

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.

_____ 20__ г.

Программа дисциплины

Вероятностные модели и их статистическая идентификация Б1.В.ДВ.11

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Володин И.Н.

Рецензент(ы):

Тихонов О.Е.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Володин И.Н. кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики ,
igornvolodin@gmail.com

1. Цели освоения дисциплины

изучить методы решения задач оптимального статистического вывода;
ознакомить с классическими и современными концепциями гарантийного статистического вывода;
научить способам планирования статистических экспериментов;
дать представление о математических (теоретико-вероятностных) основаниях построения процедур проверки гипотез и оценивания параметров модели

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.11 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.04 Прикладная математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3 курсе, 6 семестр.

Курс "Вероятностные модели и их статистическая идентификация" входит в число курсов по выбору профессионального цикла подготовки бакалавра по направлению "Прикладная математика и информатика".

Изучению курса предшествует изучение базовых дисциплин "Линейная алгебра", "Математический анализ" и "Теория вероятностей и математическая статистика". В результате освоения предшествующих дисциплин студент должен:

знать:

основные понятия и методы линейной алгебры (решение систем линейных уравнений, обращение матриц, приведение квадратичных форм к главным осям, формирование базиса линейных пространств);

основные способы решения оптимизационных задач (метод Лагранжа), основные интегральные соотношения (интегралы Эйлера, Дирихле, Лапласа);

основные вероятностные законы (нормальный, Фишера, хи-квадрат), метод характеристических функций;

способы вычисления числовых характеристик случайных величин и случайных векторов
уметь:

производить алгебраические операции над матрицами и векторами;

решать линейные уравнения;

решать задачи на экстремум функций многих переменных;

использовать разложение в ряд Тейлора функцию многих переменных;

использовать основные алгебраические и тригонометрические тождества для преобразования алгебраических выражений;

находить распределение статистик и их основные характеристики (среднее значение, ковариация, корреляция);

владеть:

навыками использования математических справочников и таблиц;

приемами работы в основных пакетах прикладных программ ("Excel", "Mathematica").

Дисциплина читается на 3 курсе обучения.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

| Шифр компетенции | Расшифровка приобретаемой компетенции |
|---|--|
| ОПК-1 (профессиональные компетенции) | способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой |
| ОПК-2 (профессиональные компетенции) | способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии |
| ОПК-3 (профессиональные компетенции) | способность к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям |
| ПК-1 (профессиональные компетенции) | способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям |

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные принципы описания статистических структур;
основные способы построения оптимальных процедур статистического вывода (переход к достаточным статистикам, информационные неравенства, байесовские и минимаксные правила, процедуры с минимальной функцией риска);
основные принципы планирования экспериментов;
методы построения гарантийных статистических правил;
методы построения оптимальных планов для полиномиальной и тригонометрической регрессий

2. должен уметь:

применять методы построения оптимальных правил для обработки реальных числовых данных, учитывая границы применимости математической модели;
применять специализированные программные продукты для проведения вычислительных процедур дисперсионного анализа;
реализовывать процедуры дисперсионного анализа в рамках имеющихся средств обработки данных;
выбирать методику статистического исследования экспериментальных данных

3. должен владеть:

методами построения оптимальных процедур статистического вывода

4. должен демонстрировать способность и готовность:

способность и готовность применять на практике методы оптимального и гарантийного статистического вывода

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 6 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|----|---|---------|--------------------|---|------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| | | | | Лекции | Практи- ческие занятия | Лабора- торные работы | |
| 1. | Тема 1. Вероятностная модель биномиального распределения, обратный биномиальный выбор. | 6 | 1-3 | 6 | 0 | 0 | Письменное домашнее задание |
| 2. | Тема 2. Вероятностная модель пуассоновского распределения | 6 | 4-6 | 6 | 0 | 0 | Контрольная работа |
| 3. | Тема 3. Вероятностная модель показательного распределения | 6 | 7-9 | 6 | 0 | 0 | Письменное домашнее задание |
| 4. | Тема 4. Вероятностная модель нормального распределения | 6 | 10-12 | 6 | 0 | 0 | Научный доклад |
| 5. | Тема 5. Вероятностная модель старения и износа (гамма-распределение) | 6 | 13-15 | 6 | 0 | 0 | Контрольная работа |
| 6. | Тема 6. Вероятностные модели роста (логарифмически нормальное распределение, распределение Бирнбайма-Саундерса) | 6 | 16-18 | 6 | 0 | 0 | Коллоквиум |
| . | Тема . Итоговая форма контроля | 6 | | 0 | 0 | 0 | Экзамен |
| | Итого | | | 36 | 0 | 0 | |

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Вероятностная модель биномиального распределения, обратный биномиальный выбор.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Прямой биномиальный выбор. Обратный биномиальный выбор. Оценка параметров. Построение критериев. доверительные интервалы. Исследование точностных и надежностных свойств процедур статистического вывода.

