

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

## Программа дисциплины

Дискретные и вероятностные модели вычислений Б1.В.02

Направление подготовки: 01.04.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Классические и квантовые методы обработки информации

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2019

Автор(ы): Гайнутдинова А.Ф. , Хадиева А.И.

Рецензент(ы): Аблаев Ф.М.

### СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Аблаев Ф. М.

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" 20\_\_ г.

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК № \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" 20\_\_ г.

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы высшего образования
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
  - 6.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы и форм контроля их освоения
  - 6.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания
  - 6.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы
  - 6.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций
7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
  - 7.1. Основная литература
  - 7.2. Дополнительная литература
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Программу дисциплины разработал(а)(и) заместитель директора по научной деятельности Гайнутдинова А.Ф. (Директорат Института ВМ и ИТ, Институт вычислительной математики и информационных технологий), Aida.Gainutdinova@kpfu.ru ; старший преподаватель, б/с Хадиева А.И. (кафедра технологий программирования, отделение фундаментальной информатики и информационных технологий), AllHadieva@kpfu.ru

## **1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Выпускник, освоивший дисциплину, должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2	Управление аналитическими работами и подразделением, управление инфраструктурой разработки и сопровождение требований к системам
ПК-3	Руководство проектированием программного обеспечения

Выпускник, освоивший дисциплину:

Должен знать:

назначение, определения различных дискретных и вероятностных моделей вычислений (машин Тьюринга, автоматов, схем из функциональных элементов); то, каким образом производится обработка входных слов и распознавание языков в данных моделях; различия между классами рекурсивных и рекурсивно-перечислимых языков; определения основных сложностных классов для детерминированных, недетерминированных и вероятностных машин Тьюринга (LSPACE, P, PSPACE, NP, EXPTIME, PP, BPP, RP, co-RP, ZPP); смысл понятий С-трудный и С-полный язык; различие между однородными и неоднородными вычислительными моделями;

Должен уметь:

ориентироваться в области сложности вычислений, и в том, где и как применяются знания из этой области.

Должен владеть:

приемами и методами доказательства принадлежности языков определенным классам сложности, методами доказательств соотношений между различными классами сложности,

методами полиномиальной сводимости задач, методами доказательства NP- полноты языков.

Должен демонстрировать способность и готовность:

готовность и способность применять полученные знания на практике.

## **2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы высшего образования**

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.02 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.04 "Прикладная математика (Классические и квантовые методы обработки информации)" и относится к вариативной части.

Осваивается на 1 курсе в 1 семестре.

## **3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) на 144 часа(ов).

Контактная работа - 36 часа(ов), в том числе лекции - 0 часа(ов), практические занятия - 0 часа(ов), лабораторные работы - 36 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 63 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 45 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 1 семестре.

## **4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

### **4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Вычислительные модели и их классификация. 1. Детерминированная машина Тьюринга. Тезис Черча. Классы сложности $Time(f(n))$ , $Space(f(n))$ .	1	0	0	6	10
2.	Тема 2. Конечный автомат. Класс $Reg$ .	1	0	0	4	8
3.	Тема 3. Недетерминированная машина Тьюринга. Класс $NP$ . Недетерминированный конечный автомат.	1	0	0	4	9
4.	Тема 4. Полиномиальная сводимость языков. $NP$ -полнота.	1	0	0	6	9
5.	Тема 5. Вероятностная машина Тьюринга. Вероятностный конечный автомат. Вероятностные классы сложности.	1	0	0	6	9
6.	Тема 6. Однородные и неоднородные вычислительные модели модели.	1	0	0	4	9
7.	Тема 7. Квантовая машина Тьюринга. Квантовые классы сложности.	1	0	0	6	9
	Итого		0	0	36	63

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Вычислительные модели и их классификация. Детерминированная машина Тьюринга. Тезис Черча. Классы сложности $Time(f(n))$ , $Space(f(n))$ .

