

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Д.А. Таюрский

\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

подписано электронно-цифровой подписью

## Программа дисциплины

Актuarная математика Б1.В.06

Направление подготовки: 01.04.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Методы прикладной математической статистики

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2019

**Автор(ы):** Казанцев А.В.

**Рецензент(ы):** Володин И.Н.

### СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы высшего образования
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
  - 6.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы и форм контроля их освоения
  - 6.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания
  - 6.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы
  - 6.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций
7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
  - 7.1. Основная литература
  - 7.2. Дополнительная литература
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Казанцев А.В. (кафедра математической статистики, отделение прикладной математики и информатики), Andrei.Kazantsev@kpfu.ru

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Выпускник, освоивший дисциплину, должен обладать следующими компетенциями:

<b>Шифр компетенции</b>	<b>Расшифровка приобретаемой компетенции</b>
ПК-3	Руководство проектированием программного обеспечения
ПК-4	Выполнение работ и управление работами по созданию, модификации и сопровождению ИС
УК-1	Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий
УК-2	Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла
УК-3	Способен организовывать и руководить работой команды, вырабатывая командную стратегию для достижения поставленной цели

Выпускник, освоивший дисциплину:

Должен знать:

1. Основные разделы, понятия и теоремы курсов

- а) математического анализа,
- б) линейной алгебры и геометрии,
- в) дифференциальных уравнений,
- г) математической логики.

2. Элементарные понятия, связанные с основными разделами, понятиями и закономерностями, изучаемыми в курсах, связанных со следующими отраслями деятельности:

- а) экономика,
- б) менеджмент.

Должен уметь:

1. Решать типовые задачи по курсам:

- а) математический анализ,
- б) линейная алгебра и геометрия,
- в) дифференциальные уравнения,
- г) математическая логика.

2. Делать элементарные выводы, связанные с применением известных экономических закономерностей к типовым ситуациям.

3. Принимать решения в элементарных модельных ситуациях, возникающих в ходе менеджмента.

4. Распознавать аналитические конструкторы, лежащие в основе актуарных постановок.

Должен владеть:

1. Навыками стандартных математических вычислений:

- а) пределы, производные, интегралы;
- б) операции над векторами, матрицы, определители, нормы;
- в) дифференциальные уравнения;
- г) логические выводы и выводимости.

2. Типовыми подходами к математическому моделированию экономических процессов.

3. Элементарными основами теории принятия решений.

Должен демонстрировать способность и готовность:

1. Решать задачи, возникающие в процессе обучения:

- а) расчет основных актуарных характеристик по функции дожития,
- б) восстановление функции дожития по заданной актуарной характеристике,

- в) символьные преобразования и вычисления актуарных характеристик, связанные с интерполяциями,
  - г) символьные преобразования и вычисления актуарных характеристик, связанные с аналитическими законами смертности,
  - д) исследование на сходимость последовательностей, функций и несобственных интегралов, связанных с актуарными характеристиками,
  - е) производить вычисления, связанные со сложными процентами: NPV, IRR, MIRR,
  - ж) анализировать приближенное решение уравнений, возникающих в курсе,
2. Ориентироваться в логической структуре курса, понимать и использовать связи его отдельных частей, а также сквозные темы.
3. Решать предложенные тестовые задачи по итогам текущего или прошлого занятия.

## 2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы высшего образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.06 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.02 "Прикладная математика и информатика (Методы прикладной математической статистики)" и относится к вариативной части.

Осваивается на 1 курсе в 1 семестре.

## 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) на 72 часа(ов).

Контактная работа - 28 часа(ов), в том числе лекции - 14 часа(ов), практические занятия - 0 часа(ов), лабораторные работы - 14 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 44 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 1 семестре.

