

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.

"__" _____ 20__ г.

Программа дисциплины

Итерационные методы решения нелинейных краевых задач Б1.В.ДВ.24

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Макаров М.В.

Рецензент(ы):

Даутов Р.З.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Задворнов О. А.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No

Казань
2019

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) младший научный сотрудник, б/с Макаров М.В. НИЛ Вычислительные технологии и компьютерное моделирование Институт вычислительной математики и информационных технологий, makarovmaksim@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

В рамках этого курса предполагается рассмотреть такие разделы, как численные методы решения задач обыкновенных дифференциальных уравнений. Разностные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Итерационные методы решения нелинейных уравнений.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.24 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.04 Прикладная математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам. Читается на 4 курсе в 7 семестре для студентов обучающихся по направлению 'Прикладная математика'

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ОПК-2 (профессиональные компетенции)	способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

Основные понятия, приемы вычислительной математики, численные методы решения нелинейных краевых задач.

2. должен уметь:

- применять итерационные методы для решения нелинейных уравнений;
- аппроксимировать дифференциальные и интегральные операторы;
- строить разностные схемы;
- применять сеточные методы для решения обыкновенных дифференциальных уравнений;

-применять итерационные методы для решения нелинейных краевых задач.

3. должен владеть:

математическим аппаратом решения нелинейных краевых задач/

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять полученные знания в своей профессиональной деятельности.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Итерационные методы решения нелинейных уравнений	7		0	0	6	
2.	Тема 2. Обобщение итерационных методов на случай систем нелинейных уравнений	7		0	0	4	
3.	Тема 3. Численные методы нахождения минимума функции одной или многих переменных	7		0	0	4	
4.	Тема 4. Интерполяция, численное дифференцирование и численное интегрирование	7		0	0	6	
5.	Тема 5. Численные методы решения задачи Коши	7		0	0	6	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	7		0	0	4	
7.	Тема 7. Решение систем нелинейных дифференциальных уравнений	7		0	0	6	
	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	Зачет
	Итого			0	0	36	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Итерационные методы решения нелинейных уравнений

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Условие существования решения. Методы локализации отрезка. Метод деления отрезка пополам. Метод простой итерации. Метод релаксации. Метод секущих и метод хорд для решения нелинейных уравнений. Адаптивный метод Брэндта. Сравнение методов. Графическая интерпретация методов. Теорема о достаточном условии сходимости метода простой итерации.

Тема 2. Обобщение итерационных методов на случай систем нелинейных уравнений

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Принцип сжимающих отображений. Обобщение метода простой итерации для решения систем нелинейных уравнений. Определение скорости (порядка) сходимости. Методы второго и третьего порядка сходимости. Метод Ньютона на случай систем нелинейных уравнений. Условие сходимости метода Ньютона. Метод Чебышева построения итераций высшего порядка

Тема 3. Численные методы нахождения минимума функции одной или многих переменных

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Задача оптимизации (нахождение минимума). Стационарные точки. Неподвижная точка. Теорема о сходимости метода Ньютона и его доказательство. Вычисление матрицы Якоби. Критерий сжимающего отображения. Производная Гато. Дифференциал и производная Фреше. Исследование порядка сходимости методов. Модифицированный метод Ньютона.

Тема 4. Интерполяция, численное дифференцирование и численное интегрирование

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Существование и единственность интерполяционного полинома. Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона. Оценка погрешности интерполирования. Численное дифференцирование. Вычислительные погрешности формул численного дифференцирования. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса (левых, правых и центральных прямоугольников, трапеций, Симпсона): построение и оценки погрешности. Устойчивость квадратурных формул. Квадратурные формулы Гаусса.

Тема 5. Численные методы решения задачи Коши

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Разностная схема. Основные понятия теории разностных схем. Сходимость. Аппроксимация. Понятие устойчивости. Погрешность аппроксимации. Спектральный признак устойчивости. Теорема Лакса-Рябенского-Филиппова и её доказательство. Решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Задача Штурма-Лиувилля. Явный и неявный методы Эйлера для решения задачи Коши. Метод Рунге-Кутты.

Тема 6. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Разностные аппроксимации краевой задачи. Постановка краевой задачи для линейного ОДУ с граничными условиями Дирихле. Задача Неймана. Метод сумматорных тождеств. Пространство Соболева. Обобщенная постановка. Методы Ритца и Бубнова -- Галеркина (вариационно-разностные методы). Решение одномерной линейной краевой задачи теории упругости для системы дифференциальных уравнений четвертого порядка.

