

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ
проф. Таюрский Д.А.

"__" _____ 20__ г.

Программа дисциплины

Метод конечный элементов Б1.В.ДВ.14.05

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: не предусмотрено

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2019

Автор(ы): Даутов Р.З.

Рецензент(ы): Соловьев С.И.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Даутов Р. З.

Протокол заседания кафедры No ___ от "___" _____ 20__ г.

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No ___ от "___" _____ 20__ г.

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы высшего образования
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
 - 6.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы и форм контроля их освоения
 - 6.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания
 - 6.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы
 - 6.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций
7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
 - 7.1. Основная литература
 - 7.2. Дополнительная литература
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, д.н. (профессор) Даутов Р.З. (кафедра вычислительной математики, отделение прикладной математики и информатики), Rafail.Dautov@gmail.com

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Выпускник, освоивший дисциплину, должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-4	Ведение информационных баз данных
ПК-5	Способен разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач научной и проектно-технологической деятельности

Выпускник, освоивший дисциплину:

Должен знать:

теоретические знания о понятиях и задачах, связанных с аппроксимацией функциональных пространств Соболева.

Должен уметь:

понимать и применять на практике компьютерные технологии для решения различных задач линейной алгебры и уравнений задач математической физики

Должен владеть:

навыками самостоятельного анализа и решения теоретических и практических задач, связанных с численным решением краевых задач математической физики методом конечных элементов.

Должен демонстрировать способность и готовность:

применять полученные знания и навыки в своей профессиональной деятельности

2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы высшего образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.14.05 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.02 "Прикладная математика и информатика (не предусмотрено)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 3 курсе в 5, 6 семестрах.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных(ые) единиц(ы) на 180 часа(ов).

Контактная работа - 72 часа(ов), в том числе лекции - 0 часа(ов), практические занятия - 0 часа(ов), лабораторные работы - 72 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 54 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 54 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: отсутствует в 5 семестре; экзамен в 6 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Элементарное введение в метод конечных элементов	5	0	0	4	2

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Обобщенные решения краевых задач	5	0	0	6	4
3.	Тема 3. Пространства конечных элементов	5	0	0	12	4
4.	Тема 4. Метод конечных элементов для эллиптических уравнений	5	0	0	10	6
5.	Тема 5. Численное интегрирование в методе конечных элементов	5	0	0	4	2
6.	Тема 6. Комплекс MatLab функций pde001 для решения краевых задач	6	0	0	10	10
7.	Тема 7. Триангуляция плоских областей	6	0	0	4	4
8.	Тема 8. Программная реализация метода конечных элементов для решения модельной двумерной краевой задачи	6	0	0	6	6
9.	Тема 9. Визуализация сеток и решений краевых задач	6	0	0	4	4
10.	Тема 10. Программная реализация метода конечных элементов для эллиптических задач общего вида	6	0	0	12	12
	Итого		0	0	72	54

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Элементарное введение в метод конечных элементов

Формулировка первой краевой задачи для одномерного дифференциального уравнения второго порядка. Вывод интегрального тождества. Пространство лагранжевых сплайнов первой степени. Определение схемы метода конечных элементов (МКЭ). Матричная формулировка схемы. Единственность решения. Оценка точности решения в равномерной норме

Тема 2. Обобщенные решения краевых задач

Элементы теории пространств Соболева. Эквивалентные нормировки. Примеры.

Обобщенные решения краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка. Свойства форм. Линейные уравнения с положительно определенным оператором в пространстве Гильберта. Лемма Лакса-Мильграма. Эквивалентность задаче на минимум квадратичного функционала.

Корректность обобщенной задачи.

