

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

"       " 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Численные методы решения нестационарных задач математической физики Б1.В.ДВ.11

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Глазырина Л.Л.

**Рецензент(ы):**

Павлова М.Ф.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Задворнов О. А.

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК № \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" 201\_\_ г

Регистрационный №

## **Содержание**

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Глазырина Л.Л. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики , Ludmila.Glazyrina@kpfu.ru

## **1. Цели освоения дисциплины**

В этом курсе изучаются основы теории разностных схем для нелинейных нестационарных задач математической физики. Студенты учатся применять ее для исследования устойчивости и сходимости разностных схем для основных классов нестационарных задач математической физики.

## **2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования**

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.11 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.04 Прикладная математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3 курсе, 6 семестре.

Данная дисциплина читается на 3 курсе в 6 семестре для бакалавров, обучающихся по направлению 'Прикладная математика и информатика'.

Изучение основывается на результатах изучения дисциплин 'Уравнения математической физики', 'Дифференциальные уравнения', 'Математический анализ,' 'Численные методы'.

## **3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля**

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-2 (профессиональные компетенции)	Способность использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования
ПК-10 (профессиональные компетенции)	Готовность применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов
ПК-12 (профессиональные компетенции)	Способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальной математики

В результате освоения дисциплины студент:

### **1. должен знать:**

По окончанию курса студенты должны знать основные методы построения и исследования разностных методов решения нелинейных нестационарных математической физики.

### **2. должен уметь:**

По окончанию курса студенты должны владеть теоретическим материалом по изучаемой дисциплине.

3. должен владеть:

По окончанию курса студенты должны демонстрировать способность и готовность применять полученные знания для решения нелинейных нестационарных задач прикладного характера.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

По окончанию курса студенты должны знать основные методы построения и исследования разностных методов решения нелинейных нестационарных математической физики; должны владеть теоретическим материалом по изучаемой дисциплине; должны демонстрировать способность и готовность применять полученные знания для решения нелинейных нестационарных задач прикладного характера.

**4. Структура и содержание дисциплины/ модуля**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 6 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

**4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю**

**Тематический план дисциплины/модуля**

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практи- ческие занятия	Лабора- торные работы	
1.	Тема 1. Примеры нестационарных уравнений математической физики	6	1	2	0	0	
2.	Тема 2. Разностные схемы для уравнения переноса.	6	2	4	0	0	
3.	Тема 3. Разностные схемы для одномерных уравнений теплопроводности с постоянными коэффициентами.	6	3	6	0	0	Устный опрос
4.	Тема 4. Разностные схемы для уравнений теплопроводности с несколькими пространственными переменными.	6	4,5	4	0	0	
5.	Тема 5. Разностные схемы для уравнения колебаний однородной струны.	6	6	2	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практи- ческие занятия	Лабора- торные работы	
6.	Тема 6. Однородные разностные схемы для уравнения теплопроводности с переменными коэффициентами.	6	7,8	4	0	0	Научный доклад
7.	Тема 7. Консервативные разностные схемы для квазилинейных уравнений теплопроводности.	6	14,15	4	0	0	Научный доклад
8.	Тема 8. Трехслойные разностные схемы для гиперболических уравнений.	6	16,17	6	0	0	
9.	Тема 9. Консервативные разностные схемы нестационарной газовой динамики.	6	17,18	4	0	0	Творческое задание
.	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	Экзамен
	Итого			36	0	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Примеры нестационарных уравнений математической физики

###### лекционное занятие (2 часа(ов)):

Рассматриваются задачи для уравнений параболического и гиперболического типов, описывающие процессы теплопроводности, продольных колебаний стержня, малых колебаний струны. Вывод уравнений теплопроводности в случае сосредоточенного источника тепла, сосредоточенной теплоемкости, сосредоточенной массы, составного стержня

##### Тема 2. Разностные схемы для уравнения переноса.

###### лекционное занятие (4 часа(ов)):

Разностные схемы с весами для уравнений первого порядка. Уравнение переноса. Явные схемы для задачи Коши. Исследование погрешности аппроксимации. Краевая задача для уравнения переноса. Семейство разностных схем с весами. Исследование погрешности аппроксимации. Исследование устойчивости по начальным данным.

