

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**

Дополнительные главы математического анализа Б2.В.4

Направление подготовки: 090900.62 - Информационная безопасность

Профиль подготовки: Математические и программные средства защиты информации

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Турилова Е.А.

**Рецензент(ы):**

Андрианова А.А.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 9163514

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Турилова Е.А. кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики ,  
Ekaterina.Turilova@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Дополнительные главы математического анализа является продолжением курса "Математический анализ". В рамках этого курса предполагается рассмотреть такие его разделы, как интегрирование функции одной переменной, евклидово пространство , числовые ряды.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б2.В.4 Общепрофессиональный" основной образовательной программы 090900.62 Информационная безопасность и относится к вариативной части. Осваивается на 1, 2 курсах, 2, 3 семестры.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Читается на 1 и 2 курсах в 2 и 3 семестрах для студентов обучающихся по направлению "Информационная безопасность".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-11 (общекультурные компетенции)	способность к саморазвитию, самореализации, приобретению новых знаний, повышению своей квалификации и мастерства
ОК-12 (общекультурные компетенции)	способность критически оценивать свои достоинства и недостатки, определять пути и выбрать средства развития достоинств и устранения недостатков
ОК-8 (общекультурные компетенции)	способность к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения, владеть культурой мышления
ОК-9 (общекультурные компетенции)	способность логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, публично представлять собственные и известные научные результаты, вести дискуссию
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность использовать основные естественнонаучные законы, применять математический аппарат в профессиональной деятельности, выявлять сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности
ПК-19 (профессиональные компетенции)	способность составить обзор по вопросам обеспечения информационной безопасности по профилю своей деятельности
ПК-20 (профессиональные компетенции)	способность применять методы анализа изучаемых явлений, процессов и проектных решений

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-8 (профессиональные компетенции)	способность определить виды и формы информации, подтвержденной угрозами, виды и возможные методы и пути реализации угроз на основе анализа структуры и содержания информационных процессов предприятия, целей и задач деятельности предприятий

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- понятия математического анализа: определенный интеграл, функция многих переменных, числовые и функциональные ряды

2. должен уметь:

- вычислять частные производные функции многих переменных  
- определять сходимость числовых рядов  
- находить экстремум функций многих переменных

3. должен владеть:

- теоретическими знаниями по теории евклидова пространства, теории числовых рядов  
- навыками вычисления неопределенных и определенных интегралов; дифференцирования и нахождения экстремумов функции многих переменных, исследования сходимости числовых рядов

4. должен демонстрировать способность и готовность:

- использовать полученные знания в своей профессиональной деятельности

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 10 зачетных(ые) единиц(ы) 360 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет и экзамен во 2 семестре; зачет и экзамен в 3 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Неопределенный интеграл	2	1-3	0	0	10	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Определенный интеграл Римана и его свойства	2	4-5	8	0	0	домашнее задание
3.	Тема 3. Интеграл Римана как функция верхнего предела	2	6-7	3	0	6	домашнее задание
4.	Тема 4. Геометрические приложения интеграла Римана	2	8-9	3	0	6	домашнее задание
5.	Тема 5. Несобственные интегралы	2	10-11	4	0	6	домашнее задание контрольная работа
6.	Тема 6. Евклидово пространство	2	12	4	0	0	домашнее задание
7.	Тема 7. Предел и непрерывность в евклидовом пространстве	2	13-14	4	0	4	домашнее задание
8.	Тема 8. Дифференцируемость и частные производные	2	15-16	7	0	14	домашнее задание
9.	Тема 9. Экстремумы функций многих переменных	2	17-18	3	0	8	домашнее задание контрольная работа
10.	Тема 10. Числовые ряды	3		5	0	8	домашнее задание
11.	Тема 11. Функциональные последовательности	3		3	0	3	домашнее задание
12.	Тема 12. Функциональные ряды	3		3	0	4	домашнее задание
13.	Тема 13. Степенные ряды	3		4	0	7	контрольная работа домашнее задание
14.	Тема 14. Мера Жордана	3		5	0	0	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
15.	Тема 15. Кратные интегралы	3		6	0	12	домашнее задание
16.	Тема 16. Криволинейные и поверхностные интегралы	3		6	0	12	домашнее задание
17.	Тема 17. Ряды Фурье: основные понятия	3		4	0	8	контрольная работа домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	зачет экзамен
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	зачет экзамен
	Итого			72	0	108	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Неопределенный интеграл

#### *лабораторная работа (10 часа(ов)):*

Вычисление интегралов от функций различных типов.

