

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Набережночелнинский институт (филиал)  
Отделение информационных технологий и энергетических систем



Утверждаю

Первый заместитель директора  
НЧИ КФУ Симонова Л. А.



\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

## Программа дисциплины

Математический анализ Б1.О.07

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки:

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2019

**Автор(ы):** Углов А.Н.

**Рецензент(ы):** Габбасов Н.С.

### **СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Габбасов Н. С.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Учебно-методическая комиссия Высшей инженерной школы (Отделение информационных технологий и энергетических систем) (Набережночелнинский институт (филиал)):

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы высшего образования
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
  - 6.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы и форм контроля их освоения
  - 6.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания
  - 6.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы
  - 6.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций
7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
  - 7.1. Основная литература
  - 7.2. Дополнительная литература
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Углов А.Н. (Кафедра математики, Инженерно-строительное отделение), ANUglov@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Выпускник, освоивший дисциплину, должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности
ПК-2	Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат

Выпускник, освоивший дисциплину:

Должен знать:

- основные методы математического анализа;

- определения и свойства математических объектов в этой области;

- формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений;

Должен уметь:

- решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области математического анализа;

- обосновывать утверждения и факты;

Должен владеть:

- аппаратом математического анализа;

- навыками решения практических задач, его использующих;

Должен демонстрировать способность и готовность:

- применять результаты освоения дисциплины в профессиональной деятельности.

### 2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы высшего образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.О.07 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.02 "Прикладная математика и информатика ()" и относится к обязательным дисциплинам.

Осваивается на 1 курсе в 1, 2 семестрах.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 12 зачетных(ые) единиц(ы) на 432 часа(ов).

Контактная работа - 126 часа(ов), в том числе лекции - 54 часа(ов), практические занятия - 72 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 234 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 1 семестре; экзамен во 2 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Множества. Числовые множества. Функция одной переменной.	1	4	6	0	24
2.	Тема 2. Предел числовой последовательности. Предел и непрерывность функции одной переменной.	1	6	12	0	40
3.	Тема 3. Производные и дифференциалы функции одной переменной, их приложения.	1	4	10	0	32
4.	Тема 4. Исследование функций одной переменной с помощью производных, построение их графиков.	1	4	8	0	30
5.	Тема 5. Функция нескольких переменных, ее предел и непрерывность.	2	2	2	0	6
6.	Тема 6. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных, их приложения. Экстремумы функции нескольких переменных.	2	6	6	0	18
7.	Тема 7. Неопределённый интеграл.	2	6	6	0	18
8.	Тема 8. Определённый интеграл и его приложения. Несобственные интегралы.	2	6	6	0	18
9.	Тема 9. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы.	2	4	4	0	12
10.	Тема 10. Числовые ряды.	2	6	6	0	18
11.	Тема 11. Функциональные последовательности и ряды.	2	6	6	0	18
	Итого		54	72	0	234

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Множества. Числовые множества. Функция одной переменной.**

Предмет математического анализа. Логическая символика и её использование для краткой записи математических утверждений. Множества и операции над ними. Счётные и несчётные множества. Множества чисел. Действительные числа, модуль числа и его свойства. Числовые промежутки. Окрестность точки (конечной и бесконечной). Отображения множеств. Понятие о функции как однозначном отображении числовых множеств. Способы задания функции. Естественная область определения и график функции. Основные элементы поведения функции (ограниченность, чётность и нечётность, периодичность, монотонность). Основные элементарные функции. Гиперболические функции. Обратная функция. Сложная функция. Элементарные функции и их классификация. Построение графиков функций.

### **Тема 2. Предел числовой последовательности. Предел и непрерывность функции одной переменной.**

Понятие о числовой последовательности. Ограниченные, неограниченные, монотонные числовые последовательности. Предел последовательности. Сходящиеся и расходящиеся числовые последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Фундаментальная последовательность. Критерий Коши сходимости последовательности. Признак сходимости монотонной числовой последовательности. Число  $e$ . Определения предела функции в конечной точке и бесконечно удалённой точке. Односторонние пределы. Бесконечно большие и бесконечно малые функции, их свойства. Неопределённые выражения. Основные теоремы о пределах функций (об ограниченности функции; о связи с бесконечно малой функцией; арифметические свойства пределов; о пределе элементарной функции). Предельный переход в неравенствах. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции, их применение при вычислении пределов. Определения непрерывности функции в точке. Понятие непрерывности справа и слева. Непрерывность элементарных функций. Точки разрыва функции и их классификация. Непрерывность функции на множестве. Основные свойства функций, непрерывных на отрезке (об ограниченности функции, об обращении её в нуль, о наибольшем и наименьшем значениях функции). Понятие о равномерной непрерывности функции на множестве.

### **Тема 3. Производные и дифференциалы функции одной переменной, их приложения.**

Приращение функции. Определение производной и её геометрический смысл. Непосредственное нахождение производной. Таблица производных основных элементарных функций. Простейшие правила нахождения производной. Производная сложной функции. Логарифмическая производная. Производная степенно-показательной функции. Производная функции, заданной параметрически. Понятие дифференцируемости функции. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Применение первого дифференциала в приближённых вычислениях. Уравнения касательной и нормали к плоской кривой. Основные теоремы о дифференцируемых функциях: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Формулы Тейлора и Маклорена с остаточным членом в форме Лагранжа, их применение в приближённых вычислениях. Правило Лопиталя и его применение для раскрытия неопределённостей.

### **Тема 4. Исследование функций одной переменной с помощью производных, построение их графиков.**

Схема проведения полного исследования функции. Стационарные и критические точки функции. Возрастание и убывание функции, нахождение участков монотонности функции. Локальные экстремумы функции, условия их существования и нахождение. Наибольшее и наименьшее значения дифференцируемой функции на отрезке, их нахождение. Выпуклость и вогнутость функции. Точки перегиба, условия их существования и нахождение. Вертикальные и наклонные асимптоты графика функции, условия их существования и нахождение. Построение графика функции.

