

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Д.А. Таюрский

» 20\_\_ г.

подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
**Вероятностные модели вычислений Б1.В.ДВ.16**

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Аблаев Ф.М.

**Рецензент(ы):**

Гайнутдинова А.Ф.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Аблаев Ф. М.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 9147419

## **Содержание**

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, д.н. (профессор) Аблаев Ф.М. кафедра теоретической кибернетики отделение фундаментальной информатики и информационных технологий , Farid.Ablayev@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Цель данного спецкурса заключается в освоении аппарата теории сложности, изучении различных моделей вычислений и структуры классов сложности. Любую вычислительную задачу можно представить в виде формального языка. В этом случае решение этой задачи сводится к распознаванию соответствующего языка, что позволяет сравнивать различные задачи по объему вычислительных ресурсов (сложности), требуемых для решения задачи. В курсе лекций определяются основные классы сложности - LSPACE, P, NP, PSPACE, BPP, PP и т.д. - и соотношения между ними. Вводится понятие полиномиальной сводимости и полных множеств.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.16 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.04 Прикладная математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Данная дисциплина относится к профессиональным дисциплинам.

Читается на 4 курсе 7 семестр для студентов, обучающихся по направлению "Прикладная математика и информатика".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-3 (общекультурные компетенции)	способностью использовать основы экономических знаний в различных сферах жизнедеятельности
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ОПК-2 (профессиональные компетенции)	способностью приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии
ОПК-4 (профессиональные компетенции)	способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

различные модели вычислений, используемых для распознавания формальных языков, и меры сложности, характеризующие работу каждой модели.

2. должен уметь:

ориентироваться в классификации формальных языков по сложностным классам.

3. должен владеть:

теоретическими знаниями о различных моделях вычислений, используемых для распознавания формальных языков,

4. должен демонстрировать способность и готовность:

приобрести навыки в определении возможности распознавания данного формального языка той или иной моделью вычисления, а также в построении таких моделей;

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практи- ческие занятия	Лабора- торные работы	
1.	Тема 1. Введение и основные определения.	7	1	0	2	0	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Детерминированные машины Тьюринга.	7	2-3	0	4	0	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Недетерминированные машины Тьюринга.	7	4-5	0	4	0	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Сводимость и полнота.	7	6	0	2	0	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Вероятностные машины Тьюринга.	7	7-8	0	4	0	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практи- ческие занятия	Лабора- торные работы	
6.	Тема 6. Квантовые машины Тьюринга.	7	9-10	0	4	0	Контрольная работа
7.	Тема 7. Конечные автоматы.	7	11-12	0	4	0	Письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Схемы из функциональных элементов (СФЭ).	7	13-14	0	4	0	Письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Детерминированные ветвящиеся программы.	7	15-16	0	4	0	Письменное домашнее задание
10.	Тема 10. Вероятностные ветвящиеся программы.	7	17-18	0	4	0	Контрольная работа
.	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	Зачет
	Итого			0	36	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Введение и основные определения.

###### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Тема. Введение и основные определения. Предмет и задачи. Проблематика спецкурса. Формальные языки. Несчетность множества всех формальных языков. Представление вычислительных задач в виде формальных языков.

##### Тема 2. Детерминированные машины Тьюринга.

###### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Тема. Детерминированные машины Тьюринга. Определение детерминированной МТ. Рекурсивные и рекурсивно-перечислимые языки. Классический и полиномиальный тезисы Черча. Временная и пространственная сложность детерминированных МТ. Детерминированные сложностные классы L, P, PSPACE, EXPTIME. МТ-преобразователь. Функции, конструируемые по памяти. Теоремы Хартманиса о пространственной и временной иерархиях.

##### Тема 3. Недетерминированные машины Тьюринга.

###### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Тема. Недетерминированные машины Тьюринга. Определение недетерминированной МТ. Временная и пространственная сложность недетерминированных МТ. Сложностные классы NPSPACE и NP.

##### Тема 4. Сводимость и полнота.

###### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Тема. Сводимость и полнота. Отношение полиномиальной сводимости. Свойства полиномиальной сводимости. Полнота и трудность. Определение NP-полноты. NP-полнота языков K, SAT, 3-SAT. Временная сводимость.

## Тема 5. Вероятностные машины Тьюринга.

### *практическое занятие (4 часа(ов)):*

Тема. Вероятностные машины Тьюринга. Определение вероятностной МТ. Временная и пространственная сложность вероятностных МТ. Вероятностные сложностные классы  $RP$ ,  $BPP$  и их соотношение с детерминированными классами сложности  $P$ ,  $NP$  и  $PSPACE$ . Теоремы о связи временной сложности распознавания языков вероятностными и детерминированными МТ. Дополнения к классам сложности, классы  $coPSPACE$ ,  $coLSPACE$ ,  $coP$ ,  $coNP$ . Вероятностные классы  $RP$ ,  $coRP$ ,  $ZPP$  и их связь с определенными ранее классами.

