

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной деятельности КФУ  
проф. Таюрский Д.А.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

## **Программа дисциплины**

Математическая логика Б1.В.ДВ.3

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Системное программирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

**Автор(ы):** Замов Н.К.

**Рецензент(ы):** Михайлов В.Ю.

### **СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Аблаев Ф. М.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Казань

2019

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы высшего образования
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
  - 6.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы и форм контроля их освоения
  - 6.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания
  - 6.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы
  - 6.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций
7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
  - 7.1. Основная литература
  - 7.2. Дополнительная литература
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Программу дисциплины разработал(а)(и) главный специалист Замов Н.К. (Аналитический отдел, Центр перспективного развития), [svrt@kpfu.ru](mailto:svrt@kpfu.ru)

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Выпускник, освоивший дисциплину, должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1	Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ОПК-2	Способность приобретать новые знания, используя современные образовательные и информационные технологии
ПК-1	Способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям
ПК-2	Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат

Выпускник, освоивший дисциплину:

Должен знать:

- роль математической логики в основаниях математики

Должен уметь:

- ориентироваться в основных результатах математической логики

Должен владеть:

- теоретическими знаниями о формальных системах 1 порядка

Должен демонстрировать способность и готовность:

- строить формальные доказательства и выводы в исчислении предикатов

### 2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы высшего образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.3 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.02 "Прикладная математика и информатика (Системное программирование)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 2 курсе в 4 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 54 часа(ов), в том числе лекции - 18 часа(ов), практические занятия - 0 часа(ов), лабораторные работы - 36 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 18 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 4 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Исчисление высказываний. Аксиоматическая система ИВ. Непротиворечивость и полнота исчисления высказываний.	4	3	0	6	3
2.	Тема 2. Исчисление предикатов. Формулы. Интерпретации. Общезначимость. Теория доказательств. Предварённая нормальная форма. Полнота и непротиворечивость.	4	3	0	6	3
3.	Тема 3. Исчисление с равенством. Формальные доказательства в исчислении с равенством. Неклассические логики.	4	6	0	12	6
4.2 Содержание дисциплины	Тема 5. Введение в теорию алгоритмов. Тезис Черча. Рекурсивные функции и предикаты. Неразрешимые проблемы.	4	6	0	12	6
	Тема 1. Исчисление высказываний. Аксиоматическая система ИВ. Непротиворечивость и полнота исчисления высказываний. Высказывания. Логические операции. Формулы. Таблицы истинности. Общезначимые формулы. Логическое следование. Нормальные формы. Аксиоматическая система исчисления высказываний. Доказуемость и выводимость. Теорема о дедукции. Правила введения и удаления логических связок. Непротиворечивость и полнота исчисления высказываний. Анализ рассуждений на естественном языке.					

**Тема 2. Исчисление предикатов. Формулы. Интерпретации. Общезначимость. Теория доказательств. Предварённая нормальная форма. Полнота и непротиворечивость.**

Исчисление предикатов. Логика предикатов Кванторы. Свободные и связанные переменные. Формулы. Интерпретации. Общезначимость. Логическое следование. Теория доказательств. Аксиомы и правила вывода. Теорема дедукции в исчислении предикатов. Предварённая нормальная форма. Полнота и непротиворечивость. Теорема Эрбрана.

**Тема 3. Исчисление с равенством. Формальные доказательства в исчислении с равенством. Неклассические логики.**

Исчисление с равенством. Построение исчисления предикатов с равенством.

Функции, термины. Аксиомы равенства.

Формальные доказательства в исчислении с равенством.

Введение в неклассические логики.

Интуиционистская логика, особенности ее построения и использования.

Проблемы разрешимости Разрешимость сингулярного исчисления. Разрешимость теории равенства.

Неразрешимость узкого исчисления предикатов. Теорема Лёвенгейма-Скулема.