Тема 2. Вероятностная модель пуассоновского распределения

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Теорема Пуассона. Радиоактивный распад. Оценка параметров. Построение критериев. доверительные интервалы. Исследование точностных и надежностных свойств процедур статистического вывода.

Тема 3. Вероятностная модель показательного распределения

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Модель "отсутствие последствие". Функциональное уравнение модели и его решение. Оценка параметров. Построение критериев. доверительные интервалы. Исследование точностных и надежностных свойств процедур статистического вывода.

Тема 4. Вероятностная модель нормального распределения

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Центральная предельная теорема и ее обобщения. Оценка параметров. Построение критериев. доверительные интервалы. Исследование точностных и надежностных свойств процедур статистического вывода.

Тема 5. Вероятностная модель старения и износа (гамма-распределение)

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Теория восстановления. Модель износа. Оценка параметров. Построение критериев. доверительные интервалы. Исследование точностных и надежностных свойств процедур статистического вывода.

Тема 6. Вероятностные модели роста (логарифмически нормальное распределение, распределение Бирнбайма-Саундерса)

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Вероятностные модели роста организмов и кристаллов. Распределение достигнутых размеров. Распределение момента достижения заданного размера. Оценка параметров. Построение критериев. доверительные интервалы. Исследование точностных и надежностных свойств процедур статистического вывода.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

| N | Раздел дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|--|---------|-----------------|---------------------------------------|------------------------|---------------------------------------|
| 1. | Тема 1. Вероятностная модель биномиального распределения, обратный биномиальный выбор. | 6 | 1-3 | подготовка домашнего задания | 0 | Письменное домашнее задание |

| N | Раздел дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|--|---------|-----------------|---------------------------------------|------------------------|---------------------------------------|
| | | | | подготовка домашнего задания | 3 | письменное домашнее задание |
| 2. | Тема 2. Вероятностная модель пуассоновского распределения | 6 | 4-6 | подготовка к контрольной работе | 0 | Контрольная работа |
| | | | | подготовка к контрольной работе | 3 | контрольная работа |
| 3. | Тема 3. Вероятностная модель показательного распределения | 6 | 7-9 | подготовка домашнего задания | 0 | Письменное домашнее задание |
| | | | | подготовка домашнего задания | 3 | письменное домашнее задание |

| N | Раздел дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|---|---------|-----------------|---------------------------------------|------------------------|---------------------------------------|
| 4. | Тема 4. Вероятностная модель нормального распределения | 6 | 10-12 | подготовка к контрольной работе | 1 | контрольная работа |
| | | | | подготовка к научному докладу | 0 | Научный доклад |
| | | | | подготовка к научному докладу | 2 | научный доклад |
| 5. | Тема 5. Вероятностная модель старения и износа (гамма-распределение) | 6 | 13-15 | подготовка к контрольной работе | 0 | Контрольная работа |
| | | | | подготовка к контрольной работе | 3 | контрольная работа |

| № | Раздел дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|---|---------|-----------------|---------------------------------------|------------------------|---------------------------------------|
| 6. | Тема 6. Вероятностные модели роста (логарифмически нормальное распределение, распределение Бирнбайма-Саундерса) | 6 | 16-18 | подготовка к коллоквиуму | 0 | Коллоквиум |
| | | | | подготовка к коллоквиуму | 3 | коллоквиум |
| | Итого | | | | 18 | |

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Часть материала теоретического характера преподается в виде лекций у доски или в виде презентаций на мультимедийном экране. Предполагается использование диалоговой формы ведения занятий с постановкой и решением проблемных задач, обсуждением дискуссионных моментов.

Некоторые разделы курса студенты изучают самостоятельно по указанным методическим материалам или по Интернет-источникам с последующим докладом в виде презентаций и дискуссией.

При проведении практических занятий, на которых теоретический материал применяется к конкретным данным, используются готовые статистические процедуры стандартных пакетов, а также предлагается студентам разработать самостоятельные вычислительные процедуры.

Перед каждым занятием, как лекционной, так и практической направленности проводится экспресс-опрос по пройденному теоретическому материалу.

В целях выработки навыков работы в коллективе и развития коммуникативных способностей, часть занятий, а также проработку новейших методов статистического вывода студенты выполняют, разбившись на творческие группы

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Вероятностная модель биномиального распределения, обратный биномиальный выбор.