##### Тема 3. Разностные схемы для одномерных уравнений теплопроводности с постоянными коэффициентами.

###### лекционное занятие (6 часа(ов)):

Разностные схемы с весами для уравнений второго порядка. Исследование погрешности аппроксимации для разностных схем с весами для уравнений второго порядка. Устойчивость по начальным данным. Устойчивость по правой части. Метод энергетических неравенств. Сходимость разностных схем. Трехслойные разностные схемы.

##### Тема 4. Разностные схемы для уравнений теплопроводности с несколькими пространственными переменными.

###### лекционное занятие (4 часа(ов)):

Явная двухслойная разностная схема. Условная устойчивость явной схемы. Явная трехслойная разностная схема: схема Ричардсона. Схемы с весами. Вычисление погрешности аппроксимации. Схема повышенного порядка аппроксимации. Методы решения: метод переменных направлений, экономичные факторизованные схемы.

## **Тема 5. Разностные схемы для уравнения колебаний однородной струны.**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Разностные схемы с весами. Аппроксимация начальных условий. Аппроксимация краевых условий второго и третьего рода. Вычисление погрешности аппроксимации. Построение разностной схемы повышенной погрешности аппроксимации. Исследование устойчивости по начальным данным. Метод энергетических неравенств исследования устойчивости .

## **Тема 6. Однородные разностные схемы для уравнения теплопроводности с переменными коэффициентами.**

### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Построение однородной разностной схемы интегро- интерполяционным методом. Явная разностная схема. Неявная разностная схема. Методы решения схем. Схема с весами. Вычисление погрешности аппроксимации. Исследование устойчивости методом энергетических неравенств. Исследование сходимости разностных схем.

## **Тема 7. Консервативные разностные схемы для квазилинейных уравнений теплопроводности.**

### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

С помощью метода сумматорных тождеств строятся консервативные разностные схемы для квазилинейных уравнений с условиями Дирихле на границе. С помощью метода сумматорных тождеств строятся консервативные разностные схемы для квазилинейных уравнений с условиями Неймана на границе. Итерационные методы решения: метод Ньютона, метод с опусканием нелинейности на нижнюю итерацию.

## **Тема 8. Трехслойные разностные схемы для гиперболических уравнений.**

### **лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Рассматривается уравнения колебаний пластины. Строятся трехслойные схемы с весами. Исследуются разрешимость и сходимость трёхслойной разностной схемы для гиперболического уравнения с условиями Дирихле на границе. Исследуются разрешимость и сходимость трёхслойной разностной схемы для гиперболического уравнения с условиями Неймана на границе.

## **Тема 9. Консервативные разностные схемы нестационарной газовой динамики.**

### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Вывод уравнения одномерной газовой динамики. Уравнение с псевдовязкостью. Построение консервативной однородной разностной схемы интегро-интерполяционным методом. Построение полностью консервативной разностной схемы. Схема "крест". Методы решения разностных схем. Метод Ньютона. Исследование сходимости метода Ньютона.

## **4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел дисциплины	Се-мestr	Неде-ля семе-стра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудо-емкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Разностные схемы для одномерных уравнений теплопроводности с постоянными коэффициентами.	6	3	подготовка к устному опросу	2	устный опрос

N	Раздел дисциплины	Се-мestr	Неде-ля семе-стра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудо-емкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
6.	Тема 6. Однородные разностные схемы для уравнения теплопроводности с переменными коэффициентами.	6	7,8	подготовка к научному докладу	4	Научный доклад
7.	Тема 7. Консервативные разностные схемы для квазилинейных уравнений теплопроводности.	6	14,15	подготовка к научному докладу	6	Научный доклад
9.	Тема 9. Консервативные разностные схемы нестационарной газовой динамики.	6	17,18	подготовка к творческому заданию	6	Творческое задание
	Итого				18	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Изучение курса подразумевает получение теоретических знаний и практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если это возможно, перевыполнять план. Тогда всегда будет резерв времени.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

**Тема 1. Примеры нестационарных уравнений математической физики**

**Тема 2. Разностные схемы для уравнения переноса.**

**Тема 3. Разностные схемы для одномерных уравнений теплопроводности с постоянными коэффициентами.**

устный опрос , примерные вопросы:

Студентам предлагается для уравнения переноса с постоянными коэффициентами построить устойчивую разностную схему. С помощью численного эксперимента убедиться в ее устойчивости.