Тема 7. Решение систем нелинейных дифференциальных уравнений

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Итерационный метод решения одномерной нелинейной задачи теории упругости. Итерационный метод решения нелинейного параболического уравнения с опусканием нелинейности на нижний слой. Приближенный метод решения нелинейного параболического уравнения, сочетающий схему предиктор-корректор с опусканием нелинейности на нижний слой. Разностные методы решения задачи для нелинейного параболического уравнения с монотонным оператором: обобщенная постановка, вспомогательные результаты.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Итерационные методы решения нелинейных уравнений	7		подготовка к домашней работе	3	домашняя работа
				подготовка к контрольной работе	3	контрольная работа
2.	Тема 2. Обобщение итерационных методов на случай систем нелинейных уравнений	7		подготовка к домашней работе	4	домашняя работа
3.	Тема 3. Численные методы нахождения минимума функции одной или многих переменных	7		подготовка к домашней работе	4	домашняя работа
4.	Тема 4. Интерполяция, численное дифференцирование и численное интегрирование	7		подготовка к домашней работе	4	домашняя работа
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
5.	Тема 5. Численные методы решения задачи Коши	7		подготовка к домашней работе	6	домашняя работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
6.	Тема 6. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	7		подготовка к домашней работе	4	домашняя работа
7.	Тема 7. Решение систем нелинейных дифференциальных уравнений	7		подготовка к домашней работе	6	домашняя работа
	Итого				36	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов. Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи экзамена минимум и дополнительная литература. Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины 'Вычислительные методы' на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения. Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы. Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Итерационные методы решения нелинейных уравнений

домашняя работа , примерные вопросы:

Для заданного нелинейного уравнения построить с помощью метода простой итерации на основании принципа сжимающих отображений построить итерационный процесс и реализовать его.

контрольная работа , примерные вопросы:

С помощью метода секущих для заданного нелинейного уравнения построить и реализовать итерационный процесс.

Тема 2. Обобщение итерационных методов на случай систем нелинейных уравнений

домашняя работа , примерные вопросы:

С помощью метода Ньютона для заданной системы нелинейных уравнений построить и реализовать итерационный процесс.

Тема 3. Численные методы нахождения минимума функции одной или многих переменных

домашняя работа , примерные вопросы:

С помощью итерационного процесса решить задачу оптимизации .

Тема 4. Интерполяция, численное дифференцирование и численное интегрирование

домашняя работа , примерные вопросы:

Заданный интеграл вычислить приближенно с помощью составной квадратуры трапеций, оценить погрешность.

контрольная работа , примерные вопросы:

Вычислить узлы и коэффициенты квадратуры Гаусса для заданных весовых функций 1-м, 2-х, 3-х узлах.

Тема 5. Численные методы решения задачи Коши

домашняя работа , примерные вопросы:

Обучающиеся получают уникальное задание. Необходимо построить разностную схему для решения задачи Коши. Работа выполняется с использованием пакета Матлаб и отчет по работе программы сдаётся преподавателю.

Тема 6. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений

домашняя работа , примерные вопросы:

Обучающиеся получают уникальную краевую задачу для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Необходимо построить разностную схему и найти приближенное решение для системы обыкновенных дифференциальных уравнений с граничными условиями Дирихле. Работа выполняется с использованием пакета Матлаб и отчет по работе программы сдаётся преподавателю.

Тема 7. Решение систем нелинейных дифференциальных уравнений

домашняя работа , примерные вопросы:

Обучающиеся получают уникальное задание, связанное решением системы нелинейных дифференциальных уравнений. Необходимо построить разностную схему и итерационный процесс для нелинейности. Работа выполняется с использованием пакета Матлаб и отчет по работе программы сдаётся преподавателю.

Итоговая форма контроля

зачет (в 7 семестре)

Примерные вопросы к зачету:

1. Метод деления отрезка пополам для решения нелинейного уравнения.
2. Метод простой итерации для решения нелинейного уравнения.
3. Теорема о достаточном условии сходимости метода простой итерации и её доказательство.
4. Метод релаксации для решения нелинейного уравнения. Оценка скорости сходимости.
5. Метод секущих для решения нелинейных уравнений. Оценка скорости сходимости.
6. Метод хорд для решения нелинейных уравнений. Оценка скорости сходимости.
7. Адаптивный метод Брэндта.
8. Графическая интерпретация методов Ньютона, хорд, секущих.
9. Принцип сжимающих отображений.
10. Обобщение метода простой итерации для решения систем нелинейных уравнений.
11. Определение скорости (порядка) сходимости.
12. Построить методы второго и третьего порядка сходимости.
13. Метод Ньютона для решения нелинейного уравнения.
14. Метод Ньютона на случай систем нелинейных уравнений.
15. Условие сходимости метода Ньютона.
16. Матрица Якоби и её свойства.
17. Производная Гато.