В данной теме приводятся основные понятия и обозначения, используемые в курсе: алфавит, слова в алфавите, язык, дополнение языка, и т.д. Доказываются утверждения о мощности множества всех слов данного алфавита, мощности множества всех языков, заданных над данным алфавитом. Рассматривается метод диагонализации. Вычислительные модели как формализация понятия алгоритм. Приводится определение детерминированной машины Тьюринга, понятие распознавание слов, языков данной моделью. Тезис Черча, расширенный тезис Черча. Основные меры сложности: время и память и их определение для модели машины Тьюринга. Определение основных классов сложности  $Time(f(n))$ ,  $Space(f(n))$ . Доказательство теорем о соотношении классов сложности  $Time(f(n))$  и  $Space(f(n))$ . Теоремы о пространственной и временной иерархии. Определение на основе классов  $Time(f(n))$ ,  $Space(f(n))$  детерминированных классов сложности  $LSPACE$ ,  $P$ ,  $PSPACE$ ,  $EXPTIME$ . Соотношения между данными классами.

##### Тема 2. Конечный автомат. Класс $Reg$ .

Определение детерминированного конечного автомата. Определение класса  $Reg$ . Критерий регулярности языка. Примеры нерегулярных языков с обоснованием их нерегулярности. Сравнение моделей конечного автомата и машины Тьюринга с константной длиной рабочей ленты. Теоремы о соотношении классов сложности  $Reg$  и  $LogSPACE$ ,  $Reg$  и  $LoglogSpace$ . Доказательство.

##### Тема 3. Недетерминированная машина Тьюринга. Класс $NP$ . Недетерминированный конечный автомат.

Определение детерминированного конечного автомата. Определение класса  $Reg$ . Критерий регулярности языка. Примеры нерегулярных языков с обоснованием их нерегулярности. Сравнение моделей конечного автомата и машины Тьюринга с константной длиной рабочей ленты. Теоремы о соотношении классов сложности  $Reg$  и  $LogSPACE$ ,  $Reg$  и  $LoglogSpace$ . Доказательство.

##### Тема 4. Полиномиальная сводимость языков. $NP$ -полнота.

Понятие полиномиальной сводимости языков. Свойства полиномиальной сводимости. Примеры полиномиальной сводимости языков. Понятие полиномиальной эквивалентности. Свойства полиномиальной эквивалентности. Примеры полиномиально эквивалентных языков. Понятие  $NP$ -трудного и  $NP$ -полного языка. Методы доказательства  $NP$ -полноты языка. Примеры  $NP$ -полных языков с доказательством. Проблема соотношения классов  $P$  и  $NP$ . Ее значение для криптографии.

##### Тема 5. Вероятностная машина Тьюринга. Вероятностный конечный автомат. Вероятностные классы сложности.

Определение вероятностной машины Тьюринга. Принятие слов, различные критерии распознавания языков вероятностными машинами Тьюринга. Распознавание в ограниченной ошибкой, распознавание с неограниченной ошибкой, распознавание без ошибки, распознавание в односторонней ошибкой. Примеры вероятностной машины Тьюринга. Определение вероятностного конечного автомата. Критерии распознавания языков вероятностными конечными автоматами. Класс языков, распознаваемых вероятностными конечными автоматами с ограниченной ошибкой. Теорема Рабина с доказательством. Определение вероятностных классов сложности, определенных на основе модели вероятностной машины Тьюринга: RP, BPP, RP, co-RP, ZPP. Соотношение вероятностных классов сложности и их местоположение в иерархии сложностных классов.

### **Тема 6. Однородные и неоднородные вычислительные модели модели.**

Понятие однородной и неоднородной вычислительные модели. Схемы из функциональных элементов. Меры сложности модели схем из функциональных элементов. Машина Тьюринга с оракульной лентой. Однородные и неоднородные классы сложности. Класс сложности P/poly. Теорема о включении класса BPP в класс P/poly с доказательством.