**Тема 5. Введение в теорию алгоритмов. Тезис Черча. Рекурсивные функции и предикаты. Неразрешимые проблемы.**

Неформальное понятие алгоритма. Машины Тьюринга. Рекурсивные функции. Теорема о совпадении класса рекурсивных функций и функций, вычислимых на машинах Тьюринга.

Неразрешимые проблемы. Неразрешимость проблемы остановки.

Сильные и слабые сводимости. Креативные и m-полные множества. Существование m-полного множества.

Продуктивные множества. Простые множества Поста.

**5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301).

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Положение от 24 декабря 2015 г. № 0.1.1.67-06/265/15 "О порядке проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Положение № 0.1.1.67-06/241/15 от 14 декабря 2015 г. "О формировании фонда оценочных средств для проведения текущей, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Положение № 0.1.1.56-06/54/11 от 26 октября 2011 г. "Об электронных образовательных ресурсах федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Регламент № 0.1.1.67-06/66/16 от 30 марта 2016 г. "Разработки, регистрации, подготовки к использованию в учебном процессе и удаления электронных образовательных ресурсов в системе электронного обучения федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Регламент № 0.1.1.67-06/11/16 от 25 января 2016 г. "О балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Регламент № 0.1.1.67-06/91/13 от 21 июня 2013 г. "О порядке разработки и выпуска учебных изданий в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

## 6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

### 6.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы и форм контроля их освоения

Этап	Форма контроля	Оцениваемые компетенции	Темы (разделы) дисциплины
<b>Семестр 4</b>			
	<i>Текущий контроль</i>		
1	Контрольная работа	ОПК-1 , ОПК-2	2. Исчисление предикатов. Формулы. Интерпретации. Общезначимость. Теория доказательств. Предварённая нормальная форма. Полнота и непротиворечивость.
2	Контрольная работа	ПК-1 , ПК-2	5. Введение в теорию алгоритмов. Тезис Черча. Рекурсивные функции и предикаты. Неразрешимые проблемы.
3	Лабораторные работы	ПК-1 , ПК-2	1. Исчисление высказываний. Аксиоматическая система ИВ. Непротиворечивость и полнота исчисления высказываний.
	<b>Экзамен</b>	ОПК-1, ОПК-2, ПК-1, ПК-2	

### 6.2 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Форма контроля	Критерии оценивания				Этап
	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неуд.	
<b>Семестр 4</b>					
<b>Текущий контроль</b>					

Форма контроля	Критерии оценивания				Этап
	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неуд.	
Контрольная работа	Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	1 2
Лабораторные работы	Оборудование и методы использованы правильно. Проявлена превосходная теоретическая подготовка. Необходимые навыки и умения полностью освоены. Результат лабораторной работы полностью соответствует её целям.	Оборудование и методы использованы в основном правильно. Проявлена хорошая теоретическая подготовка. Необходимые навыки и умения в основном освоены. Результат лабораторной работы в основном соответствует её целям.	Оборудование и методы частично использованы правильно. Проявлена удовлетворительная теоретическая подготовка. Необходимые навыки и умения частично освоены. Результат лабораторной работы частично соответствует её целям.	Оборудование и методы использованы неправильно. Проявлена неудовлетворительная теоретическая подготовка. Необходимые навыки и умения не освоены. Результат лабораторной работы не соответствует её целям.	3
Экзамен	Обучающийся обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой дисциплины, усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.	Обучающийся обнаружил полное знание учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные программой задания, усвоил основную литературу, рекомендованную программой дисциплины, показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.	Обучающийся обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой дисциплины, допустил погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.	Обучающийся обнаружил значительные пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий и не способен продолжить обучение или приступить по окончании университета к профессиональной деятельности без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.	

**6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**Семестр 4**

**Текущий контроль**

**1. Контрольная работа**



## Тема 2

### I. Справедливы ли следующие рассуждения:

Порядок решения каждой задачи:

- 1). Записать рассуждение в логической символике.
- 2). Проверить правильность рассуждения методом Квайна.
- 3). Проверить правильность рассуждения методом построения КНФ.
- 4). Проверить правильность рассуждения методом резолюций.