### Тема 2. Определенный интеграл Римана и его свойства

#### *лекционное занятие (8 часа(ов)):*

Определения, необходимое условие интегрируемости, интегральные суммы Дарбу, их свойства, критерий интегрируемости, арифметические свойства, свойства интеграла, связанные с неравенствами, теорема о среднем, интегрируемость непрерывных и монотонных функций

### Тема 3. Интеграл Римана как функция верхнего предела

#### *лекционное занятие (3 часа(ов)):*

Интеграл с переменным верхним пределом, его непрерывность и дифференцируемость, существование первообразной, формула Ньютона-Лейбница, замена переменной, интегрирование по частям

#### *лабораторная работа (6 часа(ов)):*

вычисление определенных интегралов

### Тема 4. Геометрические приложения интеграла Римана

#### *лекционное занятие (3 часа(ов)):*

Площадь криволинейной трапеции в различных системах координат, длина дуги плоской кривой, объем и площадь поверхности тел вращения

#### *лабораторная работа (6 часа(ов)):*

Вычисление площади криволинейной трапеции, длины дуги и объема

### Тема 5. Несобственные интегралы

#### *лекционное занятие (4 часа(ов)):*

понятие несобственного интеграла двух типов, сходимость несобственного интеграла, критерий Коши, признаки сходимости

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Исследование несобственного интеграла на сходимость по определению и с помощью признаков сравнения

**Тема 6. Евклидово пространство**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Основные понятия евклидова пространства, скалярное произведение, последовательности и их сходимость, связь с покомпонентной сходимостью, теорема Больцано-Вейерштрасса, открытые и замкнутые множества, их характеристика, компактные множества, критерий компактности

**Тема 7. Предел и непрерывность в евклидовом пространстве**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Пределы отображений в точке, непрерывность отображений, свойства непрерывных отображений на компактных множествах

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

вычисление пределов отображений, исследование на непрерывность

**Тема 8. Дифференцируемость и частные производные**

**лекционное занятие (7 часа(ов)):**

Частные производные и дифференцируемость в евклидовых пространствах, определения, условия дифференцируемости, дифференцируемость сложной функции, дифференциал и его свойства, формула конечных приращений, производные и дифференциалы высших порядков

**лабораторная работа (14 часа(ов)):**

Нахождение частных производных и дифференциалов, случай неявных функций, заданных одним или несколькими уравнениями, дифференцирование сложных отображений, замена переменных

**Тема 9. Экстремумы функций многих переменных**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Экстремумы функций многих переменных, необходимое условие существования экстремума, формула Тейлора, достаточные условия существования экстремума

**лабораторная работа (8 часа(ов)):**

Решение задач на нахождение экстремума функций многих переменных

**Тема 10. Числовые ряды**

**лекционное занятие (5 часа(ов)):**

Числовые ряды: определение, арифметические свойства, критерий Коши, необходимое условие сходимости. Ряд Лейбница. Признаки сходимости знакопостоянных рядов. Абсолютно сходящиеся ряды. Признаки Абеля и Дирихле. Связь несобственных интегралов с рядами. Интегральный признак сходимости ряда.

**лабораторная работа (8 часа(ов)):**

Исследование числовых рядов от знакопостоянных функций на сходимость, исследование на абсолютную сходимость, исследование на условную сходимость

**Тема 11. Функциональные последовательности**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Понятие функциональной последовательности, равномерная и по-точечная сходимость, критерий равномерной сходимости, свойства равномерно сходящихся последовательностей

**лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Исследование функциональных последовательностей на равномерную сходимость

**Тема 12. Функциональные ряды**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Равномерная сходимость функциональных рядов: критерий Коши, признак Вейерштрасса, признаки Дирихле и Абеля. Операции над функциональными рядами.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Исследование функциональных рядов на равномерную сходимость, действия с функциональными рядами

**Тема 13. Степенные ряды**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Степенные ряды: первая теорема Абеля, следствие; теорема о существовании радиуса сходимости степенного ряда; теорема Коши-Адамара; свойства степенных рядов; вторая теорема Абеля; интегрирование и дифференцирование степенного ряда.