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Оценка параметров. Построение критериев. Доверительные интервалы. Исследование точностных и надежностных свойств процедур статистического вывода. Найти распределение момента остановки в схеме обратного биномиального выбора. Прямой биномиальный выбор. Обратный биномиальный выбор. Доверительные интервалы.

Тема 2. Вероятностная модель пуассоновского распределения

Контрольная работа , примерные вопросы:

контрольная работа , примерные вопросы:

Радиоактивный распад. Оценка параметров. Построение критерия.

Тема 3. Вероятностная модель показательного распределения

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Оценка параметров. Построение критериев. доверительные интервалы. Построение РНМ критерия. Определение доверительной области. Модель "отсутствие последствие". Функциональное уравнение модели и его решение. Исследование точностных и надежностных свойств процедур статистического вывода.

Тема 4. Вероятностная модель нормального распределения

контрольная работа , примерные вопросы:

Необходимый объем выборки (НОВ) для оценки параметра с гарантированной точностью и надежностью. Как найти необходимый объем выборки? Определение границ продолжения наблюдений по заданным ограничениям на вероятности ошибок первого и второго рода.

Научный доклад , примерные вопросы:

научный доклад , примерные вопросы:

Двухступенчатая процедура Стейна для оценки среднего значения нормального распределения при неизвестном значении дисперсии. НОВ при гарантийном различении гипотез. Асимптотика НОВ при сближающихся альтернативах

Тема 5. Вероятностная модель старения и износа (гамма-распределение)

Контрольная работа , примерные вопросы:

контрольная работа , примерные вопросы:

Оценка параметров. Построение критериев. Доверительные интервалы.

Тема 6. Вероятностные модели роста (логарифмически нормальное распределение, распределение Бирнбайма-Саундерса)

Коллоквиум , примерные вопросы:

коллоквиум , примерные вопросы:

Вероятностные модели роста организмов и кристаллов. Распределение момента достижения заданного размера. Оценка параметров.

Итоговая форма контроля

экзамен (в 6 семестре)

Примерные вопросы к итоговой форме контроля

По первым трем разделам дисциплины проводится коллоквиум в виде опроса по пройденному материалу

Экзаменационная оценка по дисциплине (из расчета 100 баллов) складывается из текущей работы (50 баллов = 36 баллов за ответы на коллоквиумах + 14 баллов за подготовку док-лада по выбранной теме) и ответа на экзаменационный билет (50 баллов).

БИЛЕТЫ К ЭКЗАМЕНУ

Билет ♦ 1

1. Вероятностная модель биномиального распределения.

2. Обратный биномиальный выбор

Билет ♦ 2

1. Вероятностная модель пуассоновского распределения
2. Наиболее точные нижние доверительные границы для параметра распределения Пуассона.

Билет ♦ 3

1. Модель "отсутствие последствие".
2. Функциональное уравнение модели и его решение.

Билет ♦ 4

1. Вероятностная модель нормального распределения
2. Наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы при простой альтернативе.

Билет ♦ 5

1. Вероятностная модель старения и износа (гамма-распределение)
2. Принцип двойственности в построении доверительных множеств и проверке гипотез.

Билет ♦ 6

1. Вероятностная модель пуассоновского распределения
2. Проверка гипотезы о вероятности успеха в испытаниях Бернулли.

Билет ♦ 7

1. Как найти необходимый объем выборки?
2. Двухступенчатая процедура Стейна для оценки среднего значения нормального распределения при неизвестном значении дисперсии.

Билет ♦ 8

1. Вероятностная модель пуассоновского распределени.
2. Байесовская оценка при квадратичной функции потерь.

Билет ♦ 9

1. Вероятностная модель старения и износа (гамма-распределение)
2. Равномерно наиболее мощный критерий для распределений с монотонным отношением правдоподобия.

Билет ♦ 10

1. Вероятностная модель пуассоновского распределени
2. Несмещенность наиболее мощного критерия.

Билет ♦ 11

1. Несмещенная оценка с минимальным риском для надежности (показательное распределение долговечности).
2. Дать определение критерия, критической области, функции мощности, размера критерия, уровня значимости и критического уровня значимости.

Билет ♦ 12

1. Вероятностные модели роста (логарифмически нормальное распределение, распределение Бирнбайма-Саундерса)
2. Минимаксная оценка вероятности успеха в испытаниях Бернулли при нормированной квадратичной функции потерь.

Билет ♦ 13

1. Вероятностная модель старения и износа (гамма-распределение)
2. Равномерно наиболее точная нижняя доверительная граница для вероятности успеха в испытаниях Бернулли.

