

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Елабужский институт (филиал)  
Факультет математики и естественных наук



подписано электронно-цифровой подписью

## Программа дисциплины

Метод интегральных уравнений в теории краевых задач Б1.В.ДВ.07.02

Направление подготовки: 44.04.01 - Педагогическое образование

Профиль подготовки: Математическое образование

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: заочное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2019

**Автор(ы):** Миронов А.Н. , Миронова Л.Б.

**Рецензент(ы):** Анисимова Т.И.

### **СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Анисимова Т. И.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Учебно-методическая комиссия Елабужского института КФУ (Факультет математики и естественных наук):

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы высшего образования
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
  - 6.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы и форм контроля их освоения
  - 6.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания
  - 6.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы
  - 6.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций
7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
  - 7.1. Основная литература
  - 7.2. Дополнительная литература
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (доцент) Миронов А.Н. (Кафедра математики и прикладной информатики, Факультет математики и естественных наук), ANMironov@kpfu.ru ; доцент, к.н. (доцент) Миронова Л.Б. (Кафедра математики и прикладной информатики, Факультет математики и естественных наук), lbmironova@yandex.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Выпускник, освоивший дисциплину, должен обладать следующими компетенциями:

| Шифр компетенции | Расшифровка приобретаемой компетенции  |
|------------------|--|
| ОПК-8            | Способен проектировать педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний и результатов исследований |
| ПК-1             | Способен владеть основными положениями фундаментальных и прикладных разделов классической математики               |
| ПК-2             | Способен понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными разделами математики        |

Выпускник, освоивший дисциплину:

Должен знать:

- основные понятия, определения теории дифференциальных и интегральных уравнений,
- формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и естественнонаучных дисциплинах;

Должен уметь:

- доказывать утверждения теории интегральных и дифференциальных уравнений,
- строить решения интегральных уравнений,
- применять полученные навыки в других областях математического знания и естественнонаучных дисциплинах;

Должен владеть:

- аппаратом математического анализа,
- методами доказательства утверждений, навыками применения методов теории интегральных и дифференциальных уравнений в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания

Должен демонстрировать способность и готовность:

применять результаты освоения дисциплины в профессиональной деятельности.

### 2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы высшего образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.07.02 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 44.04.01 "Педагогическое образование (Математическое образование)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 1 курсе в 1, 2 семестрах.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных(ые) единиц(ы) на 216 часа(ов).

Контактная работа - 36 часа(ов), в том числе лекции - 16 часа(ов), практические занятия - 0 часа(ов), лабораторные работы - 20 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 167 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 13 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 1 семестре; экзамен во 2 семестре.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

| N  | Разделы дисциплины / модуля   | Семестр | Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах) |                      |                     | Самостоятельная работа |
|----|---|---------|--|----------------------|---------------------|------------------------|
|    |   |         | Лекции   | Практические занятия | Лабораторные работы |                        |
| 1. | Тема 1. Интегральные уравнения Фредгольма второго рода.             | 1       | 2  | 0                    | 2                   | 20                     |
| 2. | Тема 2. Уравнения с эрмитовыми ядрами.                              | 1       | 2  | 0                    | 2                   | 26                     |
| 3. | Тема 3. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. | 1       | 4  | 0                    | 6                   | 40                     |
| 4. | Тема 4. Краевые задачи для эллиптических уравнений.                 | 2       | 2  | 0                    | 2                   | 20                     |
| 5. | Тема 5. Теория потенциала.  | 2       | 2  | 0                    | 2                   | 40                     |
| 6. | Тема 6. Задачи Дирихле и Неймана.                                   | 2       | 4  | 0                    | 6                   | 21                     |
|    | Итого   |         | 16   | 0                    | 20                  | 167                    |

##### 4.2 Содержание дисциплины

###### Тема 1. Интегральные уравнения Фредгольма второго рода.

Интегральные уравнения с непрерывным ядром. Повторные ядра. Резольвента. Уравнения Вольтерра. Уравнения с полярным ядром.

Интегральные уравнения с вырожденным ядром. Теоремы Фредгольма для уравнений с вырожденным ядром. Теоремы Фредгольма для уравнений с непрерывным ядром. Следствия из теоремы Фредгольма. Теоремы Фредгольма для уравнений с полярным ядром.

###### Тема 2. Уравнения с эрмитовыми ядрами.

Интегральные уравнения с эрмитовым непрерывным ядром. Лемма Арчела. Интегральные уравнения с эрмитовым полярным ядром.