**лабораторная работа (7 часа(ов)):**

Нахождение радиуса сходимости степенного ряда, нахождение области сходимости, действия со степенными рядами, разложение функций в степенной ряд

**Тема 14. Мера Жордана**

**лекционное занятие (5 часа(ов)):**

Элементарные множества и их свойства. Мера на классе элементарных множеств: корректность, свойства. Измеримые по Жордану множества. Множества жордановой меры нуль, их свойства. Критерий измеримости по Жордану. Свойства измеримых по Жордану множеств, измеримость криволинейной трапеции.

**Тема 15. Кратные интегралы**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Определение кратного интеграла. . Связь между интегрируемостью и ограниченностью. Критерии интегрируемости. Свойства кратного интеграла (арифметические, связанные с неравенствами, аддитивность). Теорема о среднем. Связь кратного интеграла с повторным. Теорема о замене переменных в кратном интеграле. Геометрические приложения .

**лабораторная работа (12 часа(ов)):**

Расстановка пределов и смена порядка интегрирования, замена переменных, переход к полярным и сферическим координатам. Вычисление кратных интегралов, Вычисление объемов и площадей с помощью кратных интегралов.

**Тема 16. Криволинейные и поверхностные интегралы**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Гладкие кривые. Криволинейный интеграл первого и второго рода:определение, свойства. Потенциальные поля. Формула Грина. Понятие поверхностного интеграла первого и второго рода

**лабораторная работа (12 часа(ов)):**

Вычисление криволинейных интегралов первого и второго рода, вычисление поверхностных интегралов первого и второго рода, их приложения

**Тема 17. Ряды Фурье: основные понятия**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Ряды Фурье в унитарных пространствах: основные понятия. Тригонометрический ряд Фурье

**лабораторная работа (8 часа(ов)):**

Разложение функций в тригонометрический ряд Фурье.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Неопределенный интеграл	2	1-3	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Определенный интеграл Римана и его свойства	2	4-5	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
3.	Тема 3. Интеграл Римана как функция верхнего предела	2	6-7	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
4.	Тема 4. Геометрические приложения интеграла Римана	2	8-9	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
5.	Тема 5. Несобственные интегралы	2	10-11	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
6.	Тема 6. Евклидово пространство	2	12	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
7.	Тема 7. Предел и непрерывность в евклидовом пространстве	2	13-14	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
8.	Тема 8. Дифференцируемость и частные производные	2	15-16	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
9.	Тема 9. Экстремумы функций многих переменных	2	17-18	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
10.	Тема 10. Числовые ряды	3		подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
11.	Тема 11. Функциональные последовательности	3		подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
12.	Тема 12. Функциональные ряды	3		подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
13.	Тема 13. Степенные ряды	3		подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	3	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
14.	Тема 14. Мера Жордана	3		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
15.	Тема 15. Кратные интегралы	3		подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
16.	Тема 16. Криволинейные и поверхностные интегралы	3		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
17.	Тема 17. Ряды Фурье: основные понятия	3		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
	Итого				108	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных и практических занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. При этом конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи экзамена и зачета минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины "Математический анализ II" на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы. Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену и зачету. При подготовке к сдаче экзамена и зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену и зачету, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Неопределенный интеграл

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление неопределенных интегралов от различных типов функций

### Тема 2. Определенный интеграл Римана и его свойства

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение теоретических задач, связанных с интегралом Римана

### **Тема 3. Интеграл Римана как функция верхнего предела**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление интеграла по формуле Ньютона-Лейбница

### **Тема 4. Геометрические приложения интеграла Римана**

домашнее задание , примерные вопросы:

Нахождение площади криволинейной трапеции, длины дуги и объема

### **Тема 5. Несобственные интегралы**

домашнее задание , примерные вопросы:

Исследование несобственных интегралов на сходимость

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Вычисление интеграла от иррациональной функции 2. Вычисление интеграла от тригонометрической функции 3. Вычисление интеграла от трансцендентной функции 4. Вычисление площади криволинейной трапеции 5. Вычисление длины дуги или объема 6. Исследование несобственного интеграла на сходимость

### **Тема 6. Евклидово пространство**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение теоретических задач, связанных с евклидовыми пространствами