### **Тема 5. Функция нескольких переменных, ее предел и непрерывность.**

Понятия  $n$ -мерной точки,  $n$ -мерного арифметического пространства  $R^n$ . Множества точек в  $R^n$ . Окрестность точки. Классификация точек. Понятие функции двух, трёх,  $n$  переменных. Область определения и график функции. Линии уровня. Полное и частные приращения функции. Понятия предела и непрерывности ФНП. Свойства ФНП, непрерывных в ограниченной и замкнутой области.

### **Тема 6. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных, их приложения. Экстремумы функции нескольких переменных.**

Частные производные первого и высших порядков, их нахождение. Независимость смешанных производных от порядка дифференцирования. Понятие дифференцируемости ФНП в точке, условия дифференцируемости. Полные дифференциалы ФНП первого и высших порядков. Частные производные ФНП, заданных неявно. Производная сложной ФНП. Производная по направлению и градиент ФНП, взаимосвязь между ними. Применение первого дифференциала в приближённых вычислениях. Уравнение касательной плоскости и нормали к ней. Стационарные и критические точки. Локальный безусловный экстремум ФНП, необходимое и достаточное условия его существования и нахождение. Условный экстремум. Метод неопределённых множителей Лагранжа. Наибольшее и наименьшее значения дифференцируемой ФНП в ограниченной замкнутой области, их нахождение. Понятие о методе наименьших квадратов.

### **Тема 7. Неопределённый интеграл.**

Первообразная функции и её основные свойства. Неопределённый интеграл, условия его существования и основные свойства. Таблица основных неопределённых интегралов. Непосредственное интегрирование. Интегрирование заменой переменной и по частям. Интегрирование функций, содержащих квадратный трёхчлен. Неправильные и правильные рациональные дроби. Разложение правильной дроби на простые дроби. Интегрирование простых, правильных и неправильных рациональных дробей. Интегрирование тригонометрических и иррациональных выражений.

### **Тема 8. Определённый интеграл и его приложения. Несобственные интегралы.**

Определённый интеграл, условия его существования, геометрический смысл и свойства. Оценка интеграла и формула среднего значения. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Формулы замены переменной и интегрирования по частям в определённом интеграле. Приближённое вычисление определённых интегралов по квадратурным формулам (прямоугольников, трапеций, Симпсона). Применение определённого интеграла для вычисления геометрических (площадей плоских фигур, длин дуг кривых, объёмов тел) и физических величин. Несобственные интегралы по бесконечному промежутку интегрирования и от неограниченной функции, их сходимости и расходимость.

#### **Тема 9. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы.**

Двойной интеграл, условия его существования и основные свойства. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному интегралу. Двойной интеграл в полярных координатах. Понятие тройного интеграла. Геометрические (площадь плоской фигуры, объёма тела) и физические приложения кратных интегралов. Криволинейные интегралы первого и второго рода: определение, свойства, вычисление, приложения. Формула Грина. Понятие поверхностных интегралов первого и второго рода.

#### **Тема 10. Числовые ряды.**

Понятие числового ряда. Частичная сумма и остаток ряда. Сумма ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды, их свойства. Необходимый признак сходимости ряда. Достаточный признак расходимости ряда. Ряд геометрической прогрессии и обобщённый гармонический ряд, условия их сходимости и расходимости. Признаки сходимости рядов с положительными членами (сравнения, Даламбера и Коши). Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Оценка остатка знакопеременного ряда. Абсолютно и условно сходящиеся ряды, их свойства.

#### **Тема 11. Функциональные последовательности и ряды.**

Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Сумма и сходимости функционального ряда. Абсолютно сходящиеся функциональные ряды. Понятие равномерной сходимости функционального ряда. Степенной ряд. Признак Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Область сходимости степенного ряда и её нахождение. Свойства степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в ряд Тейлора и Маклорена. Применение степенных рядов в приближённых вычислениях. Тригонометрический ряд. Ряд Фурье. Разложение функций в ряд Фурье. Признак Дирихле. Ряды Фурье для чётных и нечётных функций.

### **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301).

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений".

Положение от 29 декабря 2018 г. № 0.1.1.67-08/328 "О порядке проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Положение № 0.1.1.67-06/241/15 от 14 декабря 2015 г. "О формировании фонда оценочных средств для проведения текущей, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Положение № 0.1.1.56-06/54/11 от 26 октября 2011 г. "Об электронных образовательных ресурсах федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Регламент № 0.1.1.67-06/66/16 от 30 марта 2016 г. "Разработки, регистрации, подготовки к использованию в учебном процессе и удаления электронных образовательных ресурсов в системе электронного обучения федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Регламент № 0.1.1.67-06/11/16 от 25 января 2016 г. "О балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".



Регламент № 0.1.1.67-06/91/13 от 21 июня 2013 г. "О порядке разработки и выпуска учебных изданий в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

ЭОР "Математический анализ" - <http://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=2063>

## 6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

### 6.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы и форм контроля их освоения

Этап	Форма контроля	Оцениваемые компетенции	Темы (разделы) дисциплины
<b>Семестр 1</b>			
	<i>Текущий контроль</i>		
1	Контрольная работа	ОПК-1 , ПК-2	1. Множества. Числовые множества. Функция одной переменной. 2. Предел числовой последовательности. Предел и непрерывность функции одной переменной. 3. Производные и дифференциалы функции одной переменной, их приложения.
2	Письменное домашнее задание	ОПК-1 , ПК-2	1. Множества. Числовые множества. Функция одной переменной. 2. Предел числовой последовательности. Предел и непрерывность функции одной переменной. 3. Производные и дифференциалы функции одной переменной, их приложения. 4. Исследование функций одной переменной с помощью производных, построение их графиков.
3	Устный опрос	ОПК-1 , ПК-2	1. Множества. Числовые множества. Функция одной переменной. 2. Предел числовой последовательности. Предел и непрерывность функции одной переменной. 3. Производные и дифференциалы функции одной переменной, их приложения. 4. Исследование функций одной переменной с помощью производных, построение их графиков.
	<b>Экзамен</b>	ОПК-1, ПК-2	
<b>Семестр 2</b>			
	<i>Текущий контроль</i>		
1	Контрольная работа	ОПК-1 , ПК-2	5. Функция нескольких переменных, ее предел и непрерывность. 6. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных, их приложения. Экстремумы функции нескольких переменных. 7. Неопределённый интеграл. 8. Определённый интеграл и его приложения. Несобственные интегралы. 9. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы.
2	Письменное домашнее задание	ОПК-1 , ПК-2	5. Функция нескольких переменных, ее предел и непрерывность. 6. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных, их приложения. Экстремумы функции нескольких переменных. 7. Неопределённый интеграл. 8. Определённый интеграл и его приложения. Несобственные интегралы. 9. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. 10. Числовые ряды. 11. Функциональные последовательности и ряды.