1. Если подозреваемый совершил кражу, то либо кража была тщательно подготовлена, либо имелся соучастник. Если бы кража была тщательно подготовлена, то был бы соучастник. Значит, подозреваемый не виновен в краже.
2. Намеченная атака удастся, только если захватить противника врасплох или же если позиции его плохо защищены. Захватить его врасплох можно только, если его позиции плохо защищены. Значит, атака не удастся.
3. Если бы у нее было много денег, она бы ездила в институт на такси и тогда бы никогда не опаздывала. Она постоянно опаздывает. Значит, у нее по-прежнему мало денег.
4. Если бы он хорошо знал английский язык или хотя бы она говорила помедленней, то он бы ее понял. Но он ее не понял. Значит, она как всегда говорила слишком быстро.
5. Муравей поднимет соломинку, если ее вес не превышает собственный вес муравья более, чем в 10 раз. Муравей не будет поднимать соломинку, если она ему не нужна. Муравей не стал поднимать соломинку. Значит, либо соломинка слишком тяжелая, либо муравью не нужна соломинка.

### II. Проверить, справедливость логических следствий.

1.  $\neg \exists x (P1(x) \rightarrow P2(x)) \rightarrow (\exists x (P1(x)) \rightarrow \exists x (P2(x)))$ .
2.  $\exists x (P1(x) \rightarrow P2(x)); \exists x (P3(x) \rightarrow P1(x)) \vdash \exists x (P3(x) \rightarrow P2(x))$ .
3.  $\exists y (P3(y) \rightarrow P4(y)) \rightarrow \exists x (P1(x) \rightarrow P2(x,y)); \exists y (P3(y) \rightarrow P5(y)) \vdash \exists x (P1(x) \rightarrow P5(x))$ .
4.  $\exists x (\exists y (P21.(x;y) \rightarrow P2(y)) \rightarrow \exists y (P3(y) \rightarrow P24.(x;y))); ? \exists x (P3(x)) \vdash ? \exists x (\exists y (P21.(x;y) \rightarrow P2(y)))$ .
5.  $\exists x (P1(x) \rightarrow \exists y (P2(y) \rightarrow P24.(x;y))); \exists x (P1(x) \rightarrow \exists y (P3(y) \rightarrow P24.(x;y))) \vdash \exists x (P2(x) \rightarrow P3(x))$ .

### III. Проверить правильность суждений.

1. Преподаватели принимали зачеты у всех студентов, не являющихся отличниками. Некоторые аспиранты и студенты сдавали зачеты только аспирантам. Ни один из аспирантов не был отличником. Следовательно, некоторые преподаватели были аспирантами.
2. Существуют студенты, которые любят всех преподавателей. Ни один из студентов не любит невежд. Следовательно, ни один из преподавателей не является невеждой.
3. Некоторые республиканцы любят всех демократов. Ни один республиканец не любит ни одного социалиста. Следовательно, ни один демократ не является социалистом.
4. Ни один торговец наркотиками не является наркоманом. Некоторые наркоманы привлекались к ответственности. Следовательно, некоторые люди, привлекавшиеся к ответственности, не являются торговцами наркотиков.
5. Саша ? мальчик, у которого нет машины. Таня ? девочка, которая любит мальчиков, имеющих машины. Следовательно, Таня не любит Сашу.

### IV. Разное.

#### 1. Существовал клуб с такими правилами:

(П1) Члены финансового комитета должны избираться среди членов общей дирекции.

(П2) Нельзя быть одновременно членом общей дирекции и членом библиотечного комитета, не будучи членом финансового комитета.

(П3) Ни один член библиотечного совета не может быть членом финансового комитета.

Упростите правила.

2. Приведите пример формулы в сигнатуре из одного двухместного предиката  $R(, )$ , которая не может быть истинна ни на какой интерпретации с конечным универсумом, но истинна при некоторой интерпретации с бесконечным.

