

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.

_____ 20__ г.

Программа дисциплины

Стохастические дифференциальные уравнения Б1.В.ДВ.11

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Новиков А.А. , Чупрунов А.Н.

Рецензент(ы):

Насыров С.Р.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Насыров С. Р.

Протокол заседания кафедры No _____ от "_____" _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No _____ от "_____" _____ 201__ г

Регистрационный No

Казань
2019

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) ассистент, к.н. Новиков А.А. Кафедра математического анализа отделение математики , A.Nobukob@gmail.com ; профессор, д.н. (профессор) Чупрунов А.Н. Кафедра математического анализа отделение математики , Alexey.Chuprunov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Получение знаний в современной научной области стохастических дифференциальных уравнений, получения навыка ориентироваться в современных научных трудах.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.11 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.01 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 8 семестр.

Стохастические дифференциальные уравнения должны проходиться после курса обыкновенных дифференциальных уравнений и после или одновременно с курсом случайных процессов.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности
ОПК-3 (профессиональные компетенции)	способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата

В результате освоения дисциплины студент:

4. должен демонстрировать способность и готовность:

результате освоения дисциплины студент:

1. Должен знать:

основные понятия и результаты дисциплины (структурные теоремы, основные теоремы теории Ито, теории фильтрации, диффузионные процессы)

Студенты должны знать логические связи между ними.

2. Должен уметь:

доказывать утверждения, разбирать журнальную литературу по стохастическим дифференциальным уравнениям.

3. Должен владеть:

методами теории стохастических дифференциальных уравнений в приложениях к краевым задачам, к задачам об оптимальной остановке, к задачам об оптимальном управлении, к задачам финансовой математики .

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 8 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Марковские процессы и процесс диффузии. Винеровские процессы и белый шум.	8		6	6	0	Реферат
2.	Тема 2. Стохастические интегралы	8		8	8	0	Научный доклад
3.	Тема 3. Стохастические дифференциальные уравнения	8		8	8	0	Письменная работа
	Тема . Итоговая форма контроля	8		0	0	0	Зачет
	Итого			22	22	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Марковские процессы и процесс диффузии. Винеровские процессы и белый шум.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Стохастические процессы. Мартингалы, субмартингалы, супермартингалы. Переходные вероятности и уравнение Колмогорова-Чапмана. Инфинитезимальные операторы. Процесс диффузии в терминах случайных блужданий и параболическое уравнение (уравнение теплопереноса). Винеровские процессы и понятие белого шума.

практическое занятие (6 часа(ов)):

Стохастические процессы. Мартингалы, субмартингалы, супермартингалы. Переходные вероятности и уравнение Колмогорова-Чапмана. Инфинитезимальные операторы. Процесс диффузии в терминах случайных блужданий и параболическое уравнение (уравнение теплопереноса). Винеровские процессы и понятие белого шума.

Тема 2. Стохастические интегралы

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Стохастические интегралы. Стохастический интеграл от стохастического процесса, стохастический интеграл Стратоновича, стохастический интеграл Ито, Интеграл Винера. Стохастический интеграл как стохастический процесс. Стохастический интеграл как функция верхнего предела. Стохастические дифференциалы. Теорема Ито.

практическое занятие (8 часа(ов)):

Стохастические интегралы. Стохастический интеграл от стохастического процесса, стохастический интеграл Стратоновича, стохастический интеграл Ито, Интеграл Винера. Стохастический интеграл как стохастический процесс. Стохастический интеграл как функция верхнего предела. Стохастические дифференциалы. Теорема Ито.

Тема 3. Стохастические дифференциальные уравнения

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Стохастические дифференциальные уравнения. Существование и единственность решения. Свойства решений стохастических дифференциальных уравнений. Моменты решений, аналитические свойства решений, зависимость решений от параметров и начальных значений. Линейные стохастические дифференциальные уравнения.

практическое занятие (8 часа(ов)):

Стохастические дифференциальные уравнения. Существование и единственность решения. Свойства решений стохастических дифференциальных уравнений. Моменты решений, аналитические свойства решений, зависимость решений от параметров и начальных значений. Линейные стохастические дифференциальные уравнения.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Марковские процессы и процесс диффузии. Винеровские процессы и белый шум.	8		подготовка к реферату	6	Реферат
2.	Тема 2. Стохастические интегралы	8		подготовка к научному докладу	11	Научный доклад
3.	Тема 3. Стохастические дифференциальные уравнения	8		подготовка к письменной работе	11	Письменная работа
	Итого				28	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

1. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / Туганбаев А.А., Крупин В.Г. - Санкт-Петербург: Лань, 2011. - 320 с. <http://e.lanbook.com/view/book/652/>

2. Вероятность, математическая статистика, случайные процессы. Учебное пособие. Д. Х. Муштари, Казанский университет, 2011, 201 с. <http://old.kpfu.ru/infres/00INT.pdf>

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Марковские процессы и процесс диффузии. Винеровские процессы и белый шум.