Этап	Форма контроля	Оцениваемые компетенции	Темы (разделы) дисциплины
3	Устный опрос	ОПК-1, ПК-2	5. Функция нескольких переменных, ее предел и непрерывность. 6. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных, их приложения. Экстремумы функции нескольких переменных. 7. Неопределённый интеграл. 8. Определённый интеграл и его приложения. Несобственные интегралы. 9. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. 10. Числовые ряды. 11. Функциональные последовательности и ряды.
	<b>Экзамен</b>	ОПК-1, ПК-2	

## 6.2 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Форма контроля	Критерии оценивания				Этап
	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неуд.	
<b>Семестр 1</b>					
<b>Текущий контроль</b>					
Контрольная работа	Правильно выполнены все задания. Продemonстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продemonстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продemonстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены менее чем наполовину. Продemonстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	1
Письменное домашнее задание	Правильно выполнены все задания. Продemonстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продemonстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продemonстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены менее чем наполовину. Продemonстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	2
Устный опрос	В ответе качественно раскрыто содержание темы. Ответ хорошо структурирован. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продemonстрирован высокий уровень понимания материала. Превосходное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	Основные вопросы темы раскрыты. Структура ответа в целом адекватна теме. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продemonстрирован хороший уровень понимания материала. Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	Тема частично раскрыта. Ответ слабо структурирован. Понятийный аппарат освоен частично. Понимание отдельных положений из материала по теме. Удовлетворительное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	Тема не раскрыта. Понятийный аппарат освоен неудовлетворительно. Понимание материала фрагментарное или отсутствует. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	3



Форма контроля	Критерии оценивания				Этап
	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неуд.	
<b>Экзамен</b>	Обучающийся обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой дисциплины, усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.	Обучающийся обнаружил полное знание учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные программой задания, усвоил основную литературу, рекомендованную программой дисциплины, показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.	Обучающийся обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой дисциплины, допустил погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.	Обучающийся обнаружил значительные пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий и не способен продолжить обучение или приступить по окончании университета к профессиональной деятельности без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.	
<b>Семестр 2</b>					
<b>Текущий контроль</b>					
Контрольная работа	Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	1
Письменное домашнее задание	Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	2

Форма контроля	Критерии оценивания				Этап
	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неуд.	
Устный опрос	В ответе качественно раскрыто содержание темы. Ответ хорошо структурирован. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован высокий уровень понимания материала. Превосходное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	Основные вопросы темы раскрыты. Структура ответа в целом адекватна теме. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован хороший уровень понимания материала. Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	Тема частично раскрыта. Ответ слабо структурирован. Понятийный аппарат освоен частично. Понимание отдельных положений из материала по теме. Удовлетворительное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	Тема не раскрыта. Понятийный аппарат освоен неудовлетворительно. Понимание материала фрагментарное или отсутствует. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	3
<b>Экзамен</b>	Обучающийся обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой дисциплины, усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.	Обучающийся обнаружил полное знание учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные программой задания, усвоил основную литературу, рекомендованную программой дисциплины, показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.	Обучающийся обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой дисциплины, допустил погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.	Обучающийся обнаружил значительные пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий и не способен продолжить обучение или приступить по окончании университета к профессиональной деятельности без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.	

**6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**Семестр 1**

**Текущий контроль**

**1. Контрольная работа**

Темы 1, 2, 3

Содержание аудиторной контрольной работы:

- 1) область определения функции;
- 2) чётность и нечётность функции; элементы поведения (чётность, нечётность, периодичность, монотонность, ограниченность) основных элементарных функций;
- 3) вычисление пределов рациональных выражений и иррациональных выражений;
- 4) вычисление пределов тригонометрических выражений; степенно-показательных функций; выражений с факториалом;
- 5) построение графиков функций; непрерывность функции; точки разрыва функции, их нахождение и установление характера разрыва;
- 6) простейшие методы нахождения производной явной функции;
- 7) производная сложной функции;

- 8) логарифмическое дифференцирование; производная функции, заданной параметрически;  
9) теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши; формулы Тейлора и Маклорена;  
10) уравнения касательной и нормали к плоской кривой; правило Лопиталю.

## 2. Письменное домашнее задание

Темы 1, 2, 3, 4

Примерные задания:

Тема 1. Множества и операции над ними; счётные и несчётные множества; множества чисел; естественная область определения и график функции; основные элементы поведения функции (ограниченность, чётность и нечётность, периодичность, монотонность); основные элементарные функции; обратная функция; сложная функция; элементарные функции и их классификация; построение графиков функций.

Тема 2. Числовая последовательность; предел последовательности; признак сходимости монотонной последовательности; число  $e$ ; определения предела функции в конечной и бесконечно удалённой точках; бесконечно большие и бесконечно малые функции; неопределённые выражения; основные теоремы о пределах функций (об ограниченности функции; о связи с бесконечно малой функцией; арифметические свойства пределов; о пределе элементарной функции); предельный переход в неравенствах; первый и второй замечательные пределы; эквивалентные бесконечно малые функции; определения непрерывности функции в точке; непрерывность элементарных функций; точки разрыва функции и их классификация; непрерывность функции на множестве; основные свойства функций, непрерывных на отрезке (об ограниченности функции, об обращении её в нуль, о наибольшем и наименьшем значениях функции).

Тема 3. Определение производной и её геометрический смысл; таблица производных основных элементарных функций; простейшие правила нахождения производной; производная сложной функции; логарифмическая производная; производная степенно-показательной функции; производная функции, заданной параметрически; дифференциал функции; производные и дифференциалы высших порядков; формула Лейбница; теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши; формулы Тейлора и Маклорена; применение первого дифференциала в приближённых вычислениях; уравнения касательной и нормали к плоской кривой; правило Лопиталю и его применение для раскрытия неопределённостей.