### **Тема 7. Квантовая машина Тьюринга. Квантовые классы сложности.**

Определение квантовой машины Тьюринга. Принятие слов, различные критерии распознавания языков квантовыми машинами Тьюринга. Критерии распознавания языка: распознавание в ограниченной ошибкой, с неограниченной ошибкой, без ошибки, с односторонней ошибкой. Квантовый конечный автомат и его вычислительные способности. Определение квантовых классов сложности. Их местоположение в иерархии сложностных классов. Методы доказательства соотношения квантовых и классических классов сложности. Открытые проблемы и гипотезы.

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301).

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений".

Положение от 29 декабря 2018 г. № 0.1.1.67-08/328 "О порядке проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Положение № 0.1.1.67-06/241/15 от 14 декабря 2015 г. "О формировании фонда оценочных средств для проведения текущей, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"".

Положение № 0.1.1.56-06/54/11 от 26 октября 2011 г. "Об электронных образовательных ресурсах федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"".

Регламент № 0.1.1.67-06/66/16 от 30 марта 2016 г. "Разработки, регистрации, подготовки к использованию в учебном процессе и удаления электронных образовательных ресурсов в системе электронного обучения федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"".

Регламент № 0.1.1.67-06/11/16 от 25 января 2016 г. "О балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"".

Регламент № 0.1.1.67-06/91/13 от 21 июня 2013 г. "О порядке разработки и выпуска учебных изданий в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"".

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

### **6.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы и форм контроля их освоения**

Этап	Форма контроля	Оцениваемые компетенции	Темы (разделы) дисциплины
Этап	Форма контроля	Оцениваемые компетенции	Темы (разделы) дисциплины
<b>Семестр 1</b>			
	<b>Текущий контроль</b>		
1	Контрольная работа	ПК-4 , ПК-3 , ПК-2 , ПК-1	1. Вычислительные модели и их классификация. Детерминированная машина Тьюринга. Тезис Черча. Классы сложности $Time(f(n))$ , $Space(f(n))$ . 2. Конечный автомат. Класс $Reg$ . 3. Недетерминированная машина Тьюринга. Класс $NP$ . Недетерминированный конечный автомат. 4. Полиномиальная сводимость языков. $NP$ -полнота.
2	Устный опрос	ПК-4 , ПК-3 , ПК-2 , ПК-1	1. Вычислительные модели и их классификация. Детерминированная машина Тьюринга. Тезис Черча. Классы сложности $Time(f(n))$ , $Space(f(n))$ . 2. Конечный автомат. Класс $Reg$ . 3. Недетерминированная машина Тьюринга. Класс $NP$ . Недетерминированный конечный автомат. 4. Полиномиальная сводимость языков. $NP$ -полнота. 5. Вероятностная машина Тьюринга. Вероятностный конечный автомат. Вероятностные классы сложности. 6. Однородные и неоднородные вычислительные модели модели. 7. Квантовая машина Тьюринга. Квантовые классы сложности.
3	Реферат	ПК-4 , ПК-3 , ПК-2 , ПК-1	1. Вычислительные модели и их классификация. Детерминированная машина Тьюринга. Тезис Черча. Классы сложности $Time(f(n))$ , $Space(f(n))$ . 2. Конечный автомат. Класс $Reg$ . 3. Недетерминированная машина Тьюринга. Класс $NP$ . Недетерминированный конечный автомат. 4. Полиномиальная сводимость языков. $NP$ -полнота. 5. Вероятностная машина Тьюринга. Вероятностный конечный автомат. Вероятностные классы сложности. 6. Однородные и неоднородные вычислительные модели модели. 7. Квантовая машина Тьюринга. Квантовые классы сложности.

**6.2 Описание критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

Форма контроля	Критерии оценивания				Этап
	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неуд.	