## 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Элементы демографической стохастики	1	2	0	2	8
2.	Тема 2. Характеристики случайных когорт. Таблицы смертности населения	1	2	0	2	7
3.	Тема 3. Интерполяции и аппроксимации актуарных характеристик	1	3	0	3	7
4.	Тема 4. Пошаговая продолжительность и конечные разности. Аналитические законы смертности	1	3	0	2	7
5.	Тема 5. Виды страхования жизни. Принципы финансовой математики. Элементы финансового менеджмента	1	2	0	3	8
6.	Тема 6. Страхование аннуитетов. Нетто-премии и резервы.	1	2	0	2	7
	Итого		14	0	14	44

### 4.2 Содержание дисциплины

#### Тема 1. Элементы демографической стохастики

Непрерывная модель. Функция дожития, интенсивность смертности. Их свойства и взаимосвязи с традиционными вероятностными распределениями актуарной математики. Условная и безусловная вероятности. Среднее время дожития и другие характеристики, связанные с несобственными интегралами (НИ). Решающая роль интегрирования по частям в установлении различных свойств актуарных характеристик, определяемых на основе НИ.

## **Тема 2. Характеристики случайных когорт. Таблицы смертности населения**

Совокупность случайного дожития, величины  $l_x$ ,  $dx$  и их свойства. Среднее число лет  $L_x$  и общее число лет  $T_x$ , их свойства. Связь со средним временем дожития, а также случайными величинами, строящимися по  $T(x)$ . Роль техники интегрирования по частям. Таблицы смертности населения (ТСН) и их основные характеристики. Построение ТСН. Роль формулы трапеций. Кривые интенсивности, смертности и дожития. Теорема: точки локального экстремума кривой смертности суть точки перегиба кривой дожития. Агрегативные и селективные ТСН.

## **Тема 3. Интерполяции и аппроксимации актуарных характеристик**

Три основных вида интерполяции: линейная, показательная и гиперболическая (Бальдуччи). Теорема об эквивалентных определениях указанных интерполяций в терминах ряда актуарных характеристик. Связи с классическими вопросами математической теории интерполяции и аппроксимации. Геометрия кривых интенсивности, смертности и дожития для различных видов интерполяции.

## **Тема 4. Пошаговая продолжительность и конечные разности. Аналитические законы смертности**

Дискретная модель. Определение и начальные свойства пошаговой продолжительности  $K(x)$  предстоящей жизни. Необходимые сведения из исчисления конечных разностей: действие оператора конечных разностей на произведениях функций, формула суммирования по частям. Применение к вычислению дискретных аналогов среднего времени дожития и других характеристик. Связи дискретной и непрерывной моделей. Аналитические законы смертности. Построение соответствующих ТСН. Использование рекуррентных формул.

## **Тема 5. Виды страхования жизни. Принципы финансовой математики. Элементы финансового менеджмента**

Исчисление сложных процентов; годовая, учетная и непрерывная ставки, коэффициент дисконтирования, их аналоги для выплат более частых, чем годовые; финансовые аннуитеты. Актуарные настоящие стоимости (АНС) классических видов страхования. Принципы построения АНС. Важные частные случаи, в частности, случай постоянной интенсивности смертности. Различные формы АНС; связи и соответствия непрерывной и дискретной моделей. Дифференциальные уравнения для определения АНС.

## **Тема 6. Страхование аннуитетов. Нетто-премии и резервы.**

Различные формы исчисления АНС страховых аннуитетов. Роль интегрирования (суммирования) по частям. Методы агрегативных и текущих платежей. Соотношения между АНС различных видов страхования аннуитетов; соответствия между непрерывной и дискретной моделями. Иерархия формул. Принципы исчисления нетто-премий. Нетто-премии по отдельным видам страхования жизни: непрерывная и дискретная модели. Вывод основных соотношений, их интерпретации. Полунепрерывная модель. Истинные долевые премии, премии с корректирующим платежом. Выплаты накопительного типа.

Нетто-резервы. Непрерывная модель. Дискретная модель. Полунепрерывная модель. Нетто-резервы для истинных премий и для премий с корректирующим платежом. Анализ нетто-резервов.

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301).

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений".