18. Дифференциал и производная Фреше.
19. Модифицированный метод Ньютона.
20. Канонический вид двухслойных методов.
21. Определение методов Рунге-Кутты. Вывод семейства формул 2-го порядка.
22. Явный и неявный методы Эйлера.
23. Теорема Лакса-Рябенского-Филиппова и её доказательство.
24. Основные понятия теории разностных схем: сходимость, аппроксимация, устойчивость.

7.1. Основная литература:

1. Бахвалов Н.С. Численные методы / Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.; : Учебное пособие
-Издательство 'Лаборатория знаний', 2015.- 639 с.
URL:https://e.lanbook.com/book/70767?category_pk=915#authors
2. Бахвалов Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях / Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В.;
:Учебное пособие - Издательство 'Лаборатория знаний', 2015.- 243 с. URL:
https://e.lanbook.com/book/70743?category_pk=915#authors
3. Глазырина Л. Л.. Введение в численные методы: учебное пособие / Л.Л. Глазырина, М. М. Карчевский;
Казан.федер. ун-т.-Казань: Казанский университет,2012.?121, [1] с.: ил.; 21.?Библиогр. в конце кн. (3 назв.). -
URL: http://repository.kpfu.ru/?p_id=47327
4. Демидович Б.П. Основы вычислительной математики: учебное пособие [Электронный ресурс] / ДемидовичБ.П.,
Марон И.А. - СПб.: Лань, 2011. - 672 с.URL:
https://e.lanbook.com/book/2025?category_pk=915#authors
5. Амосов А.А. Вычислительные методы [Электронный ресурс] / Амосов А.А., Дубинский Ю.А.,Копченова Н.В.
-СПб.: Лань, 2014. - 672 с.URL: https://e.lanbook.com/book/42190?category_pk=915#authors
6. Численные методы. Курс лекций : Учебное пособие/ Срочко В.А. - СПб.: Издательство'Лань', 2010. - 208 с.ISBN
978-5-8114-1014-9 e.lanbook.comhttp://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=378
7. Лекции по численным методам математической физики: Учебное пособие / М.В. Абакумов,А.В. Гулин; МГУ им.
М.В. Ломоносова- М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 158 с.: 60x88 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат).(обложка)
ISBN 978-5-16-006108-5, 500 экз. [www.znanium.com](http://znanium.com)<http://znanium.com/go.php?id=364601>

7.2. Дополнительная литература:

- 1.Фаддеев Д.К. Вычислительные методы линейной алгебры [Электронный ресурс] /Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н.
-СПб.: Лань, 2009. - 736 с.URL: https://e.lanbook.com/book/400?category_pk=915#authors
2. Шевцов Г.С. Численные методы линейной алгебры. [Электронный ресурс] / Шевцов Г.С., Крюкова
О.Г.,Мызникова Б.И. - СПб.: Лань, 2011. - 496 с.URL:
https://e.lanbook.com/book/1800?category_pk=915#authors
3. Демидович Б.П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. [Электронный ресурс] /Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З.-
СПб.: Лань, 2010. -

400 с. URL:https://e.lanbook.com/book/537?category_pk=915#authors

4. Киреев В.И. Численные методы в примерах и задачах [Электронный ресурс] / Киреев В.И. Пантелеев А.В.

-СПб.: Лань, 2015. - 448 с.ЭБС 'Лань' URL:

https://e.lanbook.com/book/65043?category_pk=915#authors

7.3. Интернет-ресурсы:

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com>

Портал ресурсов по естественно-научным дисциплинам - <http://en.edu.ru/>

Сайт образовательных ресурсов по математике - <http://www.exponenta.ru/>

Справочник по компьютерной математике - <http://www.users.kaluga.ru/math/>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Итерационные методы решения нелинейных краевых задач" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Пакет прикладных программ Матлаб

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Макаров М.В. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Даутов Р.З. _____

"__" _____ 201__ г.