**Семестр 1**

**Текущий контроль**

Контрольная работа	Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьёзные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	1
--------------------	---	---	---	--	---

Форма контроля	Критерии оценивания				Этап
	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неуд.	
Устный опрос	В ответе качественно раскрыто содержание темы. Ответ хорошо структурирован. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован высокий уровень понимания материала. Превосходное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	Основные вопросы темы раскрыты. Структура ответа в целом адекватна теме. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован хороший уровень понимания материала. Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	Тема частично раскрыта. Ответ слабо структурирован. Понятийный аппарат освоен частично. Понимание отдельных положений из материала по теме. Удовлетворительное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	Тема не раскрыта. Понятийный аппарат освоен неудовлетворительно. Понимание материала фрагментарное или отсутствует. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	2
Реферат	Тема раскрыта полностью. Продемонстрировано превосходное владение материалом. Использованы надлежащие источники в нужном количестве. Структура работы соответствует поставленным задачам. Степень самостоятельности работы высокая.	Тема в основном раскрыта. Продемонстрировано хорошее владение материалом. Использованы надлежащие источники. Структура работы в основном соответствует поставленным задачам. Степень самостоятельности работы средняя.	Тема раскрыта слабо. Продемонстрировано удовлетворительное владение материалом. Использованные источники и структура работы частично соответствуют поставленным задачам. Степень самостоятельности работы низкая.	Тема не раскрыта. Продемонстрировано неудовлетворительное владение материалом. Использованные источники недостаточны. Структура работы не соответствует поставленным задачам. Работа несамостоятельна.	3
Экзамен	Обучающийся обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой дисциплины, усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.	Обучающийся обнаружил полное знание учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные программой задания, усвоил основную литературу, рекомендованную программой дисциплины, показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.	Обучающийся обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой дисциплины, допустил погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.	Обучающийся обнаружил значительные пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий и не способен продолжить обучение или приступить по окончании университета к профессиональной деятельности без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.	

**6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**Семестр 1**

**Текущий контроль**

## 1. Контрольная работа

Темы 1, 2, 3, 4

Вариант 1.

1. Доказать собственное включение класса Reg в класс LogSpace.
2. Определить, является ли данный язык регулярным. Если да, построить конечный автомат, распознающий данный язык.
3. Показать полиномиальную сводимость между двумя заданными языками.

Вариант 2.

1. Как можно более точно определить класс сложности, которому принадлежит заданный язык.
2. Построить недетерминированный конечный для заданного языка. Оценить его сложность.
3. Доказать NP-полноту заданного языка.

Вариант 3.

1. Построить детерминированную машину Тьюринга, распознающую язык Palindrom.
2. По заданному недетерминированному конечному автомату построить детерминированный конечный автомат. Оценить его сложность.
3. Показать NP-трудность заданного языка.

