

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Дискретные модели вычислений Б1.В.ДВ.18

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Системное программирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Аблаев Ф.М.

**Рецензент(ы):**

Бахтиева Л.У.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Аблаев Ф. М.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, д.н. (профессор) Аблаев Ф.М. кафедра теоретической кибернетики отделение фундаментальной информатики и информационных технологий , Farid.Ablayev@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины 'Дискретные модели вычислений' являются: формирование математической культуры студентов, развитие системного математического мышления. Дисциплина предполагает углубленное изучение методов исследования различных моделей вычислений.

Знания, практические навыки, полученные при освоении дисциплины 'Дискретные модели вычислений' используются обучаемыми при изучении профессиональных дисциплин, а также при выполнении курсовых и дипломных работ.

Задачи, решение которых обеспечивает достижение цели:

- 1.формирование понимания значимости математической составляющей в естественно-научном образовании бакалавра;
- 2.ознакомление системы понятий, используемых для описания важнейших математических моделей и математических методов в их взаимосвязи;
- 3.формирование навыков и умений использования современных математических моделей и методов.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел 'Б1.В.ДВ.17 Дисциплины (модули)' основной профессиональной образовательной программы 01.03.02 'Прикладная математика и информатика (Системное программирование)' и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе в 7 семестре.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-2 (профессиональные компетенции)	способностью использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования

В результате освоения дисциплины студент:

#### 1. должен знать:

назначение, определения различных дискретных и вероятностных моделей вычислений (машин Тьюринга, автоматов, схем из функциональных элементов); то, каким образом производится обработка входных слов и распознавание языков в данных моделях; различия между классами рекурсивных и рекурсивно-перечислимых языков; определения основных сложностных классов для детерминированных, недетерминированных и вероятностных машин Тьюринга (LSPACE, P, PSPACE, NP, EXPTIME, PP, BPP, RP, co-RP, ZPP); смысл понятий C-трудный и C-полный язык; различие между однородными и неоднородными вычислительными моделями;

#### 2. должен уметь:

ориентироваться в области сложности вычислений, и в том, где и как применяются знания из этой области.

3. должен владеть:

приемами и методами доказательства принадлежности языков определенным классам сложности, методами доказательств соотношений между различными классами сложности, методами полиномиальной сводимости задач, методами доказательства NP-полноты языков.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

готовность и способность применять полученные знания на практике.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практи- ческие занятия	Лабора- торные работы	
1.	Тема 1. Вычислительные модели и их классификация. Детерминированная машина Тьюринга.	7	1-3	0	0	6	
2.	Тема 2. Тезис Черча. Классы сложности $\text{Time}(f(n))$ , $\text{Space}(f(n))$ .	7	4-6	0	0	8	Устный опрос
3.	Тема 3. Конечный автомат. Класс Reg.	7	7-9	0	0	6	Устный опрос
4.	Тема 4. Недетерминированная машина Тьюринга. Класс NP. Недетерминированный конечный автомат.	7	10-11	0	0	6	
5.	Тема 5. Полиномиальная сводимость языков. NP-полнота. Дополнения классов сложности.	7	12-13	0	0	8	Контрольная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практи- ческие занятия	Лабора- торные работы	
6.	Тема 6. Вероятностная машина Тьюринга. Вероятностный конечный автомат.	7	14-15	0	0	6	Устный опрос
7.	Тема 7. Вероятностные классы сложности. Однородные и неоднородные вычислительные модели модели.	7	15-16	0	0	6	Устный опрос
8.	Тема 8. Квантовая машина Тьюринга. Квантовые конечные автоматы. Классические и квантовые классы сложности. Их соотношение.	7	17-18	0	0	8	Устный опрос
.	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	Зачет
	Итого			0	0	54	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Вычислительные модели и их классификация. Детерминированная машина Тьюринга.

#### лабораторная работа (6 часа(ов)):

В данной теме приводятся основные понятия и обозначения, используемые в курсе: алфавит, слова в алфавите, язык, дополнение языка, и т.д. Доказываются утверждения о мощности множества всех слов данного алфавита, мощности множества всех языков, заданных над данным алфавитом. Рассматривается метод диагонализации. Вычислительные модели как формализация понятия алгоритм. Приводится определение детерминированной машины Тьюринга, понятие распознавание слов, языков данной моделью.