Теорема Гильберта-Шмидта для эрмитова непрерывного ядра. Билинейное разложение повторных ядер. Билинейное разложение эрмитова непрерывного ядра. Решение неоднородного уравнения с эрмитовым непрерывным ядром. Положительно определенные ядра. Распространение теории Гильберта-Шмидта на уравнения с эрмитовым полярным ядром. Теорема Ентча. Метод Келлога. Теорема Мерсера.

###### Тема 3. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Приведение линейных уравнений второго порядка к простейшим формам. Связь линейных однородных уравнений второго порядка с уравнениями Риккати. Интегрирование с помощью степенных рядов. Колеблющиеся решения. Теорема Штурма. Теорема сравнения. Краевые задачи. Задача Штурма-Лиувилля. Функция Грина. Сведение задачи Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению. Теорема Стеклова.

###### Тема 4. Краевые задачи для эллиптических уравнений.

Задача на собственные значения. Формулы Грина. Свойства собственных значений и собственных функций эллиптического дифференциального оператора. Сведение задачи Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению. Собственные значения и собственные функции задачи Штурма-Лиувилля. Цилиндрические функции. Гармонические функции. Свойства гармонических функций. Метод Фурье.

###### Тема 5. Теория потенциала.

Ньютонов или объемный потенциал. Физический смысл ньютонова потенциала. Поверхности Ляпунова. Свойства поверхностей Ляпунова. Потенциал простого слоя. Потенциал двойного слоя. Разрыв потенциала двойного слоя. Разрыв нормальной производной потенциала простого слоя.

Потенциалы на плоскости. Логарифмический потенциал.

###### Тема 6. Задачи Дирихле и Неймана.

Краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона в пространстве и на плоскости. Теоремы единственности. Сведение краевых задач к интегральным уравнениям Фредгольма. Исследование интегральных уравнений. Функция Грина задачи Дирихле. Функция Грина задачи Неймана. Построение функции Грина в явном виде. Формула Пуассона.

## 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301).

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Положение от 24 декабря 2015 г. № 0.1.1.67-06/265/15 "О порядке проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Положение № 0.1.1.67-06/241/15 от 14 декабря 2015 г. "О формировании фонда оценочных средств для проведения текущей, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Положение № 0.1.1.56-06/54/11 от 26 октября 2011 г. "Об электронных образовательных ресурсах федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Регламент № 0.1.1.67-06/66/16 от 30 марта 2016 г. "Разработки, регистрации, подготовки к использованию в учебном процессе и удаления электронных образовательных ресурсов в системе электронного обучения федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Регламент № 0.1.1.67-06/11/16 от 25 января 2016 г. "О балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Регламент № 0.1.1.67-06/91/13 от 21 июня 2013 г. "О порядке разработки и выпуска учебных изданий в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

## 6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

### 6.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы и форм контроля их освоения

| Этап             | Форма контроля              | Оцениваемые компетенции | Темы (разделы) дисциплины   |
|------------------|-----------------------------|-------------------------|---|
| <b>Семестр 1</b> |                             |                         |   |
|                  | <i>Текущий контроль</i>     |                         |   |
| 1                | Письменная работа           | ПК-1, ОПК-8, ПК-2       | 1. Интегральные уравнения Фредгольма второго рода.<br>2. Уравнения с эрмитовыми ядрами.<br>3. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. |
| 2                | Устный опрос                | ПК-2, ПК-1, ОПК-8       | 1. Интегральные уравнения Фредгольма второго рода.<br>2. Уравнения с эрмитовыми ядрами.<br>3. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. |
| 3                | Письменное домашнее задание | ПК-2, ПК-1, ОПК-8       | 1. Интегральные уравнения Фредгольма второго рода.<br>2. Уравнения с эрмитовыми ядрами.<br>3. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. |
|                  | <b>Зачет</b>                | ОПК-8, ПК-1, ПК-2       |   |
| <b>Семестр 2</b> |                             |                         |   |
|                  | <i>Текущий контроль</i>     |                         |   |
| 1                | Письменная работа           | ПК-2, ПК-1, ОПК-8       | 4. Краевые задачи для эллиптических уравнений.<br>5. Теория потенциала.<br>6. Задачи Дирихле и Неймана.   |

| Этап | Форма контроля              | Оцениваемые компетенции | Темы (разделы) дисциплины   |
|------|-----------------------------|-------------------------|---|
| 2    | Устный опрос                | ПК-2 , ПК-1 , ОПК-8     | 4. Краевые задачи для эллиптических уравнений.<br>5. Теория потенциала.<br>6. Задачи Дирихле и Неймана. |
| 3    | Письменное домашнее задание | ПК-2 , ПК-1 , ОПК-8     | 4. Краевые задачи для эллиптических уравнений.<br>5. Теория потенциала.<br>6. Задачи Дирихле и Неймана. |
|      | <b>Экзамен</b>              | ОПК-8, ПК-1, ПК-2       |   |