## 2. Устный опрос

Темы 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

1. Приведите определение детерминированная машина Тьюринга. Каким образом эта модели распознает язык.
2. Сформулируйте тезис Черча и расширенный тезис Черча.
3. Какие меры сложности алгоритмов Вы знаете.
4. Как определяются меры сложности для модели машины Тьюринга.
5. Что такое класс сложности.
6. Какие классы сложности определяются на основе детерминированной машины Тьюринга.
7. Каковы основные соотношения между пространственными и временными классами сложности. Как они доказываются.
8. Как можно доказать включение одного класса сложности в другой. Приведите примеры.
9. Как можно доказать собственное включение одного класса сложности в другой. Приведите примеры.
10. Сформулируйте критерий регулярности языка. Приведите примеры регулярных и нерегулярных языков с обоснованием.
11. Приведите определение недетерминированной машины Тьюринга.
12. Каковы основные меры сложности для недетерминированной модели.
13. Каковы основные соотношения между недетерминированными пространственными и временными классами сложности. Как они доказываются.
14. Каковы основные соотношения между недетерминированными и детерминированными классами сложности. Как они доказываются.
15. Как определяется недетерминированный конечный автомат. Каким образом он распознает язык.
16. Как определяется сложность конечного автомата.
17. Что такое NP-полный и NP-трудный язык. В чем их различие.
18. Как соотносятся классы P и NP.
19. Приведите примеры NP-полных языков с обоснованием.
20. Как соотносятся вычислительная мощь детерминированного и недетерминированного конечного автомата.
21. Дайте определение вероятностной машины Тьюринга. Как она функционирует.
22. Какие Вы знаете критерии распознавания языков вероятностной машиной Тьюринга. В чем их отличие.
23. Какие вероятностные классы сложности Вы знаете.
24. Как соотносятся классы PP и NP. Как доказывается это соотношение.
25. Как соотносятся классы BPP и PP. Как доказывается это соотношение.
26. Как соотносятся классы BPP и P. Как доказывается это соотношение.
27. Как соотносятся классы PP и PSPACE. Как доказывается это соотношение.
28. Как соотносятся вероятностные и детерминированные пространственные классы сложности. Обоснуйте свой ответ.
29. Как определяется вероятностный конечный автомат.
30. Какой класс языков распознает с ограниченной ошибкой вероятностный конечный автомат. Обоснуйте свой ответ.
31. Что такое однородная вычислительная модель.
32. Приведите примеры однородных вычислительных моделей.
33. Что такое неоднородная вычислительная модель. Приведите примеры неоднородных вычислительных моделей.
34. Дайте определение модели схем из функциональных элементов.
35. Определите меры сложности схемы из функциональных элементов.

36. Что такое машина Тьюринга с оракульной лентой.
37. В чем различие между машиной Тьюринга с оракульной лентой и недетерминированной машиной Тьюринга.
38. Как соотносится модель машины Тьюринга с оракульной лентой и модель схем из функциональных элементов.
  
39. Какие методы построения схем из функциональных элементов Вы знаете.
40. Дайте определение квантовой машины Тьюринга.
41. Что такое квантовая суперпозиция.
42. Как квантовая машина Тьюринга распознает язык.
43. Какие критерии распознавания языков квантовыми машинами Тьюринга, в чем их разница.
44. Приведите определение один раз измеряющего квантового конечного автомата.
45. Какое множество языков распознают один раз измеряющие квантовые конечные автоматы.
46. Приведите определение много раз измеряющего квантового конечного автомата.
47. Какое множество языков распознают много раз измеряющие квантовые конечные автоматы.
48. Какие квантовые классы сложности Вы знаете. Каковы основные соотношения между квантовыми и классическими классами сложности.
49. Какие проблемы о соотношении классов сложности являются открытыми проблемами.

### **3. Реферат**

Темы 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

1. Однородные и неоднородные модели вычислений. Неоднородная машина Тьюринга. Сложностные свойства однородных и неоднородных вычислительных моделей, их соотношения.
2. Теория сложности и криптография.
3. Сравнительная сложность дискретных и вероятностных моделей вычислений. Эффективные вероятностные алгоритмы.
4. Квантовые вычислительные модели и квантовые классы сложности. Их сравнение с классическими классами.
5. Эффективные квантовые алгоритмы для решения практических важных задач. Современное состояние в данной области.
6. Односторонние и условно односторонние функции. Ассиметричная криптография. Безопасность криптографических протоколов, основанных на ассиметричном шифровании. Постквантовая криптография.
7. Квантовый компьютер IBM-Q. Доступные возможности. Инструкция по использованию сервиса. Новые разработки IBM в области квантовых вычислений.

### **Экзамен**

Вопросы к экзамену:

1. Алфавит, слова в алфавите, язык. Свойства: множество всех слов счетно; множество всех языков несчетно. Метод диагонализации. Вычислительные модели как формализация понятия алгоритм. Вычислительные задачи как языки. Пространственная и времененная сложность.
  
2. Детерминированная машина Тьюринга, распознавание слов, языков. Рекурсивные и рекурсивно-перечислимые языки. Теорема о рекурсивности языка.
  
3. Тезис Черча. Классы сложности  $Time(f(n))$ ,  $Space(f(n))$ . Теоремы о соотношении классов сложности  $Time(f(n))$  и  $Space(f(n))$ .
  