### **Тема 7. Предел и непрерывность в евклидовом пространстве**

домашнее задание , примерные вопросы:

Нахождение пределов от отображений в евклидовых пространствах, исследование на непрерывность

### **Тема 8. Дифференцируемость и частные производные**

домашнее задание , примерные вопросы:

Нахождение частных производных и дифференциалов в различных случаях

### **Тема 9. Экстремумы функций многих переменных**

домашнее задание , примерные вопросы:

Исследование функций многих переменных на экстремум

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Нахождение частных производных 2. Частные производные неявных функций 3. Замена переменных в выражениях, содержащих частные производные 4. Нахождение экстремумов

### **Тема 10. Числовые ряды**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление суммы числового ряда по определению. Исследование знакопостоянных и знакопеременных числовых рядов на сходимость.

### **Тема 11. Функциональные последовательности**

домашнее задание , примерные вопросы:

Исследование на равномерную сходимость функциональных последовательностей.

### **Тема 12. Функциональные ряды**

домашнее задание , примерные вопросы:

Исследование на равномерную сходимость функциональных рядов

### **Тема 13. Степенные ряды**

домашнее задание , примерные вопросы:

Нахождение области сходимости степенного ряда, разложение функций в степенной ряд

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Исследовать числовой знакопостоянный ряд на сходимость. 2. Исследование числового ряда на абсолютную и условную сходимость. 3. Исследование на равномерную сходимость функциональной последовательности. 4. Исследование на равномерную сходимость функционального ряда. 5. Нахождение области сходимости степенного ряда. 6. Разложение функции в степенной ряд

#### **Тема 14. Мера Жордана**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение теоретических задач на измеримость множеств по Жордану

#### **Тема 15. Кратные интегралы**

домашнее задание , примерные вопросы:

Расстановка пределов и смена порядка интегрирования в двойных и тройных интегралах, замена переменных, переход к полярным и сферическим координатам. Вычисление кратных интегралов, Вычисление объемов и площадей с помощью двойных и тройных интегралов.

#### **Тема 16. Криволинейные и поверхностные интегралы**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление криволинейных интегралов первого и второго рода, вычисление поверхностных интегралов первого и второго рода.

#### **Тема 17. Ряды Фурье: основные понятия**

домашнее задание , примерные вопросы:

Разложение функций в тригонометрический ряд Фурье

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Смена порядка интегрирования в двойном интеграле 2. Вычисление объема с помощью двойного интеграла 3. Вычисление объема с помощью тройного интеграла 4. Вычисление криволинейного интеграла 5. Вычисление поверхностного интеграла

#### **Тема . Итоговая форма контроля**

#### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

Программа экзамена 2 семестра.

Понятие первообразной и ее свойства.

Задача, приводящие к понятию интеграла Римана. Определения интеграла Римана (на языке последовательностей, на языке " $\epsilon - \delta$ "). Необходимое условие интегрируемости функции.

Множества лебеговой меры нуль и их свойства. Теорема Лебега (формулировка).

Интегрируемость монотонной функции. Свойства интеграла Римана: линейность,

интегрируемость произведения и модуля. Свойство аддитивности интеграла Римана

относительно области интегрирования. Свойства интеграла, связанные с неравенствами.

Теорема о среднем. Свойство непрерывности интеграла как функции своего верхнего

предела. Теорема о существовании первообразной. Формула Ньютона-Лейбница. Формула

интегрирования по частям и замена переменной в интеграле Римана. Верхний и нижний интегралы Дарбу и их свойства. Критерий Дарбу интегрируемости функций. Интегрируемость непрерывной функции. Геометрические приложения интеграла Римана.

Несобственные интегралы: определение, свойства, критерий Коши, формула

Ньютона-Лейбница. Интегралы от неотрицательных функций: признаки сравнения. Абсолютно сходящиеся интегралы. Признаки Дирихле и Абеля.

Евклидовы пространства (основные понятия). Топология евклидова пространства.

Компактные множества в евклидовых пространствах. Критерий компактности, теорема

Вейерштрасса. Векторные последовательности. Характеризация замкнутых множеств и

предельных точек в терминах последовательностей. Теорема Больцано-Вейерштрасса.

Предел отображения в точке, равносильность определений, свойства. Непрерывные

отображения. Свойства непрерывных функций на компактных множествах: ограниченность и равномерная непрерывность, достижение точных граней, достижение промежуточных значений.