Положение от 29 декабря 2018 г. № 0.1.1.67-08/328 "О порядке проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Положение № 0.1.1.67-06/241/15 от 14 декабря 2015 г. "О формировании фонда оценочных средств для проведения текущей, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Положение № 0.1.1.56-06/54/11 от 26 октября 2011 г. "Об электронных образовательных ресурсах федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Регламент № 0.1.1.67-06/66/16 от 30 марта 2016 г. "Разработки, регистрации, подготовки к использованию в учебном процессе и удаления электронных образовательных ресурсов в системе электронного обучения федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Регламент № 0.1.1.67-06/11/16 от 25 января 2016 г. "О балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Регламент № 0.1.1.67-06/91/13 от 21 июня 2013 г. "О порядке разработки и выпуска учебных изданий в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

## 6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

### 6.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы и форм контроля их освоения

Этап	Форма контроля	Оцениваемые компетенции	Темы (разделы) дисциплины
<b>Семестр 1</b>			
	<b>Текущий контроль</b>		
1	Коллоквиум	ПК-3	3. Интерполяции и аппроксимации актуарных характеристик 5. Виды страхования жизни. Принципы финансовой математики. Элементы финансового менеджмента
2	Контрольная работа	ПК-4	2. Характеристики случайных когорт. Таблицы смертности населения 3. Интерполяции и аппроксимации актуарных характеристик
	<b>Зачет</b>	ПК-3, ПК-4, УК-1, УК-2, УК-3	

### 6.2 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Форма контроля	Критерии оценивания				Этап
	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неуд.	
Семестр 1					
Текущий контроль					
Коллоквиум	Высокий уровень владения материалом по теме. Превосходное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован высокий уровень понимания материала.	Средний уровень владения материалом по теме. Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован средний уровень понимания материала.	Низкий уровень владения материалом по теме. Удовлетворительное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения. Понятийный аппарат освоен частично. Продемонстрирован удовлетворительный уровень понимания материала.	Неудовлетворительный уровень владения материалом по теме. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения. Понятийный аппарат не освоен. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень понимания материала.	1



Форма контроля	Критерии оценивания				Этап
	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неуд.	
Контрольная работа	Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	2
	Зачтено		Не зачтено		
Зачет	Обучающийся обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой дисциплины.		Обучающийся обнаружил значительные пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий и не способен продолжить обучение или приступить по окончании университета к профессиональной деятельности без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.		

6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Семестр 1

Текущий контроль

1. Коллоквиум

Темы 3, 5

Билет 1.

1. Если  $f(x)$  , то представимо интерполяцией Бальдуччи.
2. Доказать:  $\int_0^1 x^n dx = \frac{1}{n+1}$ .
3. Пусть  $X$  ,  $Y$  . Найти  $P(X < Y)$  , и вероятность  $P(X = Y)$  .

Билет 2.

1. Доказать:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) = \int_0^1 f(x) dx$  .
2. Проверьте равенство  $\int_0^1 x^n dx = \frac{1}{n+1}$  (  $n$  ? индикатор множества )

3. Используя  $f(x)$  ,  $g(x)$  , определите функцию дожития, интенсивность смертности и плотность продолжительности предстоящей жизни для лица (40).

Билет 3.

1. Доказать:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) = \int_0^1 f(x) dx$  .
2. Покажите, что  $\int_0^1 x^n dx = \frac{1}{n+1}$  .
3. Найдите  $\int_0^1 x^n dx$  , если для  $f(x)$  .

Билет 4.

1. Если условное математическое ожидание существует, то ряд сходится.
2. Покажите, что для интерполяции Бальдуччи справедливо равенство  $\int_0^1 x^n dx = \frac{1}{n+1}$  .

3. Пусть функция распределения случайной величины имеет вид

Подсчитайте , и медиану сл. в. .

Билет 5.

1. Докажите, что .
2. С использованием определения и равенства докажите, что .
3. Пусть , . Найти , , и вероятность .

## 2. Контрольная работа

Темы 2, 3

Типовой билет для контрольной точки (работы).

Билет 1.