Тема 4. Схема проведения полного исследования функции; стационарные и критические точки функции; нахождение участков монотонности функции; локальные экстремумы функции, их нахождение; наибольшее и наименьшее значения дифференцируемой функции на отрезке, их нахождение; выпуклость и вогнутость функции; точки перегиба, их нахождение; вертикальные и наклонные асимптоты графика функции, их нахождение; построение графика функции.

## 3. Устный опрос

Темы 1, 2, 3, 4

Примерные вопросы:

Тема 1. Множества и операции над ними; счётные и несчётные множества; множества чисел; естественная область определения и график функции; основные элементы поведения функции (ограниченность, чётность и нечётность, периодичность, монотонность); основные элементарные функции; обратная функция; сложная функция; элементарные функции и их классификация; построение графиков функций.

Тема 2. Числовая последовательность; предел последовательности; признак сходимости монотонной последовательности; число  $e$ ; определения предела функции в конечной и бесконечно удалённой точках; бесконечно большие и бесконечно малые функции; неопределённые выражения; основные теоремы о пределах функций (об ограниченности функции; о связи с бесконечно малой функцией; арифметические свойства пределов; о пределе элементарной функции); предельный переход в неравенствах; первый и второй замечательные пределы; эквивалентные бесконечно малые функции; определения непрерывности функции в точке; непрерывность элементарных функций; точки разрыва функции и их классификация; непрерывность функции на множестве; основные свойства функций, непрерывных на отрезке (об ограниченности функции, об обращении её в нуль, о наибольшем и наименьшем значениях функции).

Тема 3. Определение производной и её геометрический смысл; таблица производных основных элементарных функций; простейшие правила нахождения производной; производная сложной функции; логарифмическая производная; производная степенно-показательной функции; производная функции, заданной параметрически; дифференциал функции; производные и дифференциалы высших порядков; формула Лейбница; теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши; формулы Тейлора и Маклорена; применение первого дифференциала в приближённых вычислениях; уравнения касательной и нормали к плоской кривой; правило Лопиталю и его применение для раскрытия неопределённостей.

Тема 4. Схема проведения полного исследования функции; стационарные и критические точки функции; нахождение участков монотонности функции; локальные экстремумы функции, их нахождение; наибольшее и наименьшее значения дифференцируемой функции на отрезке, их нахождение; выпуклость и вогнутость функции; точки перегиба, их нахождение; вертикальные и наклонные асимптоты графика функции, их нахождение; построение графика функции.

## Экзамен

Вопросы к экзамену:

1. Понятие множества. Подмножество. Универсальное множество. Основные способы задания множеств. Равенство и эквивалентность множеств.
2. Пересечение, объединение и разность множеств. Дополнение множества. Диаграммы Эйлера-Венна. Декартово произведение множеств.
3. Множества чисел. Счётные и несчётные множества.

4. Множество действительных чисел, его геометрическая интерпретация и свойства. Модуль действительного числа и его свойства.
5. Числовые множества. Числовые промежутки. Окрестность конечной точки и бесконечно удалённой точки.
6. Функция: определение, основные способы задания. Естественная область определения функции. Явная, неявная и параметрическая формы аналитического задания функции. График функции.
7. Основные элементы поведения функции (чётность, нечётность, периодичность, ограниченность, монотонность).
8. Основные элементарные функции (степенные, тригонометрические, обратные тригонометрические, показательная, логарифмическая), их свойства и графики.
9. Взаимно-однозначная функция. Обратная функция. Сложная функция. Элементарные функции и их классификация.
10. Построение графиков: элементарных функций путём преобразований известных графиков; функций, содержащих знак абсолютной величины; функций, задаваемых несколькими аналитическими выражениями.
11. Простейшие элементарные функции: линейная, квадратичная, дробно-линейная, их свойства и графики.
12. Гиперболические функции, их свойства и графики.
13. Понятие числовой последовательности, арифметические операции над ними. Ограниченные и неограниченные, монотонные последовательности.
14. Бесконечно малые и большие числовые последовательности, их основные свойства.
15. Определение предела числовой последовательности. Сходящиеся и расходящиеся числовые последовательности. Основные свойства сходящихся последовательностей.
16. Фундаментальная последовательность. Критерий Коши сходимости числовой последовательности.
17. Признак сходимости монотонной числовой последовательности. Число  $e$ .
18. Определения предела функции в конечной точке и на бесконечности. Односторонние пределы. Необходимое и достаточное условия существования предела функции в конечной точке.
19. Бесконечно малые функции, их основные свойства. Примеры бесконечно малых функций. Сравнение бесконечно малых функций.
20. Бесконечно большие функции, их основные свойства и взаимосвязь с бесконечно малыми функциями. Примеры бесконечно больших функций.
21. Функции, ограниченные на множестве и в окрестности точки. Теорема об ограниченности функции, имеющей конечный предел.
22. Теорема о взаимосвязи функции, имеющей конечный предел, с бесконечно малой функцией.
23. Теорема о пределах арифметических операций над функциями, имеющими конечный предел.
24. Предел элементарной функции. Предельный переход в неравенствах.
25. Первый замечательный предел, его следствия и применение при вычислении пределов.
26. Второй замечательный предел, его следствия и применение при вычислении пределов.
27. Эквивалентные бесконечно малые функции, их основные свойства и применение при вычислении пределов.
28. Определения непрерывности функции в точке. Понятие непрерывности справа и слева. Необходимое и достаточное условия непрерывности функции в точке. Непрерывность элементарных функций.
29. Понятие непрерывности на отрезке. Свойства непрерывных на отрезке функций (об ограниченности функции, об обращении функции в нуль, о промежуточных значениях, о наибольшем и наименьшем значениях функции).
30. Точки разрыва функции, их классификация и нахождение.
31. Приращение функции. Определение производной. Правая и левая производные. Необходимое и достаточное условия существования конечной производной в точке.
32. Геометрический смысл производной. Касательная и нормаль к кривой в данной точке, их уравнения.
33. Понятие дифференцируемости функции в точке. Взаимосвязь понятий: дифференцируемость в точке, непрерывность в точке, существование в точке конечной производной.
34. Непосредственное нахождение производной.
35. Простейшие правила нахождения производной (постоянной, суммы, разности, произведения и частного функций).
36. Производная обратной функции.
37. Производная сложной функции.
38. Логарифмическая производная, её применение для нахождения производной степенно-показательной функции. Производные функций, заданных параметрически.
39. Дифференциал функции. Простейшие правила нахождения дифференциалов (постоянной, суммы, разности, произведения и частного функций). Применение дифференциала в приближённых вычислениях.
40. Производные и дифференциалы высших порядков, их нахождение. Формула Лейбница.
41. Теорема Ферма. Геометрический смысл теоремы.
42. Теорема Ролля. Геометрический смысл теоремы.
43. Теорема Лагранжа. Геометрический смысл теоремы. Формула конечных приращений Лагранжа.
44. Теорема Коши.
45. Правило Лопиталя и его применение для раскрытия неопределённостей.
46. Достаточный признак монотонности функции. Стационарные и критические точки функции. Нахождение интервалов монотонности функции.