### Тема 2. Тезис Черча. Классы сложности $\text{Time}(f(n))$ , $\text{Space}(f(n))$ .

#### лабораторная работа (8 часа(ов)):

Тезис Черча, расширенный тезис Черча. Основные меры сложности: время и память и их определение для модели машины Тьюринга. Определение основных классов сложности  $\text{Time}(f(n))$ ,  $\text{Space}(f(n))$ . Доказательство теорем о соотношении классов сложности  $\text{Time}(f(n))$  и  $\text{Space}(f(n))$ . Определение на основе классов  $\text{Time}(f(n))$ ,  $\text{Space}(f(n))$  детерминированных классов сложности LSPACE, P, PSPACE, EXPTIME. Соотношения между данными классами. Доказательство. Теорема о пространственной иерархии с доказательством. Теорема о временной иерархии. Примеры языков, с указанием классов сложности, которым они принадлежат обоснованием.

### Тема 3. Конечный автомат. Класс Reg.

#### лабораторная работа (6 часа(ов)):

Определение детерминированного конечного автомата. Определение класса Reg. Критерий регулярности языка. Примеры нерегулярных языков с обоснованием их нерегулярности. Сравнение моделей конечного автомата и машины Тьюринга с константной длиной рабочей ленты. Теоремы о соотношении классов сложности Reg и LogSPACE, Reg и LoglogSpace. Доказательство

### Тема 4. Недетерминированная машина Тьюринга. Класс NP. Недетерминированный конечный автомат.

#### лабораторная работа (6 часа(ов)):

Определение недетерминированной машины Тьюринга, ее отличие от детерминированной модели. Понятие принятия слова недетерминированной машиной Тьюринга. Распознавание языков недетерминированной машиной Тьюринга. Определение недетерминированного конечного автомата, его отличие от детерминированной модели. Класс языков, распознаваемых недетерминированными конечными автоматами. Сравнительная сложность детерминированных и недетерминированных конечных автоматов.

#### **Тема 5. Полиномиальная сводимость языков. NP-полнота. Дополнения классов сложности.**

##### ***лабораторная работа (8 часа(ов)):***

Понятие полиномиальной сводимости языков. Свойства полиномиальной сводимости. Примеры полиномиальной сводимости языков. Понятие полиномиальной эквивалентности. Свойства полиномиальной эквивалентности. Примеры полиномиально эквивалентных языков. Понятие NP-трудного и NP-полного языка. Методы доказательства NP-полноты языка. Примеры NP-полных языков с доказательством. Проблема соотношения классов P и NP. Ее значение для криптографии. Понятие дополнения языка. Определение дополнения класса сложности. Классы co-P, co-NP, co-PSPACE, ? Их местоположение в иерархии сложности классов. Соотношение классов NP и co-NP.

#### **Тема 6. Вероятностная машина Тьюринга. Вероятностный конечный автомат.**

##### ***лабораторная работа (6 часа(ов)):***

Определение вероятностной машины Тьюринга. Принятие слов, различные критерии распознавания языков вероятностными машинами Тьюринга. Распознавание в ограниченной ошибкой, распознавание с неограниченной ошибкой, распознавание без ошибки, распознавание в односторонней ошибкой. Примеры вероятностной машины Тьюринга. Определение вероятностного конечного автомата. Критерии распознавания языков вероятностными конечными автоматами. Класс языков, распознаваемых вероятностными конечными автоматами с ограниченной ошибкой. Теорема Рабина с доказательством.

#### **Тема 7. Вероятностные классы сложности. Однородные и неоднородные вычислительные модели.**

##### ***лабораторная работа (6 часа(ов)):***

Определение вероятностных классов сложности, определенных на основе модели вероятностной машины Тьюринга: PP, BPP, RP, co-RP, ZPP. Соотношение вероятностных классов сложности и их местоположение в иерархии сложности классов. Примеры эффективных вероятностных алгоритмов. Понятие однородной и неоднородной вычислительные модели. Схемы из функциональных элементов. Машина Тьюринга с оракульной лентой. Однородные и неоднородные классы сложности. Теорема о включении класса BPP в класс P/poly с доказательством.