1. Предлагается договор страхования на случай смерти на срок один год с выплатами размера 1 и 2 единиц. Приводимая ниже таблица показывает число лиц в каждом из четырех классов, образованных в соответствии с выплатой и вероятностью наступления страхового случая . Страховая компания хочет собрать с этой группы из 1800 лиц сумму, достаточную для выплат с вероятностью 0,95. Найти относительную рисковую надбавку .

- |   |      |       |
|---|------|-------|
| 1 | 0,01 | 1 500 |
| 2 | 0,01 | 2 500 |
| 3 | 0,02 | 1 300 |
| 4 | 0,02 | 2 500 |

2. Найдите вероятность того, что человек в возрасте 70,5 лет проживет еще два года, если , , а для дробных возрастов используется линейная интерполяция функции дожития.

3. Предположим, что , а . Подсчитайте вероятность того, что человек, которому сейчас 70 лет, умрет в возрасте от 70½ до 71½ лет. Для аппроксимации функции дожития для дробных возрастов используйте предположение Бальдуччи. Как изменится результат, если использовать предположение о равномерном распределении смертей?

4. Смертность описывается следующей таблицей:

- |    |        |
|----|--------|
| 0  | 100000 |
| 5  | 98067  |
| 10 | 97855  |
| 15 | 97679  |
| 20 | 97290  |
| 25 | 96794  |
| 30 | 96192  |
| 35 | 95354  |
| 40 | 94086  |
| 45 | 92164  |
| 50 | 89272  |
| 55 | 85454  |
| 60 | 80404  |
| 65 | 74071  |
| 70 | 64544  |
| 75 | 51363  |
| 80 | 35377  |
| 85 | 19355  |
| 90 | 10142  |



95 6869  
100 3361  
105 1052  
110 381  
115 0

Найдите вероятность того, что человек в возрасте 20 лет а) доживет до 60 лет, б) умрет в возрасте от 50 до 80 лет, в) умрет до 35 лет.

5. Каждое из 100 независимых лиц имеет возраст  $x$ , подвержено постоянной интенсивности смертности 0,04 и заключило договор страхования с выплатой 10 единиц в момент смерти. Страховые выплаты производятся из средств инвестиционного фонда, причем 0,05.

Рассчитать минимальную величину фонда в момент времени  $t$ , чтобы средств для страховых выплат на случай смерти каждого из страхователей оказалось достаточно с вероятностью примерно 0,95.

### **Зачет**

Вопросы к зачету:

1. Гуманитарные, в частности, этические аспекты актуарных расчетов страхования жизни.
2. Условная и безусловная версии непрерывной модели страхования жизни.
3. Характеристики сл. в. : функции распределения и плотности, функция дожития и интенсивность смертности.
4. Связь между характеристиками сл. в. .
5. Связь вероятности с характеристиками сл. в. .
6. Предельные свойства функций и .
7. Связь между распределениями сл. в. и . Вывод дифференциального уравнения .
8. Соотношения между условными и безусловными функциями распределения и плотностями сл. в. и .
9. Аналогии и связи между характеристиками для лиц и .
10. Теорема о безусловности функции интенсивности смертности.
11. Формулы для взаимных пересчетов наборов условных и безусловных характеристик сл. в. и .
12. Теорема об односторонних производных функции условного распределения в точке .
13. Классическая теорема о выводе существования односторонних производных в точке из наличия в данной точке односторонних пределов производной.
14. Теорема: для каждого возраста интенсивность смертности дает значение в точке условной функции плотности сл. в. при условии дожития до возраста .
15. Основные актуарные величины, связанные с временем дожития .
16. Макрохарактеристики сл. в. и несобственные интегралы.
17. Среднее время жизни.
18. Лемма Полиа-Сеге-Демидовича.
19. Интегрирование по частям для несобственных интегралов.
20. Сходимость интеграла и предельное соотношение суть необходимые условия существования среднего времени жизни.
21. Необходимые условия существования момента  $n$ -го порядка сл. в. .
22. Макрохарактеристики сл. в. .
23. Среднее время дожития и его свойства.
24. Сходимость интеграла и предельное соотношение суть необходимые условия существования среднего времени дожития.
25. Частичное среднее время дожития .
26. Вычисление функции распределения , где  $I_A$  индикатор множества  $A$  .
27. Подходы к определению как математического ожидания.
28. Теорема о дифференцировании интеграла и следствия из нее.
29. Равномерная сходимость несобственных интегралов и ее приложения к вычислению актуарных величин.
30. Совокупность случайного дожития и ее характеристики.
31. Свойства величины .
32. Среднее число лет: условное и безусловное задание.
33. Вычисление функции распределения , где  $I_A$  индикатор множества  $A$  .
34. Повозрастной коэффициент смертности.
35. Функция и ее свойства.
36. Таблица смертности населения.
37. Линейная интерполяция.
38. Постоянная интенсивность.
39. Интерполяция Бальдуччи.
40. Применение интерполяций к таблице смертности.