47. Точки локального экстремума (максимума и минимума) и локальные экстремумы функции. Необходимое и достаточные условия существования локального экстремума функции.

48. Глобальные экстремумы (наибольшее и наименьшее значения) функции на отрезке, их нахождение для дифференцируемой функции.

49. Понятия выпуклости и вогнутости функции. Достаточный признак выпуклости (вогнутости) функции на интервале. Нахождение интервалов выпуклости и вогнутости функции. Точка перегиба графика функции, условия её существования и нахождение.

50. Понятие асимптоты графика функции. Вертикальные и наклонные асимптоты, условия их существования и нахождение.

## **Семестр 2**

### **Текущий контроль**

#### **1. Контрольная работа**

Темы 5, 6, 7, 8, 9

Содержание аудиторной контрольной работы:

- 1) нахождение неопределённого интеграла непосредственным интегрированием;
- 2) нахождение неопределённого интеграла заменой переменной;
- 3) интегрирование по частям в неопределённом интеграле;
- 4) интегрирование рациональных дробей;
- 5) интегрирование тригонометрических, иррациональных выражений;
- 6) вычисление определённого интеграла;
- 7) несобственные интегралы, установление их сходимости (расходимости);
- 8) приложения определённого интеграла (вычисление площадей плоских фигур, длин дуг кривых, объёмов тел вращения);
- 9) вычисление повторных и двойных интегралов;
- 10) вычисление и приложения двойных интегралов, вычисление криволинейных интегралов.

#### **2. Письменное домашнее задание**

Темы 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11

Примерные задания:

Тема 5. Область определения, график, линии уровня, полное и частные приращения функции двух переменных; предел и непрерывность ФНП; свойства ФНП, непрерывных в ограниченной и замкнутой области.

Тема 6. Частные производные первого и высших порядков; полные дифференциалы ФНП первого и высших порядков; частные производные ФНП, заданных неявно; производная сложной ФНП; производная по направлению и градиент ФНП, взаимосвязь между ними; применение первого дифференциала в приближённых вычислениях; уравнение касательной плоскости и нормали к ней; стационарные и критические точки; локальный безусловный экстремум ФНП, его нахождение; условный экстремум; метод неопределённых множителей Лагранжа; наибольшее и наименьшее значения дифференцируемой ФНП в ограниченной замкнутой области, их нахождение.

Тема 7. Первообразная функции и её нахождение; таблица основных неопределённых интегралов; непосредственное интегрирование; интегрирование заменой переменной и по частям; интегрирование функций, содержащих квадратный трёхчлен; неправильные и правильные рациональные дроби; разложение правильной дроби на простые дроби; интегрирование простых, правильных и неправильных рациональных дробей; интегрирование тригонометрических и иррациональных выражений.

Тема 8. Определённый интеграл, геометрический смысл и свойства; оценка интеграла и формула среднего значения; формула Ньютона-Лейбница; формулы замены переменной и интегрирования по частям в определённом интеграле; приближённое вычисление определённых интегралов по квадратурным формулам (прямоугольников, трапеций, Симпсона); применение определённого интеграла для вычисления геометрических (площадей плоских фигур, длин дуг кривых, объёмов тел) и физических величин; несобственные интегралы по бесконечному промежутку интегрирования и от неограниченной функции, их сходимости и расходимость.

Тема 9. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному; двойной интеграл в полярных координатах; вычисление площади плоской фигуры и объёма тела с помощью двойного интеграла; вычисление криволинейных интегралов первого и второго рода.

Тема 10. Сумма числового ряда; сходящиеся и расходящиеся ряды; необходимый признак сходимости ряда; достаточный признак расходимости ряда; ряд геометрической прогрессии и обобщённый гармонический ряд, условия их сходимости и расходимости; признаки сходимости рядов с положительными членами (сравнения, Даламбера и Коши); знакочередующиеся ряды; признак Лейбница; абсолютно и условно сходящиеся ряды.

Тема 11. Функциональный ряд и область его сходимости; степенной ряд; интервал и радиус сходимости степенного ряда; область сходимости степенного ряда; ряды Тейлора и Маклорена; разложение функций в ряд Тейлора и Маклорена; тригонометрический ряд; ряд Фурье; разложение функций в ряд Фурье; ряды Фурье для чётных и нечётных функций.

#### **3. Устный опрос**

Темы 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11

Примерные вопросы:

Тема 5. Понятия  $n$ - мерной точки,  $n$ - мерного арифметического пространства  $R^n$ ; множества точек в  $R^n$ ; окрестность точки; классификация точек; понятие функции двух, трёх,  $n$  переменных; область определения и график функции; линии уровня; полное и частные приращения функции; предел и не-прерывность ФНП; свойства ФНП, непрерывных в ограниченной и замкнутой области.

Тема 6. Частные производные первого и высших порядков; понятие дифференцируемости ФНП в точке; полные дифференциалы ФНП первого и высших порядков; частные производные ФНП, заданных неявно; производная сложной ФНП; производная по направлению и градиент ФНП, взаимосвязь между ними; применение первого дифференциала в приближённых вычислениях; уравнение касательной плоскости и нормали к ней; стационарные и критические точки; локальный безусловный экстремум ФНП, его нахождение; условный экстремум; метод неопределённых множителей Лагранжа; наибольшее и наименьшее значения дифференцируемой ФНП в ограниченной замкнутой области, их нахождение.

