

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной деятельности КФУ  
проф. Таюрский Д.А.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

## **Программа дисциплины**

Алгебраические методы решения геометрических задач

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2019

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Тимербаева Н.В. (Кафедра теории и технологий преподавания математики и информатики, отделение педагогического образования), Nailya.Timerbaeva@kpfu.ru

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2	Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках
ПК-4	Способен ориентироваться в современных алгоритмах компьютерной математики; обладать способностями к эффективному применению и реализации математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

- основные понятия и факты геометрии;
- основные методы решения геометрических задач;
- алгебраические методы решения геометрических задач;
- особенности изучения методов решения геометрических задач;

Должен уметь:

- работать с понятийным аппаратом;
- работать с научной литературой, энциклопедиями, словарями;
- анализировать учебно-методическую литературу (пособия, учебники, задачки, программы, методические рекомендации и т.п.);
- применять методы, необходимые при решении типовых задач и примеров, иллюстрирующих основные положения теоретического курса;
- организовывать и проводить элективные курсы в профильной школе.

Должен владеть:

- математическими знаниями и умениями, необходимыми и достаточными для проведения элективных курсов по соответствующим разделам геометрии в профильных классах;
- математическими знаниями и умениями, необходимыми для изучения специальных дисциплин, продолжения образования и освоения избранной специальности на современном уровне.

Должен демонстрировать способность и готовность:

- владеть основными понятиями изучаемых алгебраических методов;
- уметь анализировать геометрическую задачу и подбирать оптимальный метод для ее решения;
- применять различные методы при решении геометрических задач;
- решать задачи школьной геометрии математики несколькими методами.
- обеспечить углубленное изучение учащимися соответствующих разделов геометрии в школе;
- создать условия для существенной дифференциации содержания обучения старшеклассников;
- обеспечить преемственность между общим и профессиональным образованием, подготовить будущих выпускников школы к освоению программ высшего профессионального образования.

Цель курса - сформировать у магистрантов профессиональные компетентности в области избранных глав геометрии и подготовить их к проведению элективных курсов в профильной школе.

## 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.03.07 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.01 "Математика (Анализ на многообразиях)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 1 курсе в 1 семестре.

**3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) на 144 часа(ов).

Контактная работа - 48 часа(ов), в том числе лекции - 24 часа(ов), практические занятия - 24 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 60 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 1 семестре.

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Обобщающее повторение курса элементарной геометрии.	1	2	2	0	6
2.	Тема 2. Векторный метод в решении планиметрических и стереометрических задач.	1	6	6	0	12
3.	Тема 3. Координатный метод в решении планиметрических и стереометрических задач.	1	4	4	0	12
4.	Тема 4. Геометрические построения циркулем и линейкой	1	4	4	0	8
5.	Тема 5. Решение геометрических задач на построение алгебраическим методом.	1	4	4	0	12
6.	Тема 6. Геометрические применения алгебры комплексных чисел и кватернионов.	1	4	4	0	10
	Итого		24	24	0	60

**4.2 Содержание дисциплины (модуля)**

**Тема 1. Обобщающее повторение курса элементарной геометрии.**

Доказательства известных теорем элементарной планиметрии по темам "Треугольник и окружности", "Четырехугольники" (выпуклые, невыпуклые), "вписанные и описанные многоугольники", "комбинации фигур и окружностей", "замечательные точки и линии в треугольнике". Ключевые задачи, их решение и доказательство.

**Тема 2. Векторный метод в решении планиметрических и стереометрических задач.**

Векторное и смешанное произведения, их геометрический смысл. Алгебраические свойства смешанного и векторного произведений. Произведения в декартовых координатах. Некоторые геометрические приложения произведений векторов. Доказательства известных теорем и задач элементарной геометрии (теоремы Чевы, Минелая, теорема Эйлера для четырехугольника и т.п.). Решение геометрических задач на плоскости и в пространстве векторным методом.

**Тема 3. Координатный метод в решении планиметрических и стереометрических задач.**

Координатный метод в планиметрии. Векторы в пространстве. Основные формулы. Поверхности и линии в пространстве. Сферические координаты. Этапы решения задач методом координат. Построение сечений в многогранниках и круглых телах. Решение задач по теме "Сечения пространственных тел" координатным методом.

**Тема 4. Геометрические построения циркулем и линейкой**

Геометрические задачи на построение. Аксиомы конструктивной геометрии, основные (элементарные) построения. Методы решения задач на построение: метод геометрических мест точек, спрямления, геометрических преобразований (метод подобия, поворота, осевой и центральной симметрии). Решение задач основными методами.

**Тема 5. Решение геометрических задач на построение алгебраическим методом.**

Алгебраический метод решения задач на построение. Критерий разрешимости задач на построение циркулем и линейкой. Классические задачи на построение (трисекции угла, квадратуры круга, спрямление окружности). Решение геометрических задач на построение алгебраическим методом. Круговые многочлены и правильные многоугольники. Построение правильных  $n$ -угольников при  $n=5,6,8$ . Теорема Гаусса, построение правильного семнадцатиугольника.