4. Основные детерминированные классы сложности  $LSPACE$ ,  $P$ ,  $PSPACE$ ,  $EXPTIME$ . Доказательство соотношений между ними. Примеры языков, принадлежащих классам  $LSPACE$ ,  $P$ ,  $PSPACE$ ,  $EXPTIME$ .
  
5. Определение конечного автомата. Теорема о соотношении классов сложности  $Reg$  и  $LSPACE$ . Свойства: язык  $MULT$  (умножение) принадлежит  $P$ , язык  $SAT$  принадлежит  $PSPACE$ .
  
6. Теоремы Хартманиса о пространственной и временной иерархии детерминированных классов сложности.
  
7. Недетерминированные машины Тьюринга, представление слов, распознавание языков недетерминированной машиной Тьюринга. Соотношения детерминированных и недетерминированных классов сложности (по времени и памяти).
  
8. Определение недетерминированного конечного автомата. Класс языков, распознаваемых недетерминированными конечными автоматами.
  
9. Класс сложности  $NP$ . Свойство:  $SAT$  принадлежит  $NP$ . Соотношение классов  $P$  и  $NP$ . Теорема о вхождении класса  $NP$  в  $PSPACE$ .
  
10. Понятие полиномиальной сводимости языков. Свойства полиномиальной сводимости. Примеры полиномиальной сводимости:  $PALINDROM \leq_p SAT$  и др.

11. Полиномиальная эквивалентность  $\equiv$  р языков. Свойства полиномиальной эквивалентности.
12. Понятие С-трудного и С-полного языка. NP-полный язык, Теорема: Пусть  $L$  принадлежит NPC. Тогда если  $L$  принадлежит P, то  $P=NP$ .
13. Доказательство NP-полноты. Теорема: язык K-NP-полный язык. Теорема: SAT - NP-полный язык.
14. Доказательство NP-полноты языка методом сведения на примере доказательства NP-полноты языка ?Independent Set? (Независимое множество вершин в графе).
15. Классы сложностей-дополнений. Свойства  $Reg=co-Reg$ ,  $LSPACE=co-LSPACE$ ,  $PSPACE=co-PSPACE$ ,  $P=co-P$ ,  $EXPTIME=co-EXPTIME$ .
16. Соотношения недетерминированных классов и их дополнений.
17. Вероятностная машина Тьюринга. Принятие слов, критерии распознавания языков вероятностными машинами Тьюринга. Класс сложности RP. Теорема о соотношении классов сложности P, RP, PSPACE. Теорема о вхождении класса NP в RP.
18. Распознавание языков с изолированной ошибкой. Класс сложности BPP. Соотношение классов сложности P, RP, BPP.
19. Увеличение вероятности правильного результата для классов BPP, RP.
20. Соотношения детерминированных и вероятностных классов сложности.
21. Распознавание языка ZEROP (Равенства нулю полиномов) вероятностными машинами Тьюринга. Распознавание языка проверки существования совершенного паросочетания в двудольном графе.
22. Вероятностные классы сложности RP, co-RP. Увеличение вероятности правильного результата для этих классов. Соотношения классов сложности RP, co=RP, BPP.
23. Вероятностный класс сложности ZPP. Соотношение с другими классами сложности.
24. Вероятностный конечный автомат. Класс языков, распознаваемых вероятностными конечными автоматами.
25. Однородные и неоднородные модели. Класс сложности P/poly. Соотношение классов P/poly, P, NP, RP, PSPACE. Теорема о распознавания нерекурсивного языка.
26. Однородные и неоднородные модели. Класс сложности P/poly. Соотношение классов BPP и P/poly.
27. Основные понятия квантовых вычислений: квантовый бит, квантовое состояние, квантовое преобразование, квантовое изменение. Определение квантовой машины Тьюринга. Сравнение квантовой машины Тьюринга с детерминированной, недетерминированной, вероятностной машиной Тьюринга.
28. Квантовая машина Тьюринга. Квантовые классы сложности. Иерархия классов сложности.