**Тема 4. Разностные схемы для уравнений теплопроводности с несколькими пространственными переменными.**

**Тема 5. Разностные схемы для уравнения колебаний однородной струны.**

**Тема 6. Однородные разностные схемы для уравнения теплопроводности с переменными коэффициентами.**

Научный доклад , примерные вопросы:

Тема докладов: 1. Разностные схемы для уравнения теплопроводности с сосредоточенным источником. 2. Разностные схемы для уравнения теплопроводности с сосредоточенной теплоемкостью. 3. Разностные схемы для сферически-симметричных задач теплопроводности.

**Тема 7. Консервативные разностные схемы для квазилинейных уравнений теплопроводности.**

Научный доклад , примерные вопросы:

Тема доклада: 1. Аналитические решения для квазилинейного уравнения теплопроводности. 2. Неявные схемы для квазилинейного уравнения теплопроводности.

**Тема 8. Трехслойные разностные схемы для гиперболических уравнений.**

**Тема 9. Консервативные разностные схемы нестационарной газовой динамики.**

Творческое задание , примерные вопросы:

Для одномерного уравнения нестационарной газовой фильтрации построить полностью консервативную схему. Для модельной задачи решить разностную схему методом Ньютона. Разработать алгоритм. Составить программу его реализации. Исследовать сходимость метода.

**Итоговая форма контроля**

экзамен (в 6 семестре)

Примерные вопросы к итоговой форме контроля

Билет 1.

1. Схемы с весами для уравнение переноса.
2. Устойчивость по начальным данным схемы с весами для параболического уравнения с постоянными коэффициентами. Метод разделения переменных.

Билет 2.

1. Схемы с весами для уравнения параболического уравнения с постоянными коэффициентами.
2. Устойчивость по начальным данным схемы с весами для уравнения переноса. Метод разделения переменных.

Билет 3.

1. Неявная схема для параболического уравнения с постоянными коэффициентами.
2. Устойчивость по начальным данным схемы с весами для уравнения переноса. Метод энергетических неравенств.

Билет 4.

1. Схемы с весами для уравнения колебания струны .
2. Погрешность аппроксимации схем с весами для уравнение переноса.

Билет 5.

1. Схемы с весами для параболического уравнения с переменными коэффициентами. Метод баланса.
2. Погрешность аппроксимации схем с весами для уравнение колебания струны.

Билет 6.

1. Схемы с весами для гиперболического уравнения с переменными коэффициентами.
2. Устойчивость по начальным данным схемы с весами для уравнения колебания струны. Метод разделения переменных.

Билет 7.

1. Аппроксимация краевых условий третьего рода для уравнения теплопроводности.
2. Устойчивость по начальным данным схемы с весами для уравнения колебания струны. Метод энергетических неравенств.

Билет 8.

- 1.Монотонные схемы для параболического уравнения общего вида.
2. Погрешность аппроксимации схем с весами для гиперболического уравнения.

Билет 9.

1. Явная схема для квазилинейного параболического уравнения.
2. Устойчивость разностных схем с весами для гиперболического уравнения.

Билет 10.

1. Неявные разностные схемы для квазилинейного параболического уравнения.
2. Погрешность аппроксимации разностных схем с весами для гиперболического уравнения.

Билет 11.

1. Консервативные однородные схемы для уравнений нестационарной газовой динамики.
2. Устойчивость и сходимость схем с весами для задачи теплопроводности.

Билет 12.

1. Схемы с весами для гиперболического уравнения с переменными коэффициентами.
2. Итерационные методы решения нелинейных разностных схем.

Билет 13.

1. Монотонные схемы для параболического уравнения общего вида.
2. Погрешность аппроксимации схем с весами для гиперболического уравнения.