## 2. Контрольная работа

### Тема 5

#### Машина Тьюринга

1. Дано натуральное число  $n > 1$ . Разработать машину Тьюринга, которая уменьшала бы заданное число  $n$  на 1, при этом в выходном слове старшая цифра не должна быть 0. Например, если входным словом было ?100?, то выходным словом должно быть ?99?, а не ?099?. В начале МТ в состоянии  $q_1$  обозревает правую цифру числа. Кроме самой программы-таблицы, описать словами, что выполняется машиной в каждом состоянии.

2. Дан массив из открывающих и закрывающих скобок. Построить машину Тьюринга, которая удаляла бы циклично пары взаимных скобок, т.е. расположенных подряд  $? ( ) ?$ .

Например, дано  $? ( ( ( ( ) ?$ , надо получить  $? ) . . . ( ( ?$ , где уже нет подслов вида  $? ( ) ?$ .

В начале МТ в состоянии  $q_1$  обозревает крайний левый символ строки. Кроме самой программы-таблицы, описать словами, что выполняется машиной в каждом состоянии.

3. Дана строка из букв  $a$  и  $b$ . Разработать машину Тьюринга, которая переместит все буквы  $a$  в левую, а буквы  $b$  в правую части строки. В начале МТ в состоянии  $q_1$  обозревает крайний левый символ строки. Кроме самой программы-таблицы, описать словами, что выполняется машиной в каждом состоянии.
4. На ленте машины Тьюринга находится число, записанное в десятичной системе счисления. Умножить это число на 2. В начале МТ в состоянии  $q_1$  обозревает крайнюю левую цифру числа. Кроме самой программы-таблицы, описать словами, что выполняется машиной в каждом состоянии.
5. Даны два целых положительных числа в десятичной системе счисления. Сконструировать машину Тьюринга, которая будет находить разность этих чисел, если известно, что первое число больше второго, а между ними стоит знак «минус». В начале каретка находится под левой крайней цифрой левого числа.
6. Сконструировать машину Тьюринга, которая выступит в качестве двоично-восьмеричного дешифратора, т.е. переводит число из двоичной системы в восьмеричную.
7. На ленте машины Тьюринга находится число, записанное в десятичной системе счисления. Умножьте это число на 2, если в начале каретка находится под крайней левой цифрой числа.
8. На ленте машины Тьюринга находится целое положительное число, записанное в десятичной системе счисления. Сконструировать МТ, которая находит произведение этого числа на число 11. В начале МТ обозревает крайнюю правую цифру числа.
9. Построить машину Тьюринга для решения следующей задачи: во входном слове все буквы  $a$  заменить на слово  $bb$ .
10. Дана конечная последовательность меток  $\#$ , записанных в клетки ленты подряд, без пропусков. Необходимо разработать машину Тьюринга, которая будет записывать в десятичной системе счисления число этих меток.
11. На ленте машины Тьюринга записано число в десятичной системе счисления. В начале работы каретка находится под крайней правой цифрой. Запишите цифры этого числа в обратном порядке.
12. На ленте машины Тьюринга находится десятичное число. Найдите результат целочисленного деления этого числа на 2.
13. На ленте машины Тьюринга находится массив  $2N$  меток  $\#$ . Уменьшите этот массив в 2 раза.
14. Даны два натуральных числа  $m$  и  $n$ , представленные в унарной системе счисления. Между этими числами стоит знак  $???$ . Выясните отношение  $m$  и  $n$ , т.е. знак  $???$  замените на один из подходящих знаков  $<?$ ,  $>?$ ,  $=?$
15. На ленте машины Тьюринга находится слово, состоящее из букв латинского алфавита  $\{a, b, c, d\}$ . Подсчитайте число букв  $a$  в данном слове и полученное значение запишите на ленту левее исходного слова через пробел. Каретка обозревает крайнюю левую букву.
16. Сконструировать МТ, которая находит произведение двух натуральных чисел  $m$  и  $n$ , заданных в унарной системе счисления. Соответствующие наборы символов  $|?$  разделены знаком  $??$ , а справа от последнего символа правого члена стоит знак  $=?$ . Поместите результат умножения этих чисел вслед за знаком  $=?$ .