Реферат , примерные вопросы:

Изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой. Подготовить тезисы для выступлений по всем учебным вопросам, выносимым на семинар. Подготовить реферат по заданной теме.

Тема 2. Стохастические интегралы

Научный доклад , примерные вопросы:

Изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой. Подготовить тезисы для выступлений по всем учебным вопросам, выносимым на семинар. Подготовить устный доклад с презентацией на 10 минут по заданной теме.

Тема 3. Стохастические дифференциальные уравнения

Письменная работа , примерные вопросы:

В ходе подготовки к письменной работе следует повторно разобрать материал, обсуждаемый на лекциях и упражнения выполняемые в качестве самостоятельной работы, а также на практических занятиях. Сама письменная работа должна включать в себя минимум один теоретический вопрос и минимум один практический вопрос.

Итоговая форма контроля

зачет (в 8 семестре)

Примерные вопросы к зачету:

На зачете студент обязан знать:

- 1) определения: случайной величины, стохастического процесса, процесса диффузии, процесса случайного блуждания, винеровского процесса, белого шума, стохастического интеграла.
- 2) формулировки теорем, озвученные на лекциях
- 3) методы решения стохастических дифференциальных уравнений, озвученные на лекциях.

7.1. Основная литература:

1. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / Туганбаев А.А., Крупин В.Г. - Санкт-Петербург: Лань, 2011. - 320 с. <http://e.lanbook.com/view/book/652/>

2. Вероятность, математическая статистика, случайные процессы. Учебное пособие. Д. Х. Муштари, Казанский университет, 2011, 201 с. <http://old.kpfu.ru/infres/00>

INT.pdf

7.2. Дополнительная литература:

Элементарный курс теории вероятностей : стохастические процессы и финансовая математика : [учебник] / К.Л. Чжун, Ф. АитСахлиа ; пер. с 4-го англ. изд. М.Б. Лагутина .? Москва : БИНОМ. Лаб. знаний, 2007 .? 455 с. : ил. ; 25 .? Загл. и авт. ориг.: Elementary probability theory / Kai Lai Chung, Farid AitSahlia .? Библиогр.: с. 444-445 (24 назв.) .? Предм. указ.: с. 448-452 .? ISBN 5-94774-347-7, 2000.

Введение в стохастические финансы. Дискретное время / Г. Фёльмер, А. Шид ; пер. с англ. Ю. С. Мишуры, Г. М. Шевченко под ред. В. И. Аркина .? Москва : Изд-во МЦНМО, 2008 .? 496 с. : ил. ; 25 .? Загл. и авт. ориг.: Stochastic finance. An introduction in discrete time / Hans Föllmer, Alexander Schied .? Библиогр.: с. 459-470 .? Предм. указ.: с. 472-485.

Оригинал перевода: Stochastic finance. An introduction in discrete time / Hans Föllmer, Alexander Schied .? 2nd rev. and ext. ed. ? Berlin ; New York : Walter de Gruyter, 2004.

7.3. Интернет-ресурсы:

Программа курса "Стохастические дифференциальные уравнения" лектор А.В.Булинский - <https://mipt.ru/dcam/students/curriculum/prog/veroyatmetod/stohuravn.php>

Stochastic processes - <https://en.coursera.org/learn/stochasticprocesses>

В.С.Пугачев, И.Н.Синицын СТОХАСТИЧЕСКИЕДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕСИСТЕМЫ -

<http://www.booksshare.net/books/physics/pugachev-vp/1990/files/stohasticheskiedifferencialniesistemi1990.pdf>

Кузнецов, Дмитрий Феликсович. Стохастические дифференциальные уравнения: теория и практика численного решения. - <http://elib.spbstu.ru/dl/2/z17-4.pdf/info>

Леваков А.А. Стохастические диф.уравнения - <https://fpmi.bsu.by/lmgFpmi/Cache/22163.pdf>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Стохастические дифференциальные уравнения" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

MatLab

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Чупрунов А.Н. _____

Новиков А.А. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Насыров С.Р. _____

"__" _____ 201__ г.