Тема 7. Первообразная функции и её основные свойства; неопределённый интеграл, условия его существования и основные свойства; таблица основных неопределённых интегралов; непосредственное интегрирование; интегрирование заменой переменной и по частям; интегрирование функций, содержащих квадратный трёхчлен; неправильные и правильные рациональные дроби; разложение правильной дроби на простые дроби; интегрирование простых, правильных и неправильных рациональных дробей; интегрирование тригонометрических и иррациональных выражений.

Тема 8. Определённый интеграл, условия его существования, геометрический смысл и свойства; оценка интеграла и формула среднего значения; формула Ньютона-Лейбница; формулы замены переменной и интегрирования по частям в определённом интеграле; приближённое вычисление определённых интегралов по квадратурным формулам (прямоугольников, трапеций, Симпсона); применение определённого интеграла для вычисления геометрических (площадей плоских фигур, длин дуг кривых, объёмов тел) и физических величин; несобственные интегралы по бес-конечному промежутку интегрирования и от неограниченной функции, их сходимость и расходимость.

Тема 9. Двойной интеграл, условия его существования и основные свойства; вычисление двойного интеграла сведением к повторному; двойной интеграл в полярных координатах; вычисление площади плоской фигуры и объёма тела с помощью двойного интеграла; вычисление криволинейных интегралов первого и второго рода.

Тема 10. Понятие числового ряда; частичная сумма и остаток ряда; сумма ряда; сходящиеся и расходящиеся ряды; необходимый признак сходимости ряда; достаточный признак расходимости ряда; ряд геометрической прогрессии и обобщённый гармонический ряд, условия их сходимости и расходимости; признаки сходимости рядов с положительными членами (сравнения, Даламбера и Коши); знакочередующиеся ряды; признак Лейбница; абсолютно и условно сходящиеся ряды.

Тема 11. Понятие функционального ряда; степенной ряд; интервал и радиус сходимости степенного ряда; область сходимости степенного ряда; ряды Тейлора и Маклорена; разложение функций в ряд Тейлора и Маклорена; тригонометрический ряд; ряд Фурье; разложение функций в ряд Фурье; ряды Фурье для чётных и нечётных функций.

### Экзамен

Вопросы к экзамену:

1.  $N$ -мерная точка,  $n$ -мерное арифметическое пространство  $R^n$ . Расстояние в  $R^n$ .  $N$ -мерный шар. Окрестность точки в  $R^n$ . Классификация точек (предельные, внутренние, граничные).
2. Множества точек в  $R^n$  (открытые, замкнутые, ограниченные, связные, выпуклые).
3. Понятие функции 2-х переменных, 3-х,  $n$ -переменных. Естественная область определения ФНП, график функции 2-х переменных, линии и поверхности уровня.
4. Частные и полное приращения ФНП. Понятия предела и непрерывности ФНП. Свойства функций нескольких переменных непрерывных в ограниченной и замкнутой области.
5. Частные производные первого и высших порядков, их нахождение. Теорема о равенстве смешанных производных в данной точке.
6. Понятие дифференцируемости ФНП в точке, необходимое и достаточное условия дифференцируемости. Взаимосвязь понятий: дифференцируемость ФНП в точке, непрерывность в точке, существование в точке конечных частных производных.
7. Уравнение касательной плоскости и нормали к ней.
8. Дифференциалы ФНП первого и высших порядков, их нахождение. Применение первого дифференциала в приближённых вычислениях.
9. Производная сложной ФНП. Производная по направлению и градиент ФНП, взаимосвязь между ними.
10. Неявная функция нескольких переменных, условия её существования и дифференцирование.
11. Точки локального экстремума (максимума и минимума) и локальные экстремумы ФНП. Стационарные точки ФНП. Необходимое и достаточное условия локального экстремума ФНП.
12. Условный экстремум ФНП. Функция Лагранжа. Нахождение условного экстремума методом неопределённых множителей Лагранжа.
13. Глобальные экстремумы (наибольшее и наименьшее значения) функции нескольких переменных в ограниченной замкнутой области, их нахождение для дифференцируемой функции.
14. Первообразная функция, её свойства.
15. Неопределённый интеграл, условия его существования и свойства.
16. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование; интегрирование заменой переменной; интегрирование по частям.