### 3. Лабораторные работы

#### Тема 1

Выполнение заданий по темам: Высказывания. Логические операции. Формулы. Таблицы истинности. Общезначимые формулы. Логическое следование. Нормальные формы. Аксиоматическая система исчисления высказываний. Доказуемость и выводимость. Теорема о дедукции. Правила введения и удаления логических связок. Непротиворечивость и полнота исчисления высказываний. Анализ рассуждений на естественном языке.

#### Экзамен

Вопросы к экзамену:

##### Раздел 1.

1.1. Парадоксы плохо определенных понятий. Примеры.

1.2. Логико-математические языки как языки спецификации актуальных задач. Логико-математические методы поиска их решения. Примеры.

##### Раздел 2. Логика высказываний.

2.1. Язык логики высказываний. Понятие формулы. Понятие выполнимости.

Выразительны возможности языка логики высказываний. Примеры решения логических задач.

2.2. Понятие эквивалентности формул логики высказываний. Основные эквивалентности. Теорема об эквивалентной замене. Теорема о подстановке.

2.3. Нормальные формы формул логики высказываний. Связь выполнимости и тождественной истинности формул с видом их нормальных форм.

2.4. Метод резолюций для логики высказываний. Теорема о полноте. Примеры применения.

2.5. Метод резолюций для логики высказываний. Теорема о полноте.

2.6. Сведение содержательных задач к проблеме выполнимости. ПРИЗ.

Быстрый алгоритм поиска решения.

2.7. Сведение содержательных задач к проблеме выполнимости. Задача Эйнштейна.

2.8. Сведение содержательных задач к проблеме выполнимости. Задача о раскраске графов.

2.9. Сведение содержательных задач к проблеме выполнимости. Задача об остановке конечных автоматов и машин Тьюринга за конечное время.

##### Раздел 3. Логика предикатов.



- 3.1. Язык логики предикатов. Понятие формулы исчисления предикатов. Интерпретации формулы исчисления предикатов.
- 3.2. Эквивалентность формул логики предикатов. Основные эквивалентности логики предикатов. Теорема об эквивалентной замене.
- 3.3. Предваренная нормальная форма. Алгоритм построения. Теорема об эквивалентности. Пример.
- 3.4. Сколемовская стандартная форма. Алгоритм построения. Теорема о дедуктивной эквивалентности. Пример.
- 3.5. Понятие унифицирующей подстановки. Алгоритм унификации. Пример.
- 3.6. Метод резолюций для логики предикатов. Идея. Приложения. Теорема о корректности.
- 3.7. Эрбрановские интерпретации. Теорема Эрбрана.
- 3.8. Теорема о полноте метода резолюций. Схема доказательства.
- 3.9. Теорема о полноте метода резолюций. Лемма о подъеме.

Раздел 4. Введение в теорию алгоритмов.

- 4.1. Интуитивное понятие алгоритма. Необходимость точного определения понятия алгоритм. Основные направления развития теории алгоритмов.
- 4.2. Машина Тьюринга. Состав элементов. Приёмы построения машин Тьюринга. Примеры.
- 4.3. Приемы программирования машины Тьюринга: суперпозиция программ, композиция программ, ветвление и циклы. Примеры.
- 4.4. Нормальные алгоритмы Маркова. Приемы построения алгоритмов Маркова. Примеры.
- 4.5. Моделирование работы машин Тьюринга с помощью нормальных алгоритмов Маркова.
- 4.6. Моделирование нормальных алгоритмов Маркова на машинах Тьюринга.
- 4.7. Рекурсивные функции. Приемы доказательства примитивной рекурсивности и частичной рекурсивности числовых функций.
- 4.8. Программирование рекурсивных функций на машинах Тьюринга.
- 4.9. Понятие универсальной машины Тьюринга.
- 4.10. Проблема самоприменимости. Неразрешимые проблемы.
- 4.11. Неразрешимость проблемы выполнимости формул логики предикатов.
- 4.12. Тезис Черча. Аргументы обоснованности тезиса Черча.