#### **Тема 8. Квантовая машина Тьюринга. Квантовые конечные автоматы. Классические и квантовые классы сложности. Их соотношение.**

##### ***лабораторная работа (8 часа(ов)):***

Определение квантовой машины Тьюринга. Принятие слов, различные критерии распознавания языков квантовыми машинами Тьюринга. Распознавание в ограниченной ошибкой, распознавание с неограниченной ошибкой, распознавание без ошибки, распознавание в односторонней ошибкой. Примеры квантовой машины Тьюринга. Определение квантового конечного автомата. различные модели квантовых конечных автоматов: один раз измеряющий квантовый конечный автомат, много раз измеряющий квантовый конечный автомат. Вычислительные способности этих моделей. Недетерминированные квантовые конечные автоматы. Их сравнение с классическими недетерминированными конечными автоматами: квантовый недетерминированный автомат способен распознавать нерегулярный язык. Сложность квантового автомата. Примеры эффективных квантовых автоматов. Определение квантовых классов сложности. Их местоположение в иерархии сложности классов. Методы доказательства соотношения квантовых и классических классов сложности. Открытые проблемы и гипотезы.

### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел дисциплины	Се-мestr	Неде-ля семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудо-емкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Тезис Черча. Классы сложности $Time(f(n))$ , $Space(f(n))$ .	7	4-6	подготовка к устному опросу	10	Устный опрос
3.	Тема 3. Конечный автомат. Класс Reg.	7	7-9	подготовка к устному опросу	10	Устный опрос
5.	Тема 5. Полиномиальная сводимость языков. NP-полнота. Дополнения классов сложности.	7	12-13	подготовка к контрольной работе	10	Контроль-ная работа
6.	Тема 6. Вероятностная машина Тьюринга. Вероятностный конечный автомат.	7	14-15	подготовка к устному опросу	8	Устный опрос
7.	Тема 7. Вероятностные классы сложности. Однородные и неоднородные вычислительные модели модели.	7	15-16	подготовка к устному опросу	8	Устный опрос
8.	Тема 8. Квантовая машина Тьюринга. Квантовые конечные автоматы. Классические и квантовые классы сложности. Их соотношение.	7	17-18	подготовка к устному опросу	8	Устный опрос
	Итого				54	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения



Во время занятий студенты должны сосредоточить внимание на рассматриваемом материале. Основные положения, важные определения и теоретические положения необходимо записывать. Конспектирование предлагаемого преподавателем материала вырабатывает у студентов навыки самостоятельного отбора и анализа необходимой для них информации, умение более сжато и четко записывать услышанное. Необходимо добиваться полного понимания излагаемого на занятии материала. В случае возникновения неясностей или недопонимания, необходимо задавать вопросы преподавателю. Особое внимание следует уделить выполнению заданий и упражнений, предлагаемых преподавателем, которые служат закреплению усвоения рассматриваемой темы. Выполнение примеров помогает добиться правильного понимания материала. Конспекты могут служить необходимым вспомогательным материалом в процессе подготовки к зачету.

При подготовке к устному опросу на занятии необходимо воспользоваться конспектом лекций, сделанном на занятиях. Изучение лекционного материала по конспекту лекций должно сопровождаться изучением рекомендуемой литературы, основной и дополнительной. Основной целью подготовки к устному опросу является систематизация и активизация знаний, полученных ими на занятиях.

При подготовке к контрольной работе необходимо еще раз вернуться к тем упражнениям и примерам, которые рассматривались на занятиях и предлагались для самостоятельного решения дома. Также необходимо еще раз рассмотреть методы доказательства основных утверждений, добиваясь их правильного понимания. Изучение лекционного материала по конспекту лекций должно сопровождаться изучением рекомендуемой литературы, основной и дополнительной.

Процесс подготовки к зачету служит систематизации знаний, полученных в течение семестра при изучении данного курса. При подготовке к зачету магистрант должен воспользоваться конспектами лекций, сделанных им в течение семестра. В случае недостаточно хорошего изложения материала в лекциях, в случае вопросов и недопонимания отдельных моментов, а также при рассмотрении тем, вынесенных на самостоятельную работу студента, необходимо воспользоваться литературой из списка основной и дополнительной литературы. Особо важным этапом является резюме прочитанного теоретического источника, так как это является важным условием подготовки к зачету. Также необходимо еще раз вернуться к тем примерам и упражнениям, которые рассматривались на занятиях, а также предлагались для самостоятельного выполнения. В результате подготовки к зачету студент должен иметь не обрывочные знания по отдельным темам курса, а обладать полной картиной, в которой отдельные темы разделы связаны друг с другом.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Вычислительные модели и их классификация. Детерминированная машина Тьюринга.**