Билет 14.

1. Схемы с весами для уравнение переноса.
2. Неявные разностные схемы для квазилинейного параболического уравнения. Методы решения.

Билет 15

1. Схемы с весами для параболического уравнения с переменными коэффициентами. Краевые условия третьего рода. Метод баланса.
2. Погрешность аппроксимации схем с весами для уравнение колебания струны.

**7.1. Основная литература:**

1. Карчевский, М.М. Уравнения математической физики. Дополнительные главы [Электронный ресурс] : учебное пособие / М.М. Карчевский, М.Ф. Павлова. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2016. - 276 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72983>
2. Глазырина Л. Л. Введение в численные методы: учебное пособие / Л. Л. Глазырина, М. М. Карчевский; Казан. федер. ун-т.- Казань: Казанский университет, 2012.- 121, [1] с. Режим доступа: [http://repository.kpfu.ru/?p\\_id=47327](http://repository.kpfu.ru/?p_id=47327)

3. Лекции по численным методам математической физики: Учебное пособие / М.В. Абакумов, А.В. Гулин; МГУ им. М.В. Ломоносова - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 158 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). ISBN 978-5-16-006108-5 Режим доступа: <http://znanium.com/bookread.php?book=364601>

4. Зализняк, В. Е. Теория и практика по вычислительной математике [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. Е. Зализняк, Г. И. Щепановская. - Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2012. - 174 с. - ISBN 978-5-7638-2498-8. Режим доступа: <http://www.znanium.com/go.php?id=441232>

## 7.2. Дополнительная литература:

1. Амосов, А.А. Вычислительные методы [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.А. Амосов, Ю.А. Дубинский, Н.В. Копченова. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2014. - 672 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/42190>

2. Карчевский, М.М. Лекции по уравнениям математической физики [Электронный ресурс] : учебное пособие / М.М. Карчевский. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2016. - 164 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72982>

3. Треногин, В.А. Уравнения в частных производных [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.А. Треногин, И.С. Недосекина. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2013. - 228 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59744>

## 7.3. Интернет-ресурсы:

Глазырина Л. Л.. Введение в численные методы: учебное пособие / Л. Л. Глазырина, М. М. Карчевский; Казан. федер. ун-т.- Казань: Казанский университет, 2012.- 121, [1] с.: ил.; 21.- Библиогр. в конце кн. (3 назв.). - [http://repository.kpfu.ru/?p\\_id=47327](http://repository.kpfu.ru/?p_id=47327)

Зализняк, В. Е. Теория и практика по вычислительной математике [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. Е. Зализняк, Г. И. Щепановская. - Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2012. - 174 с. - ISBN 978-5-7638-2498-8. - <http://www.znanium.com/go.php?id=441232>

Калиткин Н. Н. Численные методы: учеб. пособие / Н. Н. Калиткин. ? 2-е изд., исправленное. ? СПб.: БХВ-Петербург, 2011. ? 586 с.: ил. ? (Учебная литература для вузов). - ISBN 978-5-9775-0500-0. - ISBN 978-5-9775-0500-0. - <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=350803>

Карчевский М.М. Уравнения математической физики. Дополнительные главы : : Учебное пособие. - 2-е изд., доп. / М. М. Карчевский, М. Ф. Павлова .-- СПб.: Издательство 'Лань', 2016. -276 с. ; 21. - Библиогр.: с. 271-274 (53 назв.) .- Предм. указ.: с. 268-270 . - <https://e.lanbook.com/reader/book/72983/#1>

Лекции по численным методам математической физики: Учебное пособие / М.В. Абакумов, А.В. Гулин; МГУ им. М.В. Ломоносова - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 158 с.: 60x88 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (обложка) ISBN 978-5-16-006108-5, 500 - <http://znanium.com/bookread.php?book=364601>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Численные методы решения нестационарных задач математической физики" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Глазырина Л.Л. \_\_\_\_\_  
" " 201 \_\_\_ г.

Рецензент(ы):

Павлова М.Ф. \_\_\_\_\_  
" " 201 \_\_\_ г.