Раздел 5. Формальные системы.

- 5.1. Понятие формальной системы. Состав элементов. Понятие формального доказательства. Основные свойства формальных систем.
- 5.2. Формальная система СКИП (секвенциальный вариант исчисления предикатов). Теорема о корректности СКИП относительно классической семантики.
- 5.3. Формальная система СКИП. Теорема о полноте относительно классической семантики.
- 5.4. Формальная арифметика Пеано. Формулировки теорем и гипотез в формальной арифметике. Примеры формальных доказательств.
- 5.5. Формальная арифметика. Представление о теоремах Геделя.

**6.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

В КФУ действует балльно-рейтинговая система оценки знаний обучающихся. Суммарно по дисциплине (модулю) можно получить максимум 100 баллов за семестр, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов.

Для зачёта:

56 баллов и более - "зачтено".

55 баллов и менее - "не зачтено".

Для экзамена:

86 баллов и более - "отлично".

71-85 баллов - "хорошо".

56-70 баллов - "удовлетворительно".

55 баллов и менее - "неудовлетворительно".

Форма контроля	Процедура оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	Этап	Количество баллов
<b>Семестр 4</b>			
<b>Текущий контроль</b>			
Контрольная работа	Контрольная работа проводится в часы аудиторной работы. Обучающиеся получают задания для проверки усвоения пройденного материала. Работа выполняется в письменном виде и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.	1	20
		2	20

Форма контроля	Процедура оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	Этап	Количество баллов
Лабораторные работы	В аудитории, оснащённой соответствующим оборудованием, обучающиеся проводят учебные эксперименты и тренируются в применении практико-ориентированных технологий. Оцениваются знание материала и умение применять его на практике, умения и навыки по работе с оборудованием в соответствующей предметной области.	3	10
Экзамен	Экзамен нацелен на комплексную проверку освоения дисциплины. Экзамен проводится в устной или письменной форме по билетам, в которых содержатся вопросы (задания) по всем темам курса. Обучающемуся даётся время на подготовку. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.		50

## 7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

### 7.1 Основная литература:

1. Пруцков А. В. Математическая логика и теория алгоритмов: учебник / А.В. Пруцков, Л.Л. Волкова. - М.: КУРС: ИНФРА-М, 2017. - 152 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=773373>
2. Игошин В. И. Сборник задач по математической логике и теории алгоритмов: учеб. пособие / В.И. Игошин. - М.: КУРС: ИНФРА-М, 2018. - 392 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=907471>
3. Игошин В. И. Математическая логика: Учебное пособие / Игошин В.И. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 398 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=543156>
4. Теория алгоритмов[Электронный ресурс]: Учебное пособие / В.И. Игошин. - М.: ИНФРА-М, 2012. - 318 с. . - Режим доступа: <http://www.znanium.com/bookread.php?book=241722>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 356 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/59599/>
2. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 1. Начала теории множеств. - М.: МЦНМО, 2008. - 128 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/9306/>
3. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 2. Языки и исчисления. - М.: МЦНМО, 2008. - 288 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/9307/>
4. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 3. Вычислимые функции - М.: МЦНМО, 2008. - 192 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/9308/>

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

- Естественно-научный портал - <http://en.edu.ru/>  
образовательный математический сайт - <http://www.exponenta.ru/>  
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>  
Портал образовательных математических ресурсов - <http://www.allmath.com/>  
Сайт с учебными материалами по математике - <http://mathelp.spb.ru>

