

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Методы решения больших разреженных систем уравнений Б1.В.ДВ.17

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Системное программирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Кадыров Р.Ф.

**Рецензент(ы):**

Задворнов О.А.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Задворнов О. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) ассистент, к.н. Кадыров Р.Ф. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики, [Rafael.Kadyrov@kpfu.ru](mailto:Rafael.Kadyrov@kpfu.ru)

### 1. Цели освоения дисциплины

Выпускник, освоивший дисциплину

Должен знать:

прямые и итерационные методы решения больших разреженных систем линейных уравнений возникающих в различных областях науки и инженерных приложениях.

Должен уметь:

применять прямые и итерационные методы для решения систем с симметричными положительноопределенными матрицами.

Должен владеть:

теоретическими знаниями о способах исследования сходимости итерационных методов

Должен демонстрировать способность и готовность:

осуществлять поиск информации по полученному заданию, сбор, анализ данных, необходимых для решения поставленных задач-применять в профессиональной деятельности знания, умения, навыки, полученные в ходе освоения дисциплины

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.17 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.02 Прикладная математика и информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3 курсе, 5, 6 семестры.

Данная учебная дисциплина включена в основную профессионально-образовательную программу 01.03.02 'Прикладная математика и информатика' и относится к обязательным дисциплинам

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ОПК-2 (профессиональные компетенции)	Способность приобретать новые знания, используя современные образовательные и информационные технологии
ПК-1 (профессиональные компетенции)	Способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям
ПК-2 (профессиональные компетенции)	Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат
ПК-3 (профессиональные компетенции)	Способность работать в составе научно-исследовательского и производственного коллектива и решать задачи профессиональной деятельности

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

прямые и итерационные методы решения больших разреженных систем линейных уравнений возникающих в различных областях науки и инженерных приложениях.

2. должен уметь:

применять прямые и итерационные методы для решения систем с симметричными положительно определенными матрицами.

3. должен владеть:

теоретическими знаниями о способах исследования сходимости итерационных методов

4. должен демонстрировать способность и готовность:

осуществлять поиск информации по полученному заданию, сбор, анализ данных, необходимых для решения поставленных задач

-применять в профессиональной деятельности знания, умения, навыки, полученные в ходе освоения дисциплины

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 180 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: отсутствует в 5 семестре; экзамен в 6 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практи- ческие занятия	Лабора- торные работы	
1.	Тема 1. Метод Холесского. Ленточный и профильные методы	5		0	0	18	
2.	Тема 2. Обратный алгоритм Катхилла-Макки. Примеры соответствующих программ.	5		0	0	18	
3.	Тема 3. Итерационные методы.	6		0	0	18	
4.	Тема 4. Двухслойные вариационные методы и метод полной редукции.	6		0	0	18	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
.	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	Экзамен
	Итого			0	0	72	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Метод Холесского. Ленточный и профильные методы

#### лабораторная работа (18 часа(ов)):

Метод Холесского. Теорема существования множителя Холесского. Теорема единственности множителя Холесского. Некоторые сведения из теории графов. Граф, соответствующий разреженной симметричной матрице. Определение оболочки матрицы. Ленточный метод. Метод трехдиагональной прогонки. Метод пятидиагональной прогонки. Профильный метод.

### Тема 2. Обратный алгоритм Катхилла-Макки. Примеры соответствующих программ.

#### лабораторная работа (18 часа(ов)):

Схема алгоритма обратного алгоритма Катхилла-Макки. Обоснование обратного алгоритма Катхилла-Макки. Алгоритм определения начального узла для обратного метода Катхилла-Макки. Элементы языка Фортран. Программа построения корневой структуры уровней. Подпрограмма вычисления степеней вершин графа. Профильная схема хранения. Подпрограммы для решения треугольных систем.

### Тема 3. Итерационные методы.

#### лабораторная работа (18 часа(ов)):

Норма самосопряженного оператора. Собственные числа и собственные функции. Приведение матриц к диагональному виду. Двухслойные итерационные методы решения сеточных уравнений. Оптимальный набор итерационных параметров. Метод простой итерации. Примеры применения итерационных методов. Треугольные итерационные методы.

### Тема 4. Двухслойные вариационные методы и метод полной редукции.

#### лабораторная работа (18 часа(ов)):

Метод Зейделя. Методы верхней и нижней релаксации. Применение к разностным схемам. Двухслойные вариационные методы. Метод наискорейшего спуска. Метод сопряженных градиентов. Метод невязок. Оценки скорости сходимости. Быстрое дискретное преобразование Фурье. Метод полной редукции. Вопросы программной реализации.

## 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Метод Холесского. Ленточный и профильные методы	5		Подготовка к контрольной работе	20	Контрольная работа
				Подготовка к устному опросу	20	Устный опрос

№	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Обратный алгоритм Катхилла-Макки. Примеры соответствующих программ.	5		Написание компьютерной программы	41	Компьютерная программа
3.	Тема 3. Итерационные методы.	6		Написание компьютерной программы	4	Компьютерная программа
4.	Тема 4. Двухслойные вариационные методы и метод полной редукции.	6		Написание компьютерной программы	5	Компьютерная программа
	Итого				90	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Презентации в мультимедийная аудитории

Занятия в компьютерном классе

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Метод Холесского. Ленточный и профильные методы

Контрольная работа, примерные вопросы:

Заполнение матрицы при разложении. Проблемы упорядочения для сохранения разреженности. Обозначения, алгоритм разложения. Метод внешних произведений. Метод скалярных произведений.