17. Нахождение интегралов, содержащих квадратный трёхчлен.
18. Неправильная и правильная рациональные дроби, разложение правильной дроби на простые. Интегрирование простых, правильных и неправильных рациональных дробей.
19. Универсальная тригонометрическая подстановка и ее применение. Интегрирование некоторых тригонометрических выражений.
20. Интегрирование некоторых иррациональных выражений.
21. Определенный интеграл как предел интегральной суммы, его геометрический смысл. Условия существования определённого интеграла.
22. Основные свойства определённого интеграла. Оценивание интеграла. Формула среднего значения.
23. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница.
24. Формулы замены переменной и интегрирования по частям в определённом интеграле.
25. Приближённое вычисление определённого интеграла по квадратурным формулам (прямоугольников, трапеций, Симпсона).
26. Площадь плоской фигуры и её вычисление с помощью определённого интеграла.
27. Длина дуги кривой и её вычисление с помощью определённого интеграла.
28. Объем тела и его вычисление с помощью определённого интеграла. Объем тела вращения.
29. Несобственные интегралы по бесконечному промежутку интегрирования.
30. Несобственные интегралы от неограниченных функций.
31. Двойной интеграл как предел интегральной суммы, условие его существования и геометрический смысл.
32. Основные свойства двойного интеграла. Оценивание двойного интеграла. Формула среднего значения.
33. Понятие правильной области в направлении координатных осей. Повторные интегралы, их вычисление. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному интегрированию.
34. Замена переменных интегрирования в двойном интеграле. Полярные координаты, их связь с декартовыми координатами. Формула замены переменных в двойном интеграле при переходе к полярным координатам.
35. Вычисление площади плоской фигуры и объёма цилиндрического тела с помощью двойного интеграла.
36. Криволинейные интегралы первого и второго рода.
37. Понятие числового ряда (ЧР). Частичная сумма и остаток ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Сумма ряда.
38. Основные свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости и достаточный признак расходимости ряда.
39. Достаточные признаки сравнения (классический и предельный) сходимости рядов с положительными членами.
40. Эталонные числовые ряды (геометрический и обобщённый гармонический), условия их сходимости и расходимости.
41. Достаточные признаки Даламбера и Коши сходимости рядов с положительными членами, условия их применимости.
42. Знакопередающийся числовой ряд. Признак Лейбница. Оценка суммы знакопередающегося ряда и его остатка. Вычисление суммы знакопередающегося ряда с заданной степенью точности.
43. Знакопеременный числовой ряд. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды, их свойства. Достаточный признак сходимости знакопеременного ряда.
44. Функциональный ряд (ФР). Частичная сумма, остаток, точка сходимости, область определения и область сходимости ФР.
45. Сумма функционального ряда. Абсолютно сходящиеся функциональные ряды. Понятие равномерной сходимости функционального ряда.
46. Степенной ряд. Признак Абеля абсолютной сходимости степенного ряда. Радиус и интервал сходимости степенного ряда.
47. Нахождение области сходимости степенного ряда. Основные свойства степенных рядов.
48. Ряды Тейлора и Маклорена. Условия разложимости функции в ряд Тейлора. Применение ряда Тейлора в приближённых вычислениях.
49. Тригонометрический ряд. Ряд Фурье. Условия Дирихле. Достаточный признак Дирихле разложимости функции в ряд Фурье.
50. Ряды Фурье для чётных и нечётных функций. Разложение в ряд Фурье функций, заданных на половине периода.

#### **6.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

В КФУ действует балльно-рейтинговая система оценки знаний обучающихся. Суммарно по дисциплине (модулю) можно получить максимум 100 баллов за семестр, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов.

Для зачёта:

56 баллов и более - "зачтено".

55 баллов и менее - "не зачтено".

Для экзамена:

86 баллов и более - "отлично".

71-85 баллов - "хорошо".

56-70 баллов - "удовлетворительно".

55 баллов и менее - "неудовлетворительно".

Форма контроля	Процедура оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	Этап	Количество баллов
<b>Семестр 1</b>			
<b>Текущий контроль</b>			
Контрольная работа	Контрольная работа проводится в часы аудиторной работы. Обучающиеся получают задания для проверки усвоения пройденного материала. Работа выполняется в письменном виде и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.	1	22
Письменное домашнее задание	Обучающиеся получают задание по освещению определённых теоретических вопросов или решению задач. Работа выполняется письменно дома и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.	2	14
Устный опрос	Устный опрос проводится на практических занятиях. Обучающиеся выступают с докладами, сообщениями, дополнениями, участвуют в дискуссии, отвечают на вопросы преподавателя. Оценивается уровень домашней подготовки по теме, способность системно и логично излагать материал, анализировать, формулировать собственную позицию, отвечать на дополнительные вопросы.	3	14
<b>Экзамен</b>	Экзамен нацелен на комплексную проверку освоения дисциплины. Экзамен проводится в устной или письменной форме по билетам, в которых содержатся вопросы (задания) по всем темам курса. Обучающемуся даётся время на подготовку. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.		50
<b>Семестр 2</b>			
<b>Текущий контроль</b>			
Контрольная работа	Контрольная работа проводится в часы аудиторной работы. Обучающиеся получают задания для проверки усвоения пройденного материала. Работа выполняется в письменном виде и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.	1	22
Письменное домашнее задание	Обучающиеся получают задание по освещению определённых теоретических вопросов или решению задач. Работа выполняется письменно дома и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.	2	14
Устный опрос	Устный опрос проводится на практических занятиях. Обучающиеся выступают с докладами, сообщениями, дополнениями, участвуют в дискуссии, отвечают на вопросы преподавателя. Оценивается уровень домашней подготовки по теме, способность системно и логично излагать материал, анализировать, формулировать собственную позицию, отвечать на дополнительные вопросы.	3	14
<b>Экзамен</b>	Экзамен нацелен на комплексную проверку освоения дисциплины. Экзамен проводится в устной или письменной форме по билетам, в которых содержатся вопросы (задания) по всем темам курса. Обучающемуся даётся время на подготовку. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.		50

## 7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

### 7.1 Основная литература:

1. Бермант А.Ф., Араманович И.Г. Краткий курс математического анализа [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.Ф. Бермант, И.Г. Араманович. - 16-е изд. - Санкт-Петербург : Лань, 2010. - 736 с. - ISBN 978-5-8114-0499-5. - Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2660](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2660)
2. Запорожец Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу [Электронный ресурс]: Учебное пособие. - Санкт-Петербург : Изд-во 'Лань', 2010. - 464 с. - ISBN 978-5-8114-0912-9. - Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=149](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=149).
3. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / Б.П. Демидович. - Санкт-Петербург : Лань, 2019. - 624 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/113942>.
4. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Часть 1 [Электронный ресурс] : учебник / Г.М. Фихтенгольц. - Санкт-Петербург : Лань, 2019. - 444 с. - ISBN 978-5-8114-0190-1. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/112051>.
5. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа. Часть 2 [Электронный ресурс] : учебник / Г.М. Фихтенгольц. - Санкт-Петербург : Лань, 2019. - 464 с. - ISBN 978-5-8114-0191-8. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/115730>.