#### **Тема 6. Геометрические применения алгебры комплексных чисел и кватернионов.**

Применение комплексных чисел в планиметрии. Геометрическая интерпретация комплексных чисел и действий над ними. Комплексные координаты некоторых точек. Преобразования плоскости. Круговые преобразования. Алгебра кватернионов. Представление подобий композициями гомотетий и движений. Кватернионы и вращения трехмерных евклидовых пространств.

#### **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

#### **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

#### **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

### 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

math.ru - <http://www.math.ru>

problems.ru/Задачи по геометрии - [http://www.problems.ru/view\\_by\\_subject\\_new.php?parent=193](http://www.problems.ru/view_by_subject_new.php?parent=193)

Интернет-библиотека по математике МЦНМО - <http://ilib.mccme.ru>

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Тематика курса, планы предстоящих занятий, рекомендуемая литература, цель и задачи ее изучения сообщаются преподавателем на первой лекции. При подготовке к следующим лекциям необходимо проработать материал предыдущих лекций и рекомендуемую литературу. При необходимости студент может обратиться за консультацией к преподавателю.
практические занятия	В ходе подготовке к практическим занятиям внимательно изучить теоретический и практический материал, разобранный на лекциях; изучить, основную литературу, дополнительную литературу, а также Интернет-ресурсы, рекомендованные преподавателем. При необходимости студент может обратиться за консультацией к преподавателю.
самостоятельная работа	При самостоятельном изучении соответствующих тем воспользоваться материалами лекционных и практических занятий. Изучить основную и дополнительную литературу, рекомендованную преподавателем. Прорешать самостоятельно задачи и примеры, разобранные на лекциях, а также дополнительные задачи, предложенные преподавателем.
экзамен	При подготовке к экзамену необходимо повторить теоретический и практический материал, изученный в течение курса, особо остановиться на вопросах, вызывающих затруднение, воспользоваться при этом рекомендованной преподавателем литературой и интернет-источниками. Прорешать самостоятельно задачи по тематике курса.

### 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

### 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

Компьютерный класс.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.01 "Математика" и магистерской программе "Анализ на многообразиях".



Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.03.07 Алгебраические методы решения  
геометрических задач

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2019

**Основная литература:**

1. Атанасян, С.Л. Геометрия 1. [Электронный ресурс] : Учебные пособия / С.Л. Атанасян, В.Г. Покровский. - Электрон. дан. - М. : Издательство 'Лаборатория знаний', 2017. - 334 с. - Режим доступа: [https://e.lanbook.com/book/94095?category\\_pk=917#authors](https://e.lanbook.com/book/94095?category_pk=917#authors)
2. Атанасян, С.Л. Геометрия 2. [Электронный ресурс] : Учебные пособия / С.Л. Атанасян, В.Г. Покровский, В.Г. Ушаков. - Электрон. дан. - М. : Издательство 'Лаборатория знаний', 2015. - 547 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/66314>
3. Прасолов, В.В. Задачи по стереометрии: Учебное пособие. [Электронный ресурс] : Учебные пособия - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2016. - 350 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/80148>
4. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. [Электронный ресурс] - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2016. - 391 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/80147>
5. Шарыгин, И.Ф. Лекции по элементарной геометрии. [Электронный ресурс] : Учебные пособия - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2014. - 216 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/56416>
6. Понарин, Я.П. Алгебра комплексных чисел в геометрических задачах: Книга для учащихся математических классов школ, учителей и студентов педагогических вузов. [Электронный ресурс] - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2014. - 160 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/71816>

**Дополнительная литература:**

1. Прасолов, В.В. Задачи по планиметрии. [Электронный ресурс] : Учебники - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2007. - 640 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/9390>
2. Методика обучения геометрии : учебное пособие для студентов педагогических вузов / В. А. Гусев , В.В. Орлов, В.А. Панчишина и др. ; под ред. В. А. Гусева .- Москва : Академия, 2004 .- 368 с. - (Высшее профессиональное образование) .- ISBN 5-7695-0769-1
4. Ходот, Т.Г. Задачи по геометрии : учебное пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / Т. Г. Ходот, И. Д. Захарченко, А. Б. Михайлова .- Москва : Академия, 2006 .? 256 с. ? (Высшее профессиональное образование) .- Библиогр.: с. 251-253 . - ISBN 5-7695-2689-0.
5. Понарин, Я.П. Элементарная геометрия: В 3 т. Том 1. Планиметрия, преобразования плоскости. [Электронный ресурс] : Учебные пособия - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2008. - 312 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/9385>
6. Понарин, Я.П. Элементарная геометрия: В 2 т. Том 2. Стереометрия, преобразования пространства. [Электронный ресурс] : Учебные пособия - Электрон. дан. - М. : МЦНМО, 2008. - 256 с. ? Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/9386>
7. Шклярский, Д.О. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Геометрия (планиметрия). [Электронный ресурс] : Учебные пособия / Д.О. Шклярский, Н.Н. Ченцов, И.М. Яглом. ? Электрон. дан. - М. : Физматлит, 2002. - 336 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/59259>
8. Шклярский, Д.О. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Геометрия (стереометрия). [Электронный ресурс] : Учебные пособия / Д.О. Шклярский, Н.Н. Ченцов, И.М. Яглом. ? Электрон. дан. ? М. : Физматлит, 2002. - 280 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/59260>



Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.03.07 Алгебраические методы решения  
геометрических задач

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2019

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.