Тема 3. Пространства конечных элементов

n -мерная задача интерполяции. Разрешимость задачи интерполяции. Базис Лагранжа. Оператор интерполяции. Определение конечного элемента. Базисный конечный элемент. Одномерный лагранжев элемент степени m . Лагранжев прямоугольный элемент степени m . Лагранжев треугольный конечный элемент степени m . Определение и свойства ассоциированных элементов. Аффинно-эквивалентные конечные элементы. Треугольный изопараметрический элемент с одной криволинейной границей. Пространство лагранжевых треугольных элементов степени m . Аппроксимация пространства Соболева первого порядка. Учет однородных краевых условий Дирихле. Конструкция базиса Лагранжа в пространстве конечных элементов

Тема 4. Метод конечных элементов для эллиптических уравнений

Метод конечных элементов для эллиптических уравнений как вариант метода Галеркина. Разрешимость схем. Матричная формулировка схемы МКЭ. Алгоритмы сборки матрицы жесткости и вектора сил. Вычисление локальной матрицы жесткости и локального вектора сил на примере лагранжевых элементов. Абстрактная оценка точности схемы МКЭ. Лемма Брамбла-Гильберта. Оценки погрешности интерполяции на базисном конечном элементе. Оценка погрешности интерполяции для аффинно-эквивалентных элементов. Регулярность триангуляции. Оценка точности схемы МКЭ.

Тема 5. Численное интегрирование в методе конечных элементов

Примеры квадратурных формул для треугольных и прямоугольных областей. Схемы МКЭ с численным интегрированием для многоугольных областей. Условия разрешимости схем в случае аффинно-эквивалентных треугольных элементов. Лемма Стренга. Оценка точности схемы МКЭ с численным интегрированием в случае аффинно-эквивалентных треугольных элементов.

Тема 6. Комплекс MatLab функций pdeTool для решения краевых задач

Структура пакета программ pdeTool. Решение простейшей двумерной задачи эллиптического типа. О схеме МКЭ, реализованной в пакете. Определение геометрии области. Построение сеток в пакете pdeTool. Кодировка сеток в pdeTool. Определение уравнений. Задание краевых и начальных условий. Решение задачи. Виды графического представления решения. Экспорт данных и решения в MatLab. Комментарии к лабораторной работе.

Тема 7. Триангуляция плоских областей

Способы задания двумерных областей в ЭВМ. Обзор методов их триангуляции. Информация о триангуляции, необходимая для программирования метода конечных элементов. Возможные схемы кодировки сеток. Программная реализация триангуляций канонических областей. Изучение и практическая работа с функцией `initmesh`.

Тема 8. Программная реализация метода конечных элементов для решения модельной двумерной краевой задачи

Программирование МКЭ на основе P1 элементов. Создание и хранение разреженных матриц. Программирование рассылки элементов. Рассылка элементов локальных матриц жесткости. Рассылка элементов локальных векторов сил. Векторизация рассылки. Формирование системы МКЭ для P1 элементов для уравнения Пуассона. Учет краевых условий Дирихле. Решение тестовых задач.

Тема 9. Визуализация сеток и решений краевых задач

Программирование визуализации триангуляций плоских областей. Написание и тестирование функций выделения узлов, элементов и граней. Построение, программирование и тестирование трехмерных графиков решений двумерных краевых задач. Построение, программирование и тестирование линий уровня решений двумерных краевых задач.

Тема 10. Программная реализация метода конечных элементов для эллиптических задач общего вида

Формирование системы МКЭ для P1 элементов для эллиптического уравнения общего вида при произвольных краевых условиях. Способы задания коэффициентов уравнения и краевых условий. Расчетные формулы для элементов локальных матриц жесткости и вектора сил для P1 элементов. Программирование вклада элементов в систему МКЭ. Учет краевых условий. Формирование системы МКЭ. Решение тестовых задач. Измерение погрешности решения.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301).

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений".