#### **6.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

В КФУ действует балльно-рейтинговая система оценки знаний обучающихся. Суммарно по дисциплине (модулю) можно получить максимум 100 баллов за семестр, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов.

Для зачёта:

56 баллов и более - "зачтено".

55 баллов и менее - "не зачтено".

Для экзамена:

86 баллов и более - "отлично".

71-85 баллов - "хорошо".

56-70 баллов - "удовлетворительно".

55 баллов и менее - "неудовлетворительно".

Форма контроля	Процедура оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	Этап	Количество баллов
Форма контроля	Процедура оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	Этап	Количество баллов
<b>Семестр 1</b>			
<b>Текущий контроль</b>			
Контрольная работа	Контрольная работа проводится в часы аудиторной работы. Обучающиеся получают задания для проверки усвоения пройденного материала. Работа выполняется в письменном виде и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.	1	15
Устный опрос	Устный опрос проводится на практических занятиях. Обучающиеся выступают с докладами, сообщениями, дополнениями, участвуют в дискуссии, отвечают на вопросы преподавателя. Оценивается уровень домашней подготовки по теме, способность системно и логично излагать материал, анализировать, формулировать собственную позицию, отвечать на дополнительные вопросы.	2	15
Реферат	Обучающиеся самостоятельно пишут работу на заданную тему и сдают преподавателю в письменном виде. В работе производится обзор материала в определённой тематической области либо предлагается собственное решение определённой теоретической или практической проблемы. Оцениваются проработка источников, изложение материала, формулировка выводов, соблюдение требований к структуре и оформлению работы, своевременность выполнения. В случае публичной защиты реферата оцениваются также ораторские способности.	3	20
Экзамен	Экзамен нацелен на комплексную проверку освоения дисциплины. Экзамен проводится в устной или письменной форме по билетам, в которых содержатся вопросы (задания) по всем темам курса. Обучающемуся даётся время на подготовку. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.		50

## **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

### **7.1 Основная литература:**

Шевелев, Ю.П. Дискретная математика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Ю.П. Шевелев. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2016. - 592 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/71772>

Марченков С.С, Основы теории булевых функций [Электронный ресурс] / Марченков С.С - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 136 с. - ISBN 978-5-9221-1562-9 - Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922115629.html>

Шоломов, Л.А. Основы теории дискретных логических и вычислительных устройств. [Электронный ресурс] - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2011. - 432 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/1556>

### **7.2. Дополнительная литература:**

Аблаев Ф. М., Васильев А. В. Классические и квантовые ветвящиеся программы [Текст: электронный ресурс] / Аблаев Ф. М., Васильев А. В. - Электронные данные (1 файл: 0,5 Мб) . - (Казань : Казанский государственный университет, 2010) . - Загл. с экрана . - Режим доступа: открытый . URL: [http://libweb.kpfu.ru/ebooks/09-IVMIT/09\\_62\\_2010\\_000088.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/09-IVMIT/09_62_2010_000088.pdf)

Мальцев, И.А. Дискретная математика. [Электронный ресурс] - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2011. - 304 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/638>

Асанов, М.О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. [Электронный ресурс] / М.О. Асанов, В.А. Баранский, В.В. Расин. - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2010. - 368 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/536>

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Интернет-портал образовательных ресурсов КФУ - <http://www.kfu-elearning.ru/>