Линейные отображения в евклидовых пространствах и их представление матрицей. Обратимые линейные отображения. Норма линейного отображения и ее свойства. Касательное отображение и его свойства: однозначность, непрерывность дифференцируемого отображения, дифференцируемость сложной функции. Частные производные. Матрица Якоби, формула полной производной. Арифметические свойства функций многих переменных. Условия дифференцируемости отображений. Касательная плоскость. Непрерывно дифференцируемые отображения. Непрерывные вектор-функции. Интеграл от непрерывной вектор-функции. Необходимое условие локального экстремума. Оценочная формула Лагранжа. Частные производные высших порядков. Теорема о независимости частных производных от порядка дифференцирования. Достаточные условия локального экстремума.

Примерные вопросы к экзамену 3 семестра:

Числовые ряды: определение, арифметические свойства, критерий Коши, необходимое условие сходимости. Ряд Лейбница. Признаки сходимости знакопостоянных рядов: признаки сравнения, признак Даламбера, радикальный признак Коши, признак Раабе. Абсолютно сходящиеся ряды. Признаки Абеля и Дирихле. Связь несобственных интегралов с рядами. Интегральный признак сходимости ряда.

Равномерная сходимость функциональных последовательностей, критерий равномерной сходимости, непрерывность предельной функции. Равномерная сходимость функциональных рядов: критерий Коши, признак Вейерштрасса, признаки Дирихле и Абеля. Операции над функциональными рядами. Степенные ряды: первая теорема Абеля, формулы для нахождения радиуса сходимости. Вторая теорема Абеля. Дифференцирование степенного ряда. Ряд Тейлора.

Элементарные множества и их свойства. Мера на классе элементарных множеств: корректность, свойства. Измеримые по Жордану множества. Множества жордановой меры нуль, их свойства. Критерий измеримости по Жордану. Свойства измеримых по Жордану множеств, измеримость криволинейной трапеции.

Определение кратного интеграла. Невырожденные множества. Невырожденность открытого измеримого множества. Связь между интегрируемостью и ограниченностью. Критерии интегрируемости. Эквивалентность интегрируемости функции и интегрируемости ее продолжения на замыкание. Свойства кратного интеграла (арифметические, связанные с неравенствами, аддитивность). Теорема о среднем. Связь кратного интеграла с повторным (2 случая). Изменение площади. Теорема о замене переменных в кратном интеграле. Геометрические приложения (площадь плоского множества, объем, площадь поверхности). Гладкие кривые. Криволинейный интеграл первого рода. Криволинейный интеграл второго рода: задача, приводящая к понятию интеграла, определение, свойства. Потенциальные поля. Ориентация плоской области. Формула Грина.

## 7.1. Основная литература:

1. Анчиков, Анатолий Михайлович. Введение в математический анализ в вопросах и задачах: [для студентов 1 курса физ. фак.] / А.М. Анчиков, Р.Л. Валиуллин, Р.А. Даишев; Казан. гос. ун-т, Физ. фак.?Казань: [Казан. гос. ун-т], 2006.?69 с.
2. Анчиков, Анатолий Михайлович. Введение в математический анализ в вопросах и задачах [Текст : электронный ресурс] / А.М. Анчиков, Р.Л. Валиуллин, Р.А. Даишев ; Казан. гос. ун-т, Физ. фак. ? Электронные данные (1 файл: 0,35 Мб) .? (Казань : Научная библиотека Казанского федерального университета, 2014) .? Загл. с экрана .? Режим доступа: открытый. <URL:<http://libweb.ksu.ru/ebooks/publicat/0-759223.pdf>>.
3. Балашова, Елизавета Яковлевна. Математический анализ: учеб.-метод. пособие для студентов естественнонауч. специальностей / Е. Я. Балашова; Казан. гос. ун-т, Экон. фак., Каф. экономики.?Казань: Казан. гос. ун-т, 2005.?58 с.: табл., граф.; 21.?ISBN 5-98180-146-8, 100.

4. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: учеб. пособие / Г.Н. Берман.?[22-е изд., перераб.].?Санкт-Петербург: Профессия, 2005.?432 с.: ил.; 21.?(Специалист).?ISBN 5-93913-009-7, 5000.
5. Демидович, Борис Павлович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: Учеб. пособие для вузов / Б.П.Демидович.?М.: АСТ: Астрель, 2004.?558с..?ISBN 5-17-010062-0((АСТ)).?ISBN 5-271-03601-4(( Астрель)).
6. Шерстнев, Анатолий Николаевич. Конспект лекций по математическому анализу: учебное пособие для мат. специальностей и направлений ун-тов / А. Н. Шерстнев.?Издание 4-е .?Казань: Казанский государственный университет, 2005.?373с.: граф.; 29.?Указ. имен., предм., обозначений: с.365-372.?Библиогр.: с.4.?ISBN 5-98180-151-4, 500.
- 7.Шерстнев, Анатолий Николаевич (д-р физ.-мат. наук ; 1938 -) .  
Конспект лекций по математическому анализу [Текст: электронный ресурс] / А. Н. Шерстнев .? Изд. 5-е .? Электронные данные (1 файл: 2,66 Мб) .? (Казань : Казанский государственный университет, 2009) .? Загл. с экрана .? Режим доступа: открытый .?
8. Натансон И.П. Теория функций вещественного переменного Теория функций вещественного переменного. - СПб: Лань, 2008. - 560с  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=284](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=284)
9. Марон И.А. Дифференциальное и интегральное исчисление в примерах и задачах. Функции одной переменной. - СПб: Лань, 2008. - 400с  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=254](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=254)
10. Спивак М. Математический анализ на многообразиях. - СПб: Лань, 2005. - 160с  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=377](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=377)

## 7.2. Дополнительная литература:

1. Сидоров А. М. Числовые ряды: учебное пособие, Казань: Изд-во Казан.гос.ун-та, 2009.-48с.
2. Фихтенгольц, Григорий Михайлович. Основы математического анализа: [учебник] / Г. М. Фихтенгольц.?Изд. 4-е , стер..?СПб.: Лань, 2004.?(Учебники для вузов, Специальная литература).  
[Ч.] 1.?2004.?440 с.: ил..?На тит. л. место изд.: М..?Алф. указ.: с.434-440.?ISBN 5-9511-0010-0.?ISBN 5-8114-0190-6((Ч.1)).
3. Сборник задач по математическому анализу: [в 3 т.] / Л.Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин.?Изд. 2-е, перераб. и доп..?Москва: Физматлит, 2010.?.?22.?ISBN 978-5-9221-0305-3((в пер.)), 1000.
4. Введение в анализ: учебно-методическое пособие / Казан. (Приволж.) федер. ун-т; [авт.-сост.: к.ф.-м.н., доц. Р. Н. Гумеров, к.ф.-м.н., доц. Ф. Ф. Султанбеков].?Казань: [Казанский (Приволжский) федеральный университет], 2011.?51 с.: ил.; 21.?Библиогр.: с. 51 (10 назв.), 100
5. Зорич, Владимир Антонович. Математический анализ задач естествознания / В.А. Зорич.?Москва: Изд-во МЦНМО, 2008.?135 с.; 21.?Библиогр.: с. 114-124 и в подстроч. примеч..?ISBN 978-5-94057-392-0, 400.
6. Справочное пособие по высшей математике: [в 5 т.].?М.: Эдиториал УРСС, 2004.?(АнтиДемидович).  
Т. 1: Математический анализ: введение в анализ, производная, интеграл / И. И. Ляшко [и др.].?2004.?358,[1] с.: ил..?ISBN 5-354-00657-0.
7. Справочное пособие по высшей математике: [в 5 т.] / И. И. Ляшко [и др.].?М.: Едиториал УРСС, 2005.?(АнтиДемидович).  
Т.2: Математический анализ: ряды, функции вектор. аргумента.?2005.?222, [1] с.; 24.?ISBN 5-354-01083-7.

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

Краткий справочник формул по математике - <http://matembook.chat.ru/>

математический портал - <http://www.allmath.com/>

образовательный математический сайт. - <http://www.exponenta.ru/>

Портал по естественно-научным дисциплинам - <http://en.edu.ru/>

Сайт с учебными материалами по математическим дисциплинам - <http://www.math.ru/>

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Дополнительные главы математического анализа" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Лекции и практические занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 090900.62 "Информационная безопасность" и профилю подготовки Математические и программные средства защиты информации .

Автор(ы):

Турилова Е.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Андрианова А.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.