Устный опрос, примерные вопросы:

7 Решение треугольных систем. Метод окаймления. Явный метод (использование элементов по строкам). Метод редукции (использование элементов по столбцам) Запросы к памяти, число операций, Существование и единственность разложения. Теорема существования множителя Холесского. Теорема единственности множителя Холесского Смежные вершины. Множество смежности. Степень вершины. Структура смежности. Граф, соответствующий разреженной симметричной матрице. Определение оболочки матрицы. Теорема о неувеличении оболочки при треугольном разложении. Ленточный метод. Метод трехдиагональной прогонки. Метод пятидиагональной прогонки. Сохранение свойств матрицы (симметричность и положительная определенность) при перенумерации вершин графа, соответствующего разреженной симметричной матрице. Профильный метод.

### Тема 2. Обратный алгоритм Катхилла-Макки. Примеры соответствующих программ.

Компьютерная программа, примерные вопросы:

Алгоритм определения начального узла для обратного метода Катхилла-Макки Хранение графа в виде структуры смежности. Профильная схема хранения. Хранение оболочки матрицы. Хранение корневой структуры уровней

### **Тема 3. Итерационные методы.**

Компьютерная программа, примерные вопросы:

Метод наискорейшего спуска. Метод сопряженных градиентов. Метод невязок. Оценки скорости сходимости. Быстрое дискретное преобразование Фурье.

### **Тема 4. Двухслойные вариационные методы и метод полной редукции.**

Компьютерная программа, примерные вопросы:

Метод полной редукции. Метод Зейделя. Методы верхней и нижней релаксации

### **Итоговая форма контроля**

экзамен (в 6 семестре)

Примерные вопросы к итоговой форме контроля

1. Метод Холесского и проблемы упорядочения.
2. Обозначения, алгоритм разложения.
3. Решение треугольных систем.
4. Запросы к памяти, число операций, существование и единственность разложения.
5. Некоторые сведения из теории графов.
6. Ленточный метод.
7. Профильный метод.
8. Обратный алгоритм Катхилла-Макки.
9. Определение начального узла.
10. Примеры соответствующих программ.
11. Профильная схема хранения.
12. Подпрограммы для решения треугольных систем.
13. Норма самосопряженного оператора.
14. Собственные числа и собственные функции.
15. Приведение матриц к диагональному виду.
16. Двухслойные итерационные методы решения сеточных уравнений.
17. Оптимальный набор итерационных параметров.
18. Метод простой итерации.
19. Примеры применения итерационных методов.
20. Двухслойные вариационные методы.
21. Треугольные итерационные методы.
22. Метод полной редукции.

#### **7.1. Основная литература:**

1. Линейная алгебра в примерах и задачах: Учебное пособие / Бортакровский А.С., Пантелеев А.В., - 3-е изд., стер. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 592 с. - (Высшее образование: Бакалавриат) ISBN 978-5-16-010586-4 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/494895>
2. Глазырина Л.Л. Введение в численные методы: 3. учебное пособие / Л. Л. Глазырина, М. М. Карчевский; Казан. федер. ун-т.-Казань: Казанский университет, 2012.- 121 с. Режим доступа: [https://repository.kpfu.ru/?p\\_id=47327](https://repository.kpfu.ru/?p_id=47327)
3. Авхадиев Ф.Г. Численные методы анализа [Учебное пособие]. - Казань: КФУ, 2013. - 126 с. Режим доступа: [http://dspace.kpfu.ru/xmlui/bitstream/handle/net/21350/05\\_039\\_000398.pdf](http://dspace.kpfu.ru/xmlui/bitstream/handle/net/21350/05_039_000398.pdf)

#### **7.2. Дополнительная литература:**

1. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. - М.: Наука, 1971. - 553 с.
2. Калиткин Н.Н. Численные методы. - М.: Наука, 1978. - 512 с.

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Интернет-портал образовательных ресурсов по ИТ - <http://www.intuit.ru>

Официальный сайт прикладной математики для студентов и преподавателей - <http://www.exponenta.ru>

Учебно-методические пособия Институт математики и механики им. Н.И. - <https://kpfu.ru/math/student/library>

Электронная библиотека по техническим наукам - <http://techlibrary.ru>

Электронные ресурсы КФУ - <https://kpfu.ru/computing-technology/elektronnye-resursy-30701>

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Методы решения больших разреженных систем уравнений" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.



Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "Консультант студента", доступ к которой предоставлен студентам. Электронная библиотечная система "Консультант студента" предоставляет полнотекстовый доступ к современной учебной литературе по основным дисциплинам, изучаемым в медицинских вузах (представлены издания как чисто медицинского профиля, так и по естественным, точным и общественным наукам). ЭБС предоставляет вузу наиболее полные комплекты необходимой литературы в соответствии с требованиями государственных образовательных стандартов с соблюдением авторских и смежных прав.

Компьютерная аудитория со следующим установленным ПО:

- 1) MATLAB
- 2) Mircsft VisualStudi

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Системное программирование .

Автор(ы):

Кадыров Р.Ф. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Задворнов О.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.