#### **Тема 2. Тезис Черча. Классы сложности $\text{Time}(f(n))$ , $\text{Space}(f(n))$ .**

Устный опрос, примерные вопросы:

1. Приведите определение детерминированной машины Тьюринга. Каким образом эта модель распознает язык. 2. Сформулируйте тезис Черча и расширенный тезис Черча. 3. Какие меры сложности алгоритмов Вы знаете. 4. Как определяются меры сложности для модели машины Тьюринга. 5. Что такое класс сложности. 6. Какие классы сложности определяются на основе детерминированной машины Тьюринга. 7. Каковы основные соотношения между пространственными и временными классами сложности. Как они доказываются. 8. Как можно доказать включение одного класса сложности в другой. Приведите примеры. 9. Как можно доказать собственное включение одного класса сложности в другой. Приведите примеры. 10. Сформулируйте критерий регулярности языка. Приведите примеры регулярных и нерегулярных языков с обоснованием.

#### **Тема 3. Конечный автомат. Класс $\text{Reg}$ .**



Устный опрос , примерные вопросы:

1. Приведите определение детерминированная машина Тьюринга. 2. Каковы основные меры сложности для недетерминированной модели. 3. Каковы основные соотношения между недетерминированными пространственными и временными классами сложности. Как они доказываются. 4. Каковы основные соотношения между недетерминированными и детерминированными классами сложности. Как они доказываются. 5. Как определяется недетерминированный конечный автомат. Каким образом он распознает язык. 6. Как определяется сложность конечного автомата. 7. Что такое NP-полный и NP-трудный язык. В чем их различие. 8. Как соотносятся классы P и NP. 9. Приведите примеры NP-полных языков с обоснованием. 10. Как соотносятся вычислительная мощность детерминированного и недетерминированного конечного автомата.

**Тема 4. Недетерминированная машина Тьюринга. Класс NP. Недетерминированный конечный автомат.**

**Тема 5. Полиномиальная сводимость языков. NP-полнота. Дополнения классов сложности.**

Контрольная работа , примерные вопросы:

Вариант 1. 1. Доказать собственное включение класса Reg в класс LogSpace. 2. Определить, является ли данный язык регулярным. Если да, построить конечный автомат, распознающий данный язык. 3. Показать полиномиальную сводимость между двумя заданными языками. 4. Как соотносятся классы P и NP. Вариант 2. 1. Как можно более точно определить класс сложности, которому принадлежит заданный язык. 2. Построить недетерминированный конечный для заданного языка. Оценить его сложность. 3. Доказать NP-полноту заданного языка. 4. Сформулируйте тезис Черча и расширенный тезис Черча. Вариант 3. 1. Построить детерминированную машину Тьюринга, распознающую язык Palindrom. 2. GПо заданному недетерминированному конечному автомату построить детерминированный конечный автомат. Оценить его сложность. 3. Показать NP-трудность заданного языка. 4. Приведите примеры NP-полных языков с обоснованием.

**Тема 6. Вероятностная машина Тьюринга. Вероятностный конечный автомат.**

Устный опрос , примерные вопросы:

1. Дайте определение вероятностной машины Тьюринга. Как она функционирует. 2. Какие Вы знаете критерии распознавания языков вероятностной машиной Тьюринга. В чем их отличие. 3. Какие вероятностные классы сложности Вы знаете. 4. Как соотносятся классы RP и NP. Как доказывается это соотношение. 5. Как соотносятся классы BPP и RP. Как доказывается это соотношение. 6. Как соотносятся классы BPP и P. Как доказывается это соотношение. 7. Как соотносятся классы RP и PSPACE. Как доказывается это соотношение. 8. Как соотносятся вероятностные и детерминированные пространственные классы сложности. Обоснуйте свой ответ. 9. Как определяется вероятностный конечный автомат. 10. Какой класс языков распознает в ограниченной ошибкой вероятностный конечный автомат. Обоснуйте свой ответ.