## 6.2 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

| Форма контроля              | Критерии оценивания  |   |  |  | Этап |
|-----------------------------|--|---|--|--|------|
|                             | Отлично  | Хорошо  | Удовл.   | Неуд.  |      |
| <b>Семестр 1</b>            |  |   |  |  |      |
| <b>Текущий контроль</b>     |  |   |  |  |      |
| Письменная работа           | Правильно выполнены все задания. Продemonстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.  | Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продemonстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.                | Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продemonстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.   | Задания выполнены менее чем наполовину. Продemonстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий. | 1    |
| Устный опрос                | В ответе качественно раскрыто содержание темы. Ответ хорошо структурирован. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продemonстрирован высокий уровень понимания материала. Превосходное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения. | Основные вопросы темы раскрыты. Структура ответа в целом адекватна теме. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продemonстрирован хороший уровень понимания материала. Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения. | Тема частично раскрыта. Ответ слабо структурирован. Понятийный аппарат освоен частично. Понимание отдельных положений из материала по теме. Удовлетворительное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения. | Тема не раскрыта. Понятийный аппарат освоен неудовлетворительно. Понимание материала фрагментарное или отсутствует. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.                  | 2    |
| Письменное домашнее задание | Правильно выполнены все задания. Продemonстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.  | Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продemonстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.                | Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продemonстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.   | Задания выполнены менее чем наполовину. Продemonстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий. | 3    |
|                             | <b>Зачтено</b>   |   | <b>Не зачтено</b>  |  |      |

| Форма контроля              | Критерии оценивания  |   |   |  | Этап |
|-----------------------------|--|---|---|--|------|
|                             | Отлично  | Хорошо  | Удовл.  | Неуд.  |      |
| <b>Зачет</b>                | Обучающийся обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой дисциплины.                           |   | Обучающийся обнаружил значительные пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий и не способен продолжить обучение или приступить по окончании университета к профессиональной деятельности без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине. |  |      |
| <b>Семестр 2</b>            |  |   |   |  |      |
| <b>Текущий контроль</b>     |  |   |   |  |      |
| Письменная работа           | Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.  | Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.                | Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.  | Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий. | 1    |
| Устный опрос                | В ответе качественно раскрыто содержание темы. Ответ хорошо структурирован. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован высокий уровень понимания материала. Превосходное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения. | Основные вопросы темы раскрыты. Структура ответа в целом адекватна теме. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован хороший уровень понимания материала. Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения. | Тема частично раскрыта. Ответ слабо структурирован. Понятийный аппарат освоен частично. Понимание отдельных положений из материала по теме. Удовлетворительное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.  | Тема не раскрыта. Понятийный аппарат освоен неудовлетворительно. Понимание материала фрагментарное или отсутствует. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.                  | 2    |
| Письменное домашнее задание | Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.  | Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.                | Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.  | Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий. | 3    |

| Форма контроля | Критерии оценивания   |   |   |   | Этап |
|----------------|---|---|---|---|------|
|                | Отлично   | Хорошо  | Удовл.  | Неуд.   |      |
| <b>Экзамен</b> | Обучающийся обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой дисциплины, усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала. | Обучающийся обнаружил полное знание учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные программой задания, усвоил основную литературу, рекомендованную программой дисциплины, показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности. | Обучающийся обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой дисциплины, допустил погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя. | Обучающийся обнаружил значительные пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий и не способен продолжить обучение или приступить по окончании университета к профессиональной деятельности без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине. |      |

**6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**Семестр 1**

**Текущий контроль**

**1. Письменная работа**

Темы 1, 2, 3

1. Найти резольвенту ядра  $K$  ( $K$ -заданный многочлен).
2. Выяснить, при каких значениях параметра разрешимо уравнение Фредгольма.
3. Найти характеристические числа и собственные значения ядра  $K$ .
4. Свести задачу Штурма-Лиувилля к эквивалентному уравнению Фредгольма.
5. Решить уравнение с вырожденным ядром.
6. Свести задачу Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению.
7. Свести задачу Коши к интегральному уравнению.
8. Вычислить резольвенту уравнения Вольтерра.
9. Решить интегральное уравнение путем сведения к дифференциальному.
10. Решить задачу Коши методом последовательных приближений.