## Тема 6. Квантовые машины Тьюринга.

### *практическое занятие (4 часа(ов)):*

Тема. Квантовые машины Тьюринга. Определение квантовой МТ. Гильбертово пространство, суперпозиция машины, оператор эволюции. Унитарность преобразований. Измерение. Временная и пространственная сложность квантовых МТ. Квантовые сложностные классы  $BQP$  и  $PrQP$ . Теорема моделирования (квантовой МТ на вероятностной).

## Тема 7. Конечные автоматы.

### *практическое занятие (4 часа(ов)):*

Тема. Конечные автоматы. Определение детерминированного и вероятностного конечных автоматов. Детерминированная автоматная сложность языка. Вероятностная автоматная сложность языка. Распознавание регулярных языков вероятностными автоматами.

## Тема 8. Схемы из функциональных элементов (СФЭ).

### *практическое занятие (4 часа(ов)):*

Схемы из функциональных элементов (СФЭ). Определение СФЭ. Глубина и сложность схемы. Схемные сложностные классы  $P/poly$ ,  $NC_i$ ,  $AC_i$ ,  $PSIZE$  и их связь с детерминированными классами.

## Тема 9. Детерминированные ветвящиеся программы.

### *практическое занятие (4 часа(ов)):*

Детерминированные ветвящиеся программы Контактные схемы. Определение детерминированной ветвящейся программы. Определение сложность для ветвящихся программ. Сложностной класс  $P-BP$ . Неоднородная МТ. Оракул. Теорема Кобхэма о совпадении класса  $P-BP$  с классом  $L/poly$ . Уровневые ветвящиеся программы. Глубина программы. Забывающие ветвящиеся программы. Нижние оценки сложности булевых функций. Оценка Нечипорука. Ветвящиеся программы ограниченной ширины. Результат Барингтона.

## Тема 10. Вероятностные ветвящиеся программы.

### *практическое занятие (4 часа(ов)):*

Вероятностные ветвящиеся программы Определение вероятностной ветвящейся программы. Сложностной класс  $BPP-BP$ .

## 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел дисциплины	Се-местр	Неде-ля семе-стра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудо-емкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Введение и основные определения.	7	1	подготовка домашнего задания	2	домаш-нее задание

N	Раздел дисциплины	Се-местр	Неде-ля семе-стра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудо-емкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Детерминированные машины Тьюринга.	7	2-3	подготовка домашнего задания	4	домаш-нее задание
3.	Тема 3. Недетерминированные машины Тьюринга.	7	4-5	подготовка домашнего задания	4	домаш-нее задание
4.	Тема 4. Сводимость и полнота.	7	6	подготовка домашнего задания	2	домаш-нее задание
5.	Тема 5. Вероятностные машины Тьюринга.	7	7-8	подготовка домашнего задания	4	домаш-нее задание
6.	Тема 6. Квантовые машины Тьюринга.	7	9-10	подготовка к контрольной работе	4	контроль-ная работа
7.	Тема 7. Конечные автоматы.	7	11-12	подготовка домашнего задания	4	домаш-нее задание
8.	Тема 8. Схемы из функциональных элементов (СФЭ).	7	13-14	подготовка домашнего задания	4	домаш-нее задание
9.	Тема 9. Детерминированные, ветвящиеся программы.	7	15-16	подготовка домашнего задания	4	домаш-нее задание
10.	Тема 10. Вероятностные ветвящиеся программы.	7	17-18	подготовка к контрольной работе	4	контроль-ная работа
	Итого				36	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лабораторно-практических занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к зачету. При подготовке к сдаче



зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к зачету, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда будет резерв времени.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Введение и основные определения.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Решение задач.

### **Тема 2. Детерминированные машины Тьюринга.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Решение задач.

### **Тема 3. Недетерминированные машины Тьюринга.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Решение задач.

### **Тема 4. Сводимость и полнота.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Решение задач.

### **Тема 5. Вероятностные машины Тьюринга.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Решение задач.

### **Тема 6. Квантовые машины Тьюринга.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Решение задач на следующие темы: 1. Детерминированные машины Тьюринга (далее - МТ). Рекурсивные и рекурсивно-перечислимые языки. 2. Недетерминированные МТ. Меры сложности. 3. Вероятностные МТ. 4. Квантовые МТ. 5. NP-полнота языков K, SAT, 3-SAT. 6. Класс ZPP. Связь ZPP с классами P, RP, coRP.

### **Тема 7. Конечные автоматы.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Решение задач.

### **Тема 8. Схемы из функциональных элементов (СФЭ).**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Решение задач.

### **Тема 9. Детерминированные ветвящиеся программы.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Решение задач.

### **Тема 10. Вероятностные ветвящиеся программы.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Решение задач на следующие темы: 1. Вероятностные конечные автоматы. 2. Схемы из функциональных элементов. 3. Классы ACi, NCi, PSIZE. 4. Детерминированные ветвящиеся программы. 5. Ветвящиеся программы ограниченной ширины. 6. Вероятностные ветвящиеся программы. 7. Неоднородные МТ.

### **Итоговая форма контроля**

зачет (в 7 семестре)



## Примерные вопросы к итоговой форме контроля

По данной дисциплине предусмотрено проведение зачета. Примерные вопросы для зачета:

1. Формальные языки. Теорема о несчетности множества