**Тема 7. Вероятностные классы сложности. Однородные и неоднородные вычислительные модели модели.**

Устный опрос , примерные вопросы:

1. Что такое однородная вычислительная модель. 2. Приведите примеры однородных вычислительных моделей. 3. Что такое неоднородная вычислительная модель. 4. Приведите примеры неоднородных вычислительных моделей. 5. Дайте определение модели схем из функциональных элементов. 6. Определите меры сложности схемы из функциональных элементов. 7. Что такое машина Тьюринга с оракульной лентой. 8. В чем различие между машиной Тьюринга с оракульной лентой и недетерминированной машиной Тьюринга. 9. Как соотносится модель машины Тьюринга с оракульной лентой и модель схем из функциональных элементов. 10. Какие методы построения схем из функциональных элементов Вы знаете.

**Тема 8. Квантовая машина Тьюринга. Квантовые конечные автоматы. Классические и квантовые классы сложности. Их соотношение.**

Устный опрос , примерные вопросы:

1. Дайте определение квантовая машина Тьюринга. 2. Что такое квантовая суперпозиция. 3. Как квантовая машина Тьюринга она распознает язык. 4. Какие критерии распознавания языков квантовыми машинами Тьюринга, в чем их разница. 5. Приведите определение один раз измеряющего квантового конечного автомата. 6. Какое множество языков распознают один раз измеряющие квантовые конечные автоматы. 7. Приведите определение много раз измеряющего квантового конечного автомата. 8. Какое множество языков распознают много раз измеряющие квантовые конечные автоматы. 9. Какие квантовые классы сложности Вы знаете. Каковы основные соотношения между квантовыми и классическими классами сложности. 10. Какие проблемы о соотношении классов сложности являются открытыми проблемами

### **Итоговая форма контроля**

зачет (в 7 семестре)

Примерные вопросы к итоговой форме контроля

Вопросы к зачету:

1. Алфавит, слова в алфавите, язык. Свойства: множество всех слов счетно; множество всех языков несчетно. Метод диагонализации. Вычислительные модели как формализация понятия алгоритм. Вычислительные задачи как языки. Пространственная и временная сложность.
2. Детерминированная машина Тьюринга, распознавание слов, языков. Рекурсивные и рекурсивно-перечислимые языки. Теорема о рекурсивности языка.
3. Тезис Черча. Классы сложности  $Time(f(n))$ ,  $Space(f(n))$ . Теоремы о соотношении классов сложности  $Time(f(n))$  и  $Space(f(n))$ .
4. Основные детерминированные классы сложности  $LSPACE$ ,  $P$ ,  $PSPACE$ ,  $EXPTIME$ . Доказательство соотношений между ними. Примеры языков, принадлежащих классам  $LSPACE$ ,  $P$ ,  $PSPACE$ ,  $EXPTIME$ .
5. Определение конечного автомата. Теорема о соотношении классов сложности  $Reg$  и  $LSPACE$ . Свойства: язык  $MULT$  (умножение) принадлежит  $P$ , язык  $SAT$  принадлежит  $PSPACE$ .
6. Теоремы Хартманиса о пространственной и временной иерархии детерминированных классов сложности.
7. Недетерминированные машины Тьюринга, представление слов, распознавание языков недетерминированной машиной Тьюринга. Соотношения детерминированных и недетерминированных классов сложности (по времени и памяти).
8. Определение недетерминированного конечного автомата. Класс языков, распознаваемых недетерминированными конечными автоматами.
9. Класс сложности  $NP$ . Свойство:  $SAT$  принадлежит  $NP$ . Соотношение классов  $P$  и  $NP$ . Теорема о вхождении класса  $NP$  в  $PSPACE$ .
10. Понятие полиномиальной сводимости языков. Свойства полиномиальной сводимости. Примеры полиномиальной сводимости:  $PALINDROM \leq_p SAT$  и др.
11. Полиномиальная эквивалентность  $\equiv_p$  языков. Свойства полиномиальной эквивалентности.
12. Понятие  $C$ -трудного и  $C$ -полного языка.  $NP$ -полный язык, Теорема: Пусть  $L$  принадлежит  $NP$ . Тогда если  $L$  принадлежит  $P$ , то  $P=NP$ .
13. Доказательство  $NP$ -полноты. Теорема: язык  $K$ - $NP$ -полный язык. Теорема:  $SAT$  -  $NP$ -полный язык.
14. Доказательство  $NP$ -полноты языка методом сведения на примере доказательства  $NP$ -полноты языка Independent Set? (Независимое множество вершин в графе).
15. Классы сложности-дополнений. Свойства  $Reg=co-Reg$ ,  $LSPACE=co-LSPACE$ ,  $PSPACE=co-PSPACE$ ,  $P=co-P$ ,  $EXPTIME=co-EXPTIME$ .
16. Соотношения недетерминированных классов и их дополнений.
17. Вероятностная машина Тьюринга. Принятие слов, критерии распознавания языков вероятностными машинами Тьюринга. Класс сложности  $PP$ . Теорема о соотношении классов сложности  $P$ ,  $PP$ ,  $PSPACE$ . Теорема о вхождении класса  $NP$  в  $PP$ .