**2. Устный опрос**

Темы 1, 2, 3

1. Метод последовательных приближений.
2. Теоремы Фредгольма.
3. Теорема Гильберта-Шмидта.
4. Решение неоднородного уравнения с эрмитовым непрерывным ядром.
5. Функция Грина.
6. Теорема Стеклова.
7. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям.
8. Метод Келлога.
9. Функция Грина.
10. Итерированные ядра.



### 3. Письменное домашнее задание

Темы 1, 2, 3

1. Найти резольвенту ядра  $K$  ( $K$ -заданный многочлен).
2. Выяснить, при каких значениях параметра разрешимо уравнение Фредгольма.
3. Найти характеристические числа и собственные значения ядра  $K$ .
4. Свести задачу Штурма-Лиувилля к эквивалентному уравнению Фредгольма.
5. Решить уравнение с вырожденным ядром.
6. Свести задачу Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению.
7. Свести задачу Коши к интегральному уравнению.
8. Вычислить резольвенту уравнения Вольтерра.
9. Решить интегральное уравнение путем сведения к дифференциальному.
10. Решить задачу Коши методом последовательных приближений.

#### Зачет

Вопросы к зачету:

1. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям.
2. Уравнения Фредгольма. Метод последовательных приближений.
3. Теоремы Фредгольма.
4. Теорема Гильберта-Шмидта.
5. Решение неоднородного уравнения с эрмитовым непрерывным ядром.
6. Теорема Ентча.
7. Теорема Мерсера.
8. Метод Келлога.
9. Функция Грина.
10. Теорема Стеклова.

### Семестр 2

#### Текущий контроль

##### 1. Письменная работа

Темы 4, 5, 6

1. Найти решение задачи Штурма-Лиувилля.
2. Найти функцию Грина задачи Дирихле в пространстве.
3. Найти функцию Грина задачи Неймана в пространстве.
4. Найти функцию Грина задачи Дирихле на плоскости.
5. Найти функцию Грина задачи Неймана на плоскости.
6. Построить решение задачи Дирихле в виде ряда.
7. Вычислить объемный потенциал для шара.
8. Вычислить потенциал простого слоя для сферы.
9. Построить решение смешанной задачи методом Фурье.
10. Свести уравнение второго порядка к уравнению Бесселя и найти его общее решение.
11. Вычислить интеграл, содержащий цилиндрическую функцию.
12. Построить решение краевой задачи в виде ряда Фурье-Бесселя.

##### 2. Устный опрос

Темы 4, 5, 6

1. Задача на собственные значения.
2. Формулы Грина.
3. Ортогональность функций Бесселя.
4. Рекуррентные соотношения для функций Бесселя.
5. Свойства корней функций Бесселя.
6. Свойства гармонических функций.
7. Физический смысл ньютонова потенциала.
8. Потенциалы простого и двойного слоя.
9. Разрыв потенциала двойного слоя.
10. Разрыв нормальной производной потенциала простого слоя.

##### 3. Письменное домашнее задание

Темы 4, 5, 6

1. Найти решение задачи Штурма-Лиувилля.
2. Найти функцию Грина задачи Дирихле в пространстве.
3. Найти функцию Грина задачи Неймана в пространстве.
4. Найти функцию Грина задачи Дирихле на плоскости.
5. Найти функцию Грина задачи Неймана на плоскости.
6. Построить решение задачи Дирихле в виде ряда.

7. Вычислить объемный потенциал для шара.
8. Вычислить потенциал простого слоя для сферы.
9. Построить решение смешанной задачи методом Фурье.
10. Свести уравнение второго порядка к уравнению Бесселя и найти его общее решение.
11. Вычислить интеграл, содержащий цилиндрическую функцию.
12. Построить решение краевой задачи в виде ряда Фурье-Бесселя.

#### Экзамен

Вопросы к экзамену:

1. Задача на собственные значения.
2. Формулы Грина.
3. Свойства собственных значений и собственных функций эллиптического дифференциального оператора.
4. Сведение задачи Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению.
5. Собственные значения и собственные функции задачи Штурма-Лиувилля.
6. Цилиндрические функции.
7. Свойства гармонических функций.
8. Ньютонов потенциал.
9. Поверхности Ляпунова.
10. Разрыв потенциала двойного слоя.
11. Разрыв нормальной производной потенциала простого слоя.
12. Сведение краевых задач к интегральным уравнениям Фредгольма.