Положение от 29 декабря 2018 г. № 0.1.1.67-08/328 "О порядке проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Положение № 0.1.1.67-06/241/15 от 14 декабря 2015 г. "О формировании фонда оценочных средств для проведения текущей, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Положение № 0.1.1.56-06/54/11 от 26 октября 2011 г. "Об электронных образовательных ресурсах федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Регламент № 0.1.1.67-06/66/16 от 30 марта 2016 г. "Разработки, регистрации, подготовки к использованию в учебном процессе и удаленного электронных образовательных ресурсов в системе электронного обучения федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Регламент № 0.1.1.67-06/11/16 от 25 января 2016 г. "О балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"".

Регламент № 0.1.1.67-06/91/13 от 21 июня 2013 г. "О порядке разработки и выпуска учебных изданий в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"".

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

6.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы и форм контроля их освоения

Этап	Форма контроля	Оцениваемые компетенции	Темы (разделы) дисциплины
Семестр 5			
	<i>Текущий контроль</i>		
1	Контрольная работа	УК-1, ПК-1	1. Элементарное введение в метод конечных элементов 4. Метод конечных элементов для эллиптических уравнений
2	Письменное домашнее задание	ПК-1, УК-1	1. Элементарное введение в метод конечных элементов 3. Пространства конечных элементов 5. Численное интегрирование в методе конечных элементов
Семестр 6			
	<i>Текущий контроль</i>		
1	Лабораторные работы	ПК-1, УК-1	6. Комплекс MatLab функций pdeTool для решения краевых задач 7. Триангуляция плоских областей
2	Компьютерная программа	ПК-1, УК-1	9. Визуализация сеток и решений краевых задач 10. Программная реализация метода конечных элементов для эллиптических задач общего вида
3	Письменное домашнее задание	ПК-1, УК-1	6. Комплекс MatLab функций pdeTool для решения краевых задач 7. Триангуляция плоских областей
	Экзамен	ПК-4, ПК-5	

6.2 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Форма контроля	Критерии оценивания				Этап
	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неуд.	
Семестр 5					
Текущий контроль					
Контрольная работа	Правильно выполнены все задания. Продemonстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продemonстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продemonстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены менее чем наполовину. Продemonстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	1

Форма контроля	Критерии оценивания				Этап
	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неуд.	
Письменное домашнее задание	Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	2
Семестр 6					
Текущий контроль					
Лабораторные работы	Оборудование и методы использованы правильно. Проявлена превосходная теоретическая подготовка. Необходимые навыки и умения полностью освоены. Результат лабораторной работы полностью соответствует её целям.	Оборудование и методы использованы в основном правильно. Проявлена хорошая теоретическая подготовка. Необходимые навыки и умения в основном освоены. Результат лабораторной работы в основном соответствует её целям.	Оборудование и методы частично использованы правильно. Проявлена удовлетворительная теоретическая подготовка. Необходимые навыки и умения частично освоены. Результат лабораторной работы частично соответствует её целям.	Оборудование и методы использованы неправильно. Проявлена неудовлетворительная теоретическая подготовка. Необходимые навыки и умения не освоены. Результат лабораторной работы не соответствует её целям.	1
Компьютерная программа	Высокий уровень умений и навыков программирования, в том числе моделирования, алгоритмизации, использования языка программирования. Поставленная задача полностью решена.	Хороший уровень умений и навыков программирования, в том числе моделирования, алгоритмизации, использования языка программирования. Поставленная задача в основном решена.	Удовлетворительный уровень умений и навыков программирования, в том числе моделирования, алгоритмизации, использования языка программирования. Поставленная задача решена частично.	Недостаточный уровень умений и навыков программирования, в том числе моделирования, алгоритмизации, использования языка программирования. Поставленная задача не решена.	2
Письменное домашнее задание	Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	3

Форма контроля	Критерии оценивания				Этап
	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неуд.	
Экзамен	Обучающийся обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой дисциплины, усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.	Обучающийся обнаружил полное знание учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные программой задания, усвоил основную литературу, рекомендованную программой дисциплины, показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.	Обучающийся обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой дисциплины, допустил погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.	Обучающийся обнаружил значительные пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий и не способен продолжить обучение или приступить по окончании университета к профессиональной деятельности без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.	