41. Функция и ее свойства.  
42. Теорема: выпуклость строго убывающей на интервале функции следует из знакопостоянства разности .  
43. Дискретная модель.  
44. Элементы исчисления конечных разностей.  
45. Дробная часть дожития. Теорема: для линейной интерполяции имеет место .

46. Аналитические законы смертности.  
47. Актuarная настоящая стоимость.  
48. Элементы теории сложных процентов.  
49. Доказательство соотношения (два способа).  
50. Вывод дифференциального уравнения  
.

6.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

В КФУ действует балльно-рейтинговая система оценки знаний обучающихся. Суммарно по дисциплине (модулю) можно получить максимум 100 баллов за семестр, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов.

Для зачёта:

- 56 баллов и более - "зачтено".  
55 баллов и менее - "не зачтено".

Для экзамена:

- 86 баллов и более - "отлично".  
71-85 баллов - "хорошо".  
56-70 баллов - "удовлетворительно".  
55 баллов и менее - "неудовлетворительно".

Форма контроля	Процедура оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	Этап	Количество баллов
<b>Семестр 1</b>			
<b>Текущий контроль</b>			
Коллоквиум	На занятии обучающиеся выступают с ответами, отвечают на вопросы преподавателя, обсуждают вопросы по изученному материалу. Оцениваются уровень подготовки по теме, способность системно и логично излагать материал, анализировать, формулировать собственную позицию, отвечать на дополнительные вопросы.	1	35
Контрольная работа	Контрольная работа проводится в часы аудиторной работы. Обучающиеся получают задания для проверки усвоения пройденного материала. Работа выполняется в письменном виде и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.	2	15
<b>Зачет</b>	Зачёт нацелен на комплексную проверку освоения дисциплины. Обучающийся получает вопрос (вопросы) либо задание (задания) и время на подготовку. Зачёт проводится в устной, письменной или компьютерной форме. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.		50

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

7.1 Основная литература:

- 1.Казанцев, А.В. Основы актуарных расчетов страхования жизни [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.В. Казанцев. -  
Электрон. дан. - Казань : КФУ, 2015. - 194 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/77301>
2. Иваницкий, А.Ю. Теория риска в страховании [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Ю. Иваницкий. -  
Электрон. дан. -  
Москва : МЦНМО, 2013. - 134 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/56401>

3. Покровский, В.В. Математические методы в бизнесе и менеджменте [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.В. Покровский. - Электрон. дан. - Москва : Издательство 'Лаборатория знаний', 2015. - 113 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/70768>

## 7.2. Дополнительная литература:

1. Свешников, А.А. Прикладные методы теории вероятностей [Электронный ресурс] : учебник / А.А. Свешников. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2012. - 480 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/3184>
2. Хуснутдинов, Р.Ш. Математика для экономистов в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие / Р.Ш. Хуснутдинов, В.А. Жихарев. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2012. - 656 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/4233>
3. Джонсон, Н.Л. Одномерные дискретные распределения [Электронный ресурс] / Н.Л. Джонсон, С. Коц, А.У. Кемп. - Электрон. дан. - Москва : Издательство 'Лаборатория знаний', 2012. - 559 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/8720>
4. Федоткин, М.А. Модели в теории вероятностей [Электронный ресурс] / М.А. Федоткин. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2012. - 608 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59595>

