировать, формулировать собственную позицию, отвечать на дополнительные вопросы.	1	10
Тестирование	Тестирование проходит в письменной форме или с использованием компьютерных средств. Обучающийся получает определённое количество тестовых заданий. На выполнение выделяется фиксированное время в зависимости от количества заданий. Оценка выставляется в зависимости от процента правильно выполненных заданий.	2	15
Контрольная работа	Контрольная работа проводится в часы аудиторной работы. Обучающиеся получают задания для проверки усвоения пройденного материала. Работа выполняется в письменном виде и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.	3	25

Форма контроля	Процедура оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	Этап	Количество баллов
Экзамен	Экзамен нацелен на комплексную проверку освоения дисциплины. Экзамен проводится в устной или письменной форме по билетам, в которых содержатся вопросы (задания) по всем темам курса. Обучающемуся дается время на подготовку. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.		50

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

7.1 Основная литература:

1. Васильев, Ф.П. Методы оптимизации : учебное пособие / Ф.П. Васильев. - Москва : МЦНМО, [б. г.]. - Книга 1 - 2011. - 624 с. - ISBN 978-5-94057-707-2. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/9304> (дата обращения: 10.08.2019). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Васильев, Ф.П. Методы оптимизации : учебное пособие / Ф.П. Васильев. - Москва : МЦНМО, [б. г.]. - Книга 2 - 2011. - 434 с. - ISBN 978-5-94057-708-9. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/9305> (дата обращения: 10.08.2019). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Алексеев, В.М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи : учебное пособие / В.М. Алексеев, Э.М. Галеев, В.М. Тихомиров. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 256 с. - ISBN 978-5-9221-0590-3. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2097> (дата обращения: 10.08.2019). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Галеев, Э.М. Оптимальное управление : монография / Э.М. Галеев, М.И. Зеликин, С.В. Конягин. - Москва : МЦНМО, 2008. - 320 с. - ISBN 978-5-94057-367-8. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/9316> (дата обращения: 10.08.2019). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
5. Сухарев, А.Г. Курс методов оптимизации : учебное пособие / А.Г. Сухарев, А.В. Тимохов, В.В. Федоров. - 2-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 384 с. - ISBN 978-5-9221-0559-0. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2330> (дата обращения: 10.08.2019). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

7.2. Дополнительная литература:

1. Ашманов, С.А. Теория оптимизации в задачах и упражнениях : учебное пособие / С.А. Ашманов, А.В. Тимохов. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2012. - 448 с. - ISBN 978-5-8114-1366-9. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/3799> (дата обращения: 10.08.2019). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Ожегова, А.В. Вариационное исчисление: задачи, алгоритмы, примеры: учебно-методическое пособие / А. В. Ожегова, Р. Г. Насибуллин; М-во образования и науки Рос. Федерации, ФГАОУ ВПО 'Казан. (Приволж.) федер. ун-т', Ин-т математики и механики им. Н. И. Лобачевского . - Электронные данные (1 файл: 335 Кб) . - (Казань : Казанский федеральный университет, 2013). - Режим доступа: открытый. - Текст : электронный. - URL: http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05_039_000340.pdf (дата обращения: 10.08.2019)

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Федеральный портал Российское образование - <http://window.edu.ru/>

ЭБС "Znanium.com" - <http://znanium.com>

ЭБС "Лань" - <http://e.lanbook.com>

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	В ходе лекционных занятий вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие суть тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Желательно оставить в рабочих конспектах поля для пометок. Не следует стесняться задавать лектору вопросы, если какие-либо аспекты лекционного материала оказались непонятными.

Вид работ	Методические рекомендации
практические занятия	Работа на практических занятиях предполагает систематическую и планомерную подготовку к занятию. После лекции следует познакомиться с планом практических занятий и списком обязательной и дополнительной литературы, которую необходимо прочитать, изучить и законспектировать. Разъяснение по вопросам новой темы даются преподавателем в конце предыдущего практического занятия.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа требует, прежде всего, изучения рекомендуемых источников, их реферирования. Важным этапом в самостоятельной работе является повторение материала по конспекту лекции. Одна из главных составляющих внеаудиторной подготовки - работа с учебником. Она предполагает: внимательное прочтение, критическое осмысление содержания, обоснование собственной позиции по дискуссионным моментам, постановки интересных вопросов, которые могут стать предметом обсуждения на практике. При работе с терминами необходимо обращаться к словарям, в том числе доступным в Интернете, например, на сайте http://dic.academic.ru .
устный опрос	Для подготовки к устному опросу рекомендуется выделять в материале проблемные вопросы, затрагиваемые преподавателем в лекции, и группировать информацию вокруг них. Следует обращать особое внимание на литературу и источники, которые рекомендует преподаватель во время занятий, а также и на лекции преподавателя.
тестирование	При подготовке к тестированию нужно разобрать все темы практических занятий, выносимых преподавателем на контрольную работу. Также следует обращать особое внимание не только на основную и дополнительную литературу, но и на лекционный материал, а также использовать материалы, подготовленные для ответов на практических занятиях.
контрольная работа	При подготовке к контрольной работе нужно разобрать все темы практических занятий, выносимых преподавателем на контрольную работу. Также следует обращать особое внимание не только на основную и дополнительную литературу, но и на лекционный материал, а также использовать материалы, подготовленные для ответов на практических занятиях.
экзамен	При подготовке к экзамену необходимо тщательно проработать лекции. Следует также обратить внимание на основную и дополнительную литературу по темам, которые разбирались на практических занятиях в течение семестра. Ответ на экзамене предполагает полное и последовательное изложение изученного материала, а также демонстрацию способности и готовности применить полученные теоретические знания к предлагаемым практическим заданиям.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Освоение дисциплины "Вариационное исчисление и методы оптимизации" предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows Professional 7 Russian

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 2010 Professional Plus Russian

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Освоение дисциплины "Вариационное исчисление и методы оптимизации" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" и профилю подготовки "Математическое и компьютерное моделирование".