6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Семестр 5

Текущий контроль

1. Контрольная работа

Темы 1, 4

Обучающиеся получают задание по освещению определённых теоретических вопросов или решению задач. Работа выполняется письменно и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.

Примерные вопросы:

1. Формулировка краевых задач для ОДУ второго порядка на конечном отрезке. Определение классического решения.
2. Вывод интегрального тождества для краевой задачи для ОДУ второго порядка на конечном отрезке. Определение обобщенного решения.
3. Формулировка краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка. Определение классического решения.
4. Вывод интегрального тождества для краевой задачи для эллиптических уравнений второго порядка. Определение обобщенного решения.
6. Доказать разрешимость заданной задачи интерполяции (при заданной области --- отрезок, треугольник, квадрат, пространстве полиномов, и множестве узлов интерполяции).
7. Доказать неразрешимость конкретной задачи интерполяции (при заданной области --- отрезок, треугольник, квадрат, пространстве полиномов, и множестве узлов интерполяции).

8. Построить базис Лагранжа в явном виде для заданного двумерного конечного элемента
9. Построить базис Лагранжа в явном виде для заданного одномерного конечного элемента
10. Указать конструкцию базиса Лагранжа для конкретно заданного пространства конечных элементов.
11. Пространства лагранжевых конечных элементов.
12. Формулировка схемы МКЭ для эллиптических уравнений второго порядка.

2. Письменное домашнее задание

Темы 1, 3, 5

Обучающиеся получают задание по освещению определённых теоретических вопросов или решению задач. Работа выполняется письменно и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.

Примерные вопросы:

1. Формулировка краевой задачи Дирихле для ОДУ второго порядка на конечном отрезке.
2. Формулировка краевой задачи Неймана для ОДУ второго порядка на конечном отрезке.
3. Формулировка третьей краевой задачи для ОДУ второго порядка на конечном отрезке.
4. Вывод интегрального тождества для краевой задачи Дирихле для ОДУ второго порядка на конечном отрезке.
5. Вывод интегрального тождества для краевой задачи Неймана для ОДУ второго порядка на конечном отрезке.
6. Вывод интегрального тождества для третьей краевой задачи для ОДУ второго порядка на конечном отрезке.
7. Формулировка задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка общего вида.
8. Формулировка задачи Неймана для эллиптического уравнения второго порядка общего вида.
9. Формулировка третьей краевой задачи для эллиптического уравнения второго порядка общего вида.
10. Вывод интегрального тождества для задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка общего вида.
11. Вывод интегрального тождества для задачи Неймана для эллиптического уравнения второго порядка общего вида.
12. Вывод интегрального тождества для третьей краевой задачи для эллиптического уравнения второго порядка общего вида.

Семестр 6

Текущий контроль

1. Лабораторные работы

Темы 6, 7

Обучающиеся получают уникальное лабораторное задание, связанное с решением краевой задачи второго порядка в двумерной области. Работа выполняется с использованием пакета программ pdeTool в Матлаб и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий на ЭВМ. Подробности в приложении

2. Компьютерная программа

Темы 9, 10

Обучающиеся получают уникальное задание, связанное с решением заданной задачи Дирихле для уравнения Пуассона в двумерной области. Работа выполняется с использованием пакета Матлаб и набор программ для реализации метода конечных элементов на основе линейных элементов для решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона сдаётся преподавателю, а также программы вычисления погрешности решения при решении тестовых задач. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий на ЭВМ. Подробности в приложении

3. Письменное домашнее задание

Темы 6, 7

Обучающиеся получают задание по освещению определённых теоретических вопросов или решению задач. Работа выполняется письменно и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.