Билет ♦ 14

1. Вероятностная модель нормального распределения
2. Полная достаточная статистика для семейства биномиальных распределений.

Билет ♦ 15

1. Критерий, критическая функция, уровень значимости, функция мощности.
2. Метод построения несмещенных оценок с равномерно минимальным риском.

Билет ♦ 16

1. Вероятностные модели роста (логарифмически нормальное распределение, распределение Бирнбайма-Саундерса)
2. Максимальные инварианты и их роль при построении инвариантных критериев.

Билет ♦ 17

1. Вероятностная модель старения и износа (гамма-распределение)
2. Двухступенчатая процедура Стейна для построения доверительного интервала фиксированной ширины.

Билет ♦ 18

1. Распределение Бирнбаума-Саундерса.
2. Построение равномерно наиболее точных доверительных областей на основе РНМ критериев.

Билет ♦ 19

1. Вероятностные модели роста (логарифмически нормальное распределение, распределение Бирнбайма-Саундерса)
2. Лемма Неймана-Пирсона (необходимое условие наибольшей мощности критерия отношения правдоподобия).

Билет ♦ 20

1. Вероятностная модель нормального распределения .
2. Гарантийная оценка среднего.

Билет ♦ 21

1. Обратный биномиальный выбор.
2. Определение границ продолжения наблюдений в последовательном критерии отношения правдоподобия.

Билет ♦ 22

1. Вероятностная модель старения и износа (гамма-распределение)
2. Асимптотика необходимого объема выборки при различении сближающихся параметрических гипотез.

Билет ♦ 23

1. Вероятностная модель показательного распределения .
2. Равномерно наиболее мощный критерий для распределений с монотонным отношением правдоподобия.

Билет ♦ 24

1. Вероятностная модель нормального распределения
2. Методы построения несмещенных оценок с равномерно минимальным риском.

7.1. Основная литература:

1. Володин И.Н. Оптимальные статистические решения: учебное пособие. - Казань: Казанский университет, 2012. - 182 с. - Режим доступа: http://dspace.kpfu.ru/xmlui/bitstream/handle/net/22133/09_66%20_ds004.pdf
2. Бородин, А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Н. Бородин. -Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2011. - 256 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2026>

3. Свешников, А.А. Прикладные методы теории вероятностей [Электронный ресурс] : учебник / А.А. Свешников. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2012. - 480 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/3184>

7.2. Дополнительная литература:

1. Ширяев, А.Н. Вероятность-1 [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Н. Ширяев. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2007. - 552 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/9448>
2. Ширяев, А.Н. Вероятность-2 [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Н. Ширяев. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2007. - 416 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/9449>
3. Ширяев, А.Н. Задачи по теории вероятностей [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Н. Ширяев. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2006. - 416 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/9447>
4. Володин И.Н, Тихонов О. Е., Турилова Е. А. Математические основы вероятности [Текст: электронный ресурс] : [учебное пособие] / Володин И. Н., Тихонов О. Е., Турилова Е. А. ; Казан. гос. ун-т, Каф. мат. статистики .- Электронные данные (1 файл: 0,73 Мб) .- (Казань : Казанский федеральный университет, 2013) .- Загл. с экрана .- Для 5-го семестра .- Документ является электронной копией оригинала: Математические основы вероятности: [учебное пособие] / Володин И. Н., Тихонов О. Е., Турилова Е. А. -- Казань: [Казанский государственный университет], 2006. -- Фондодержатель Научная библиотека Казанского федерального университета .- Режим доступа: открытый. Оригинал копии: Математические основы вероятности : [учебное пособие] / Володин И. Н., Тихонов О. Е., Турилова Е. А. ; Казан. гос. ун-т, Каф. мат. статистики .- Казань : [Казанский государственный университет], 2006 .- 163 с. URL:http://libweb.kpfu.ru/ebooks/09_66%20_ds005.pdf
5. Королев, В.Ю. Математические основы теории риска [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Ю. Королев, В.Е. Бенинг, С.Я. Шоргин. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2011. - 620 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2742>

7.3. Интернет-ресурсы:

курс лекций - http://chaos.phys.msu.ru/loskutov/PDF/Lectures_time_series_analysis.pdf
Портал математических интернет ресурсов - <http://www.math.ru>
Портал математических интернет ресурсов - <http://www.allmath.com>
Примеры вычисления тестовых статистик - exponenta.ru
Сайт с материалами по естественно-научным дисциплинам - <http://en.endu.ru>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Вероятностные модели и их статистическая идентификация" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Аудитория с учебной доской и мелом

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Володин И.Н. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Тихонов О.Е. _____

"__" _____ 201__ г.