18. Распознавание языков с изолированной ошибкой. Класс сложности BPP. Соотношение классов сложности P, PP, BPP.
19. Увеличение вероятности правильного результата для классов BPP, PP.
20. Соотношения детерминированных и вероятностных классов сложности.
21. Распознавание языка ZERO P (Равенства нулю полиномов) вероятностными машинами Тьюринга. Распознавание языка проверки существования совершенного паросочетания в двудольном графе.
22. Вероятностные классы сложности RP, co-RP. Увеличение вероятности правильного результата для этих классов. Соотношения классов сложности RP, co=RP, BPP.
23. Вероятностный класс сложности ZPP. Соотношение с другими классами сложности.
24. Вероятностный конечный автомат. Класс языков, распознаваемых вероятностными конечными автоматами.
25. Однородные и неоднородные модели. Класс сложности P/poly. Соотношение классов P/poly, P, NP, PP, PSPACE. Теорема о распознавании нерекурсивного языка.
26. Однородные и неоднородные модели. Класс сложности P/poly. Соотношение классов BPP и P/poly.
27. Основные понятия квантовых вычислений: квантовый бит, квантовое состояние, квантовое преобразование, квантовое изменение. Определение квантовой машины Тьюринга. Сравнение квантовой машины Тьюринга с детерминированной, недетерминированной, вероятностной машиной Тьюринга.
28. Квантовая машина Тьюринга. Квантовые классы сложности. Иерархия классов сложности.

### 7.1. Основная литература:

1. Шевелев, Ю.П. Дискретная математика. [Электронный ресурс] : учеб. пособие ? Электрон. дан. ? СПб. : Лань, 2016. ? 592 с. ? Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/71772> ? Загл. с экрана.
2. Марченков, С.С. Основы теории булевых функций. [Электронный ресурс] ? Электрон. дан. ? М. : Физматлит, 2014. ? 136 с. ? Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/59714>
3. Шоломов, Л.А. Основы теории дискретных логических и вычислительных устройств. [Электронный ресурс] ? Электрон. дан. ? СПб. : Лань, 2011. ? 432 с. ? Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/1556>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Аблаев Ф. М., Васильев А. В. Классические и квантовые ветвящиеся программы [Текст: электронный ресурс] / Аблаев Ф. М., Васильев А. В. ? Электронные данные (1 файл: 0,5 Мб) .? (Казань : Казанский государственный университет, 2010) .? Загл. с экрана .? Режим доступа: открытый. URL:[http://libweb.kpfu.ru/ebooks/09-IVMIT/09\\_62\\_2010\\_000088.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/09-IVMIT/09_62_2010_000088.pdf)
2. Мальцев, И.А. Дискретная математика. [Электронный ресурс] ? Электрон. дан. ? СПб. : Лань, 2011. ? 304 с. ? Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/638>
3. Асанов, М.О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. [Электронный ресурс] / М.О. Асанов, В.А. Баранский, В.В. Расин. ? Электрон. дан. ? СПб. : Лань, 2010. ? 368 с. ? Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/536>

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Интернет-портал образовательных ресурсов КФУ - <http://www.kfu-elearning.ru/>

Интернет-портал образовательных ресурсов по IT - <http://algolist.manual.ru>

Интернет-портал ресурсов по математическим наукам - <http://www.math.ru/>

Открытое обучение - <http://open.edu.ru>

Портал Интуит - <http://intuit.ru>

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дискретные модели вычислений" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Системное программирование.

Автор(ы):

Аблаев Ф.М. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Бахтиева Л.У. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.