Примерные вопросы:

1. Цели и задачи, решаемые пакетом программ pdetool
2. Задание геометрии области.
3. Задание участков границы области.
4. Задание коэффициентов дифференциального уравнения.
5. Задание краевых условий.
6. Построение сетки конечных элементов.
7. Описание пункта меню Mesh
8. Описание пункта меню Solve. Решение задачи
9. Визуализация решения в pdetool
10. Описание структуры, реализованных методов и пунктов меню пакета pdetool
11. Взаимодействие системы MatLab и пакета pdetool
12. Экспорт данных из пакета pdetool в MatLab
13. Способы задания геометрии сложных областей.

Экзамен

Вопросы к экзамену:

1. Обобщенная формулировка двумерной краевой задачи Дирихле для уравнения второго порядка.
2. Интерполяция Лагранжа в R^n . Базис Лагранжа.
3. Линейные уравнения в пространстве Гильберта.
4. Вывод интегрального тождества для двумерной смешанной краевой задачи для уравнения второго порядка.
5. Оценка погрешности интерполяции для линейных треугольных элементов.
6. Сходимость и точность метода Галеркина.
7. Алгоритм сборки системы МКЭ для линейных треугольных элементов.
8. Метод МКЭ на основе линейных треугольных элементов. Система МКЭ.
9. Схема МКЭ с численным интегрированием на основе линейных треугольных элементов. Разрешимость схемы
10. Алгоритм вычисления локальных матриц жесткости и векторов сил для линейных треугольных элементов.
11. Интерполяция Лагранжа на треугольном базисном элементе. Базис Лагранжа.
12. Условия сходимости и оценка точности метода Галеркина.
13. Вывод интегрального тождества краевой задачи Неймана для двумерного уравнения второго порядка.
14. Аппроксимация пространства Соболева H^1 на основе линейных треугольных элементов.
15. Интерполяция Лагранжа на базисном прямоугольном элементе. Базис Лагранжа.
16. Оценка точности МКЭ на основе линейных треугольных элементов.
17. Триангуляция расчетной области, условие регулярности семейства триангуляций.
18. Учет существенных краевых условий в системе МКЭ.
19. Создание и хранение разреженных матриц в Матлаб.
20. Структура пакета программ pdetool.
21. Эквивалентность вариационного уравнения задаче на минимум квадратичного функционала для двумерного уравнения.
22. Пространство треугольных лагранжевых элементов степени m .
23. Разрешимость схемы МКЭ с численным интегрированием на основе линейных треугольных элементов.
24. Оценка точности интерполяции для аффинных элементов.
25. Программирование рассылки элементов Матлаб.

6.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

В КФУ действует балльно-рейтинговая система оценки знаний обучающихся. Суммарно по дисциплине (модулю) можно получить максимум 100 баллов за семестр, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов.

Для зачёта:

56 баллов и более - "зачтено".

55 баллов и менее - "не зачтено".

Для экзамена:

86 баллов и более - "отлично".

71-85 баллов - "хорошо".

56-70 баллов - "удовлетворительно".

55 баллов и менее - "неудовлетворительно".

Форма контроля	Процедура оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	Этап	Количество баллов
Семестр 5			
Текущий контроль			
Контрольная работа	Контрольная работа проводится в часы аудиторной работы. Обучающиеся получают задания для проверки усвоения пройденного материала. Работа выполняется в письменном виде и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.	1	10
Письменное домашнее задание	Обучающиеся получают задание по освещению определённых теоретических вопросов или решению задач. Работа выполняется письменно дома и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.	2	10
Семестр 6			
Текущий контроль			
Лабораторные работы	В аудитории, оснащённой соответствующим оборудованием, обучающиеся проводят учебные эксперименты и тренируются в применении практико-ориентированных технологий. Оцениваются знание материала и умение применять его на практике, умения и навыки по работе с оборудованием в соответствующей предметной области.	1	10
Компьютерная программа	Обучающиеся самостоятельно составляют программу на определённом языке программирования в соответствии с заданием. Программа сдаётся преподавателю в электронном виде. Оценивается реализация алгоритмов на языке программирования, достижение заданного результата.	2	10
Письменное домашнее задание	Обучающиеся получают задание по освещению определённых теоретических вопросов или решению задач. Работа выполняется письменно дома и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.	3	10
Экзамен	Экзамен нацелен на комплексную проверку освоения дисциплины. Экзамен проводится в устной или письменной форме по билетам, в которых содержатся вопросы (задания) по всем темам курса. Обучающемуся даётся время на подготовку. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.		50