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	<p>Основной формой самостоятельной работы студента является изучение конспекта лекций, их дополнение рекомендованной литературы.</p> <p>Самостоятельные занятия потребуют интенсивного умственного труда, который необходимо не только правильно организовать, но и стимулировать. При этом очень важно уметь поддерживать устойчивое внимание к изучаемому материалу. Выработка внимания требует значительных волевых усилий. Именно поэтому, если студент замечает, что он часто отвлекается во время самостоятельных занятий, ему надо заставить себя сосредоточиться. Подобную процедуру необходимо проделывать постоянно, так как это является тренировкой внимания. Устойчивое внимание появляется тогда, когда человек относится к делу с интересом. Следует правильно организовать свои занятия по времени: 50 минут - работа, 5-10 минут - перерыв; после 3 часов работы перерыв - 20-25 минут. Иначе нарастающее утомление повлечет неустойчивость внимания. Очень существенным фактором, влияющим на повышение умственной работоспособности, являются систематические занятия физической культурой. Организация активного отдыха предусматривает чередование умственной и физической деятельности, что полностью восстанавливает работоспособность человека.</p>
лабораторные работы	<p>При выполнении лабораторных работ необходимо использовать теоретический материал, делать ссылки на соответствующие теоремы, свойства, формулы и пр. Решение задач излагается подробно и содержит необходимые пояснительные ссылки. Текущие задания на лабораторные работы выдаются каждую неделю на практическом занятии. Индивидуальные домашние задания выдаются на практических занятиях в начале изучения соответствующих тем.</p>
самостоятельная работа	<p>Изучение данного курса предусматривает систематическую самостоятельную работу студентов над теоретическим материалом, текстами рекомендованных учебников и учебных пособий; развитие навыков самоконтроля, способствующих интенсификации учебного процесса. Студентам следует стремиться к активизации знаний на занятиях по другим естественно-научным дисциплинам, связанным с данным курсом. Основной целью самостоятельных занятий по данному курсу является углубленное изучение основных принципов построения приближенных схем, которые используются при аппроксимации граничных задач для дифференциальных уравнений и интегральных уравнений. При подготовке к каждому занятию необходимо обратиться к учебному пособию. Необходимо также изучить литературу и интернет-источники по данной теме, чтобы уточнить определения, формулировки основных результатов, найти аналоги решаемым задачам и выполняемым упражнениям. При работе с примерами необходимо стремиться не только к узнаванию алгоритма решения каждой конкретной задачи, но и к пониманию цели его употребления в данном контексте, функциональной нагрузки, которой данный пример обладает. Самостоятельная работа по изучению курса предполагает внеаудиторную работу. Этапы выполнения самостоятельных работ: 1. Просмотр учебного пособия и рекомендуемой литературы по теме задания. 2. Составление резюме прочитанной главы соответствующего раздела рекомендуемого теоретического источника или учебника. 3. Выполнение заданий по теме и их комментирование.</p>
контрольная работа	<p>Учебным планом специальности, предусматривается выполнение контрольных работ по дисциплине. Контрольная работа - самостоятельный труд студента, который способствует углубленному изучению пройденного материала. Цель выполняемой работы - получить специальные знания по теме. Основные задачи выполняемой работы: 1) закрепление полученных ранее теоретических знаний; 2) выработка навыков самостоятельной работы; 3) выяснение подготовленности студента к будущей практической работе. Подготовку контрольной работы следует начинать с повторения соответствующего раздела учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций прочитанных ранее. Приступать к выполнению работы без изучения основных положений и понятий науки, не следует, так как в этом случае студент, как правило, плохо ориентируется в материале, не может отграничить смежные вопросы и сосредоточить внимание на основных, первостепенных проблемах рассматриваемой темы. По всем возникшим вопросам студенту следует обращаться за консультацией преподавателю.</p>

Вид работ	Методические рекомендации
экзамен	При подготовке к экзамену обучающемуся рекомендуется составить план процесса подготовки, включающей изучение, повторение, систематизацию, логическую обработку материала, анализ полученной информацией с выявлением возможных следствий и неявных свойств объектов, составлением списка возможных дополнительных вопросов и заданий, подготовку к выполнению практических задач по темам дисциплины.

#### **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Освоение дисциплины "Математическая логика" предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

#### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Освоение дисциплины "Математическая логика" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

#### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;

- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Системное программирование .