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Независимый портал актуариев - <http://www.actuaries.ru>  
Официальный сайт Федеральной службы страхового надзора - <http://www.fssn.ru/>  
Портал для актуариев - <http://jwww.actuary-al.ru/>  
Портал ?Страхование сегодня? - <http://www.insur-info.ru/>.  
Сайт Всероссийского Союза Страховщиков - <http://www.ins-union.ru/>.  
Сайт гильдии актуариев в России - <http://jwww.guildofactuaries.ru/>  
Сайт ?Страхование в России. Новости, рейтинги, аналитика? - <http://www.allinsurance.ru/>

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Усвоение содержания определений, разбор иллюстрирующих примеров, прояснение формулировок теорем, их места в программе курса, полный разбор их доказательств и т.п. Следует учиться умению охватывать отдельные темы курса, а затем и сам курс единым взглядом, быстро оценивать роль и место заданного утверждения в рамках курса, а найдя это место, использовать синергетические эффекты, возникающие при совместном изучении заданного и близких утверждений. Важным моментом является тренировка изложения материала по памяти. Такие тренировки следует проводить в обязательном порядке, начиная со времени не позднее середины семестра.
лабораторные работы	Следует выполнять все домашние задания и упражнения, понимая, что решающими факторами являются регулярность, периодичность и постоянство работы. На занятиях в аудитории следует разбирать все примеры досконально. Ценным качеством является умение "шевелить" примеры, проясняя характер их типичности. Следует также помнить, что задания, как правило, подразделяются на теоретические (вывод или доказательство) и практически (вычисления), и стараться осваивать подходы к обеим типам заданий. Наконец, следует формировать правильное представление обо всех темах практики и развивать умение находить правильное место задачи в тематическом спектре и быстро привлекать изученные методы к ее решению.

Вид работ	Методические рекомендации
самостоя- тельная работа	Регулярный тренинг и самотестирование по основным темам практических занятий. Полезным является взаимное тестирование студентами друг друга в рамках самостоятельной работы. Роль самостоятельной отработки умений здесь является решающей. Важным фактором подготовки является прояснение тематической структуры заданий, умение видеть в задаче части, связанные с математическим анализом, теорией вероятности, алгеброй, дифференциальными уравнениями, и доведение до автоматизма умения быстро решать соответствующие части задачи. Полезным подходом является отношение к любому лекционному утверждению как к задаче, которую нужно решить. Это позволит уменьшить степень "зубрежки" и заменить последнюю отработанным набором правил вывода.
коллоквиум	Проводится в форме одной или нескольких контрольных, как правило, по теоретическому материалу. Отрабатывается часть зачетной проблематики, чтобы разгрузить заключительные недели семестра. Большой акцент делается на решении теоретических задач без привлечения вспомогательной литературы и техники. Поэтому важным моментом подготовки является изучение и освоение правил вывода, принятых в данной области знания.
контрольная работа	Должна быть написана четко и ясно, всякая небрежность должна быть исключена. При выполнении задач на доказательство должны быть хорошо прописаны все логические связи решения, образцом являются приводимые в курсе теоремы и другие утверждения. Всякая описательность и нечеткость должна быть исключена. Задачи на вывод формул должны снабжаться краткими пояснениями к вопросу "почему так", задачи вычислительного плана должны быть подчинены удобному плану изложения, который, как правило, отрабатывается на практических занятиях.
зачет	Может проводиться в разных формах. Как правило, это контрольная работа. Могут быть внесены элементы устного или письменного экзаменационного вопроса, так что определенные части лекций следует знать. Учащимся следует также хорошо ориентироваться в материале по своим записям, если нужно - быстро находить нужные ответы в интернете. По данному курсу "Актuarная математика" зачет объединяет как теоретические вопросы - нацеленные на исследование взаимосвязей теоретических конструкций - и практические, предполагающие умение быстро находить набор нужных формул "под" заданный числовой ансамбль.

**10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Освоение дисциплины "Актuarная математика" предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

**11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Освоение дисциплины "Актuarная математика" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" и магистерской программе "Методы прикладной математической статистики".