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

7.1 Основная литература:

1. Даутов Р.З., Карчевский М.М. Введение в теорию метода конечных элементов: [Учебное пособие]. - Казань: Казанский университет, 2012. - 240 с. Режим доступа: http://kpfu.ru/publication?p_id=47325
2. Даутов Р.З. Метод Галеркина с возмущениями для задач на собственные значения: учебное пособие. - Казань, 2010. - 94 с. Режим доступа: http://kpfu.ru/publication?p_id=21045
3. Самогин, Ю.Н. Метод конечных элементов в задачах сопротивления материалов [Электронный ресурс] : учебное пособие / Ю.Н. Самогин, В.Е. Хроматов, В.П. Чирков ; под ред. В.П. Чирков. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2012. - 200 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59633>

4. Киреев, В.И. Численные методы в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.И. Киреев, А.В. Пантелеев. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2015. - 448 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/65043>

7.2. Дополнительная литература:

1. Квасов, Б.И. Численные методы анализа и линейной алгебры. Использование Matlab и Scilab [Электронный ресурс] : учебное пособие / Б.И. Квасов. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2016. - 328 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/71713>

2. Амосов, А.А. Вычислительные методы [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.А. Амосов, Ю.А. Дубинский, Н.В. Копченова. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2014. - 672 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/42190>

3. Бахвалов, Н.С. Численные методы [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. - Электрон. дан. - Москва : Издательство 'Лаборатория знаний', 2015. - 639 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/70767>

4. Бахвалов, Н.С. Численные методы. Решения задач и упражнения [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.С. Бахвалов, А.А. Корнев, Е.В. Чижонков. - Электрон. дан. - Москва : Издательство 'Лаборатория знаний', 2016. - 355 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/90239>

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Естественно-научный портал - <http://en.edu.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>

Портал образовательных математических ресурсов - <http://www.allmath.com/>

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лабораторные работы	Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины при выполнении лабораторной работы. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы. Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к зачету. При подготовке к сдаче зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к зачету и экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.
письменное домашнее задание	Самостоятельная работа предполагает выполнение письменных домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы. С целью проверки полученных знаний и навыков студент выполняет письменное домашнее задание.
контрольная работа	Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также выполнение контрольных заданий по курсу.

Вид работ	Методические рекомендации
компьютерная программа	Обучающиеся самостоятельно составляют программу на определённом языке программирования в соответствии с заданием. Программа сдаётся преподавателю в электронном виде. Оценивается реализация алгоритмов на языке программирования, достижение заданного результата. Необходимо особое внимание уделить качественному графическому представлению результатов вычислений.
экзамен	При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени. Кроме материала лекций рекомендуется использовать материалы из списка рекомендованной литературы

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Освоение дисциплины "Метод конечных элементов" предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "Консультант студента", доступ к которой предоставлен обучающимся. Многопрофильный образовательный ресурс "Консультант студента" является электронной библиотечной системой (ЭБС), предоставляющей доступ через сеть Интернет к учебной литературе и дополнительным материалам, приобретенным на основании прямых договоров с правообладателями. Полностью соответствует требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования к комплектованию библиотек, в том числе электронных, в части формирования фондов основной и дополнительной литературы.

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Освоение дисциплины "Метод конечных элементов" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки "не предусмотрено".