## 7.2. Дополнительная литература:

1. Берман Г.Н. Решебник к сборнику задач по курсу математического анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / Г.Н. Берман. - Санкт-Петербург : Лань, 2011. - 608 с. - ISBN 978-5-8114-0887-0. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/674>
2. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа [Текст] : учебное пособие / Г. Н. Берман. - 22-е изд., перераб. - Санкт-Петербург : Профессия, 2007. - 432 с : ил. - (Специалист). - В пер. - ISBN 5-93913-009-7 (89 экз.)
3. Ильин В. А. Математический анализ [Текст] : учебник для вузов : в 2 частях / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Бл. Х. Сендов ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова ; под ред. А. Н. Тихонова. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : ТК Велби : Проспект, 2007. - Ч. 1. - 672 с. - (Классический университетский учебник). - Рек. МО. - В пер. - ISBN 978-5-482-01426-4 (23 экз.)
4. Ильин В. А. Математический анализ [Текст] : учебник для вузов : в 2 частях / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Бл. Х. Сендов ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова ; под ред. А. Н. Тихонова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : ТК Велби : Проспект, 2007. - Ч. 2. - 368 с. - (Классический университетский учебник). - Рек. МО. - В пер. - ISBN 978-5-482-01431-8. (23 экз.)
5. Карташев А.П. Математический анализ [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.П. Карташев, Б.Л. Рождественский. - 2-е изд. - Санкт-Петербург : Лань, 2007. - 448 с. ? ISBN 978-5-8114-0700-2. - Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=178](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=178)
6. Курс высшей математики : введение в математический анализ, дифференциальное исчисление [Текст] : лекции и практикум : учебное пособие / [авт.кол.: Л. А. Кузнецов и др.] ; под ред. И. М. Петрушко. - 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 288 с. : ил. - (Учебники для вузов : специальная литература). - Прил.: с. 243-269. - Рек. МО. - В пер. - Библиогр.: с. 283. - ISBN 978-5-8114-0578-7 (29 экз.)
7. Курс высшей математики: интегральное исчисление, функции нескольких переменных, дифференциальные уравнения [Текст] : лекции и практикум : учебное пособие / [Н. В. Гуличев и др.] ; под общ. ред. И. М. Петрушко. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2008. - 608 с : ил. ? (Курс высшей математики. Учебники для вузов. Специальная литература). - Рек. МО. - В пер. - Библиогр.: с. 595. - ISBN 978-5-8114-0633-3 (29 экз.)
8. Курс высшей математики : кратные интегралы, векторный анализ [Текст] : лекции и практикум : учебное пособие / [авт. кол.: Н. В. Гуличев и др.] ; под ред. И. М. Петрушко. - 3-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2008. - 318 с : ил. - (Учебники для вузов : специальная литература). - Рек. МО. - В пер. - Библиогр.: с. 313. - ISBN 978-5-8114-0727-9 (29 экз.)
9. Математика в примерах и задачах [Электронный ресурс]: учебное пособие / О.М. Дегтярева [и др.]. - Москва : ИНФРА-М, 2019. - 372 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-011256-5. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/989802>

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Библиотека учебной и научной литературы - <http://sbiblio.com/biblio>

Единый портал интернет-тестирования - <http://www.i-exam.ru>

Естественно-научный образовательный портал - <http://www.en.edu.ru>

Интернет-портал ресурсов по математике - <http://www.math.ru>

Образовательный математический сайт для студентов, изучающих высшую математику - <http://www.exponenta.ru>

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	На лекциях излагается теоретический материал. Причём конспект лекций, остающийся у студентов в результате их прослушивания, не может полностью заменить учебника, его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, студент должен ознакомиться с более подробным изложением материала в учебниках из списка основной и дополнительной литературы.
практические занятия	Изучение дисциплины подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков решения задач на аудиторных практических занятиях, для более глубокого понимания разделов дисциплины, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа - это вид занятия, на котором обучающиеся с определённой долей самостоятельности выполняют различного рода задания, прилагая необходимые для этого умственные усилия и проявляя навыки самоконтроля и самокоррекции. Самостоятельная работа включает в себя: изучение теоретического материала по конспектам лекций и учебникам; выполнение письменных домашних заданий; подготовку к аудиторным контрольным работам; подготовку к теоретическим опросам на практических занятиях; подготовку к экзамену.
контрольная работа	При подготовке к аудиторным контрольным работам следует повторить соответствующий теоретический материал, а также просмотреть практические задания, которые разбирались и решались на аудиторных занятиях и дома. Проводится контрольная работа по индивидуальным заданиям, предложенным преподавателем. Время выполнения контрольной работы 1 час 30 минут. Примерные задания контрольных работ приведены в разделе 6.3 рабочей программы.
письменное домашнее задание	Для выполнения домашних практических заданий обучающийся должен повторить соответствующий теоретический материал, внимательно, с выполнением всех действий на бумаге, разобрать решённые на аудиторном практическом занятии примеры и после этого приступить к решению задач, предложенных для самостоятельного решения. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определённого типа. Закрепить навыки, можно лишь самостоятельно выполнив домашние практические задания. Выполнение домашних заданий проверяется преподавателем на практическом занятии.
устный опрос	Устный опрос на практическом занятии предполагает как опрос теоретического материала по теме занятия, проводимого в его начале, так и опрос предложенных преподавателем практических и теоретических заданий для самостоятельного решения на аудиторном практическом занятии. При подготовке к устному опросу теоретического материала следует ориентироваться на вопросы, указанные в разделе 6.3 рабочей программы, на конспекты лекций, а также учебники из рекомендованного списка литературы.
экзамен	Экзамен нацелен на комплексную проверку освоения дисциплины. Проводится в устно-письменной форме по билетам. Билет содержит два теоретических вопроса и примеры, даётся время на подготовку к ответу. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при решении практических заданий. При подготовке к сдаче экзамена необходимо опираться, прежде всего, на конспекты лекций и рекомендованные источники информации, весь объём работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведённым для подготовки к экзамену и контролировать каждый день выполнения работы.

#### 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Освоение дисциплины "Математический анализ" предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

- Операционная система Microsoft Windows Professional 7 Russian
- Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 2010 Professional Plus Russian
- Браузер Mozilla Firefox
- Браузер Google Chrome
- Adobe Reader XI



Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "Консультант студента", доступ к которой предоставлен обучающимся. Многопрофильный образовательный ресурс "Консультант студента" является электронной библиотечной системой (ЭБС), предоставляющей доступ через сеть Интернет к учебной литературе и дополнительным материалам, приобретенным на основании прямых договоров с правообладателями. Полностью соответствует требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования к комплектованию библиотек, в том числе электронных, в части формирования фондов основной и дополнительной литературы.

#### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Освоение дисциплины "Математический анализ" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

#### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;

- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.02 "Прикладная математика и информатика".