Интернет-портал образовательных ресурсов по IT - <http://algolist.manual.ru>

Интернет-портал ресурсов по математическим наукам - <http://www.math.ru/>

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Вид работ	Методические рекомендации
лабораторные работы	Во время занятий студенты должны сосредоточить внимание на рассматриваемом материале. Основные положения, важные определения и теоретические положения необходимо записывать. Конспектирование предлагаемого преподавателем материала вырабатывает у студентов навыки самостоятельного отбора и анализа необходимой для них информации, умение более сжато и четко записывать услышанное. Необходимо добиваться полного понимания излагаемого на занятии материала. В случае возникновения неясностей или недопонимания, необходимо задавать вопросы преподавателю. Особое внимание следует уделить выполнению заданий и упражнений, предлагаемых преподавателем, которые служат закреплению усвоения рассматриваемой темы. Выполнение примеров помогает добиться правильного понимания материала. Конспекты могут служить необходимым вспомогательным материалом в процессе подготовки к зачету.
самостоятельная работа	Изучение данной дисциплины предусматривает систематическую самостоятельную работу студентов над дополнительными материалами; развитие навыков самоконтроля, способствующих интенсификации учебного процесса. Изучение лекционного материала по конспекту лекций должно сопровождаться изучением рекомендуемой литературы, основной и дополнительной. Основной целью организации самостоятельной работы студентов является систематизация и активизация знаний, полученных ими на лекциях и в процессе подготовки к практическим занятиям. Студентам следует стремиться к активизации знаний на занятиях и по другим общематематическим дисциплинам. Самостоятельная работа по изучению курса 'Дискретные и вероятностные модели вычислений' предполагает внеаудиторную работу, которая включает: 1. Просмотр записей курса, повторение и закрепление материала. 2. Выполнение упражнений, предложенных для самостоятельного решения. 3. Изучение вопросов, оставленных на самостоятельное изучение. 4. Подготовку к зачету.
устный опрос	При подготовке к устному опросу, проводимому на занятиях, необходимо воспользоваться конспектом лекций, сделанным на занятиях. Также необходимо использовать литературу из списка рекомендованной и, при необходимости, дополнительной литературы из списка рекомендованной. Необходимо осуществлять подготовку к каждому занятию с тем, чтобы быть готовым к восприятию нового материала.
контрольная работа	При подготовке к контрольной работе необходимо еще раз вернуться к тем упражнениям и примерам, которые рассматривались на занятиях и предлагались для самостоятельного решения дома. Также необходимо еще раз рассмотреть методы доказательства основных утверждений, добиваясь их правильного понимания. При необходимости воспользоваться литературой из списка рекомендованной.
реферат	При подготовке реферата необходимо осуществить поиск литературы, относящейся к теме реферата. Следует не отклоняться от предложенной темы, добиваясь наиболее полного ее раскрытия. Реферат должен быть оформлен в печатном виде, содержать титульный лист, оглавление, введение, в котором обрисовывается область исследования, основную часть, заключение, список использованной литературы, оформленный по ГОСТу. Объем реферата должен составлять не менее 10 листов, межстрочный интервал 1.5, шрифт 14 Times New Roman. Содержимое должно пройти проверку на антиплагиат.
экзамен	Процесс подготовки к экзамену имеет целью систематизацию знаний, полученных в течение семестра при изучении данного курса. При подготовке к экзамену магистрант должен воспользоваться конспектами лекций, сделанных им в течении семестра. В случае недостаточно хорошего изложения материала в лекциях, в случае вопросов и недопонимания отдельных моментов, а также при рассмотрении тем, вынесенных на самостоятельную работу студента, необходимо воспользоваться литературой из списка основной и дополнительной литературы. Особо важным этапом является резюме прочитанного теоретического источника, так как это является важным условием подготовки к экзамену. Также необходимо еще раз вернуться к тем примерам и упражнениям, которые рассматривались на занятиях, а также предлагались для самостоятельного выполнения. В результате подготовки к экзамену студент должен иметь не обрывочные знания по отдельным темам курса, а обладать полной картиной, в которой отдельные темы разделы связаны друг с другом.

#### 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Освоение дисциплины "Дискретные и вероятностные модели вычислений" предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows Professional 7 Russian

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 2010 Professional Plus Russian

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

## **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Освоение дисциплины "Дискретные и вероятностные модели вычислений" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;

- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи;
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.04 "Прикладная математика" и магистерской программе "Классические и квантовые методы обработки информации".