#### 6.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

В КФУ действует балльно-рейтинговая система оценки знаний обучающихся. Суммарно по дисциплине (модулю) можно получить максимум 100 баллов за семестр, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов.

Для зачёта:

56 баллов и более - "зачтено".

55 баллов и менее - "не зачтено".

Для экзамена:

86 баллов и более - "отлично".

71-85 баллов - "хорошо".

56-70 баллов - "удовлетворительно".

55 баллов и менее - "неудовлетворительно".

| Форма контроля              | Процедура оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций  | Этап | Количество баллов |
|-----------------------------|--|------|-------------------|
| <b>Семестр 1</b>            |  |      |                   |
| <b>Текущий контроль</b>     |  |      |                   |
| Письменная работа           | Обучающиеся получают задание по освещению определённых теоретических вопросов или решению задач. Работа выполняется письменно и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.  | 1    | 15                |
| Устный опрос                | Устный опрос проводится на практических занятиях. Обучающиеся выступают с докладами, сообщениями, дополнениями, участвуют в дискуссии, отвечают на вопросы преподавателя. Оценивается уровень домашней подготовки по теме, способность системно и логично излагать материал, анализировать, формулировать собственную позицию, отвечать на дополнительные вопросы.                         | 2    | 15                |
| Письменное домашнее задание | Обучающиеся получают задание по освещению определённых теоретических вопросов или решению задач. Работа выполняется письменно дома и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.   | 3    | 20                |
| <b>Зачет</b>                | Зачёт нацелен на комплексную проверку освоения дисциплины. Обучающийся получает вопрос (вопросы) либо задание (задания) и время на подготовку. Зачёт проводится в устной, письменной или компьютерной форме. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий. |      | 50                |
| <b>Семестр 2</b>            |  |      |                   |

| Форма контроля              | Процедура оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций  | Этап | Количество баллов |
|-----------------------------|--|------|-------------------|
| <b>Текущий контроль</b>     |  |      |                   |
| Письменная работа           | Обучающиеся получают задание по освещению определённых теоретических вопросов или решению задач. Работа выполняется письменно и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.  | 1    | 15                |
| Устный опрос                | Устный опрос проводится на практических занятиях. Обучающиеся выступают с докладами, сообщениями, дополнениями, участвуют в дискуссии, отвечают на вопросы преподавателя. Оценивается уровень домашней подготовки по теме, способность системно и логично излагать материал, анализировать, формулировать собственную позицию, отвечать на дополнительные вопросы.   | 2    | 15                |
| Письменное домашнее задание | Обучающиеся получают задание по освещению определённых теоретических вопросов или решению задач. Работа выполняется письменно дома и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.   | 3    | 20                |
| <b>Экзамен</b>              | Экзамен нацелен на комплексную проверку освоения дисциплины. Экзамен проводится в устной или письменной форме по билетам, в которых содержатся вопросы (задания) по всем темам курса. Обучающемуся дается время на подготовку. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий. |      | 50                |

## 7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

### 7.1 Основная литература:

1. Сабитов К.Б. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: учебник. - М.: Физматлит, 2013. - 352 с. - URL: <https://e.lanbook.com/reader/book/59660/#1>
2. Ибрагимов, Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Классические и новые методы. Нелинейные математические модели. Симметрия и принципы инвариантности [Электронный ресурс] : учебник. - М. : Физматлит, 2012. - 332 с. - URL: <https://e.lanbook.com/reader/book/5268/#1>
3. Пантелеев, А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практический курс [Электронный ресурс] : учеб. пособие с мультимедиа сопровождением / А. В. Пантелеев, А. С. Якимова, К. А. Рыбаков. - М.: Логос, 2010. - 384 с. - URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=469288>
4. Бибииков, Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. / Ю.Н.Бибииков. - Изд-во 'Лань', 2011. - 304 с. URL: <https://e.lanbook.com/reader/book/1542/#2>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач: учебное пособие / В.М. Емельянов, Е.А. Рыбакина. - СПб.: Лань, 2016. - 216 с. - URL: <https://e.lanbook.com/reader/book/71748/#1>
2. Шершнев В. Г. Математический анализ: Учебное пособие / В.Г. Шершнев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 288 с. - URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=342089>
3. Шершнев В. Г. Математический анализ: сборник задач с решениями: Учебное пособие / В.Г. Шершнев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 164 с. - URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=342088>
4. Уравнения математической физики/ В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2000. - 400 с. - URL: <https://e.lanbook.com/reader/book/2363/#1>

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Мир математических уравнений - <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>  
 Общероссийский математический портал - <http://www.mathnet.ru>  
 Ресурс для студентов Math24 - <http://math24.ru/calculus-list.html>

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

| Вид работ                   | Методические рекомендации  |
|-----------------------------|--|
| лекции                      | Лекционные занятия проводятся с использованием интерактивных технологий и предполагают активное участие студентов. Для подготовки к занятиям рекомендуется выделять в материале проблемные вопросы, затрагиваемые преподавателем в лекции, и группировать информацию вокруг них. Желательно выделять в используемой литературе постановки вопросов, на которые разными авторам могут быть даны различные ответы. На основании постановки таких вопросов следует собирать аргументы в пользу различных вариантов решения поставленных проблем.  |
| лабораторные работы         | На занятиях студенты решают типовые задачи с использованием изученных методов. Работа на занятиях предполагает повторение теоретического материала, активное участие в совместном решении задач, отчеты по выполненной домашней работе. Устный опрос требует от преподавателя большой предварительной подготовки: тщательного отбора содержания, всестороннего продумывания вопросов, задач и примеров, которые будут предложены, путей активизации деятельности всех студентов группы в процессе проверки, создания на занятии деловой и доброжелательной обстановки. Для проверки и оценки письменных работ проводится анализ результатов их выполнения, выявляются типичные ошибки, причины, вызвавшие неудовлетворительные оценки. При большом количестве однотипных ошибок, свидетельствующих о недостаточном усвоении многими студентами того или иного раздела (темы), на занятии следует провести разбор плохо-усвоенного материала. |
| самостоятельная работа      | Для подготовки к занятиям рекомендуется выделять в материале проблемные вопросы, затрагиваемые преподавателем в лекции, и группировать информацию вокруг них. Желательно выделять в используемой литературе постановки вопросов, на которые разными авторам могут быть даны различные ответы. На основании постановки таких вопросов следует собирать аргументы в пользу различных вариантов решения поставленных проблем. В домашних заданиях студентам предлагается решать типовые задачи с использованием изученных методов. Требуется повторение теоретического материала, запрашиваются отчеты по выполненной домашней работе.  |
| письменная работа           | Для проверки и оценки письменных работ проводится анализ результатов их выполнения, выявляются типичные ошибки, причины, вызвавшие неудовлетворительные оценки. При большом количестве однотипных ошибок, свидетельствующих о недостаточном усвоении многими студентами того или иного раздела (темы), на занятии следует провести разбор плохо усвоенного материала.  |
| письменное домашнее задание | Для проверки и оценки письменных работ проводится анализ результатов их выполнения, выявляются типичные ошибки, причины, вызвавшие неудовлетворительные оценки. При большом количестве однотипных ошибок, свидетельствующих о недостаточном усвоении многими студентами того или иного раздела (темы), на занятии следует провести разбор плохо усвоенного материала.  |
| устный опрос                | Устный опрос требует от преподавателя большой предварительной подготовки: тщательного отбора содержания, всестороннего продумывания вопросов, задач и примеров, которые будут предложены, путей активизации деятельности всех студентов группы в процессе проверки, создания на занятии деловой и доброжелательной обстановки.   |
| зачет                       | Зачет по курсу проводится в виде опроса по билетам. При подготовке к зачету необходимо опираться на источники, которые разбирались на лекциях в течение семестра. Студент имеет право добрать недостающие для желаемой оценки баллы, решая дополнительные задачи и отвечая на дополнительные вопросы. На зачете учитывается работа студента в течение семестра.  |

| Вид работ | Методические рекомендации   |
|-----------|---|
| экзамен   | Экзамен по курсу проводится в виде опроса по билетам. При подготовке к экзамену необходимо опираться на источники, которые разбирались на лекциях в течение семестра. Студент имеет право добрать недостающие для желаемой оценки баллы, решая дополнительные задачи и отвечая на дополнительные вопросы. На экзамене учитывается работа студента в течение семестра. |

#### **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Освоение дисциплины "Метод интегральных уравнений в теории краевых задач" предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

#### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Освоение дисциплины "Метод интегральных уравнений в теории краевых задач" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

#### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;

- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 44.04.01 "Педагогическое образование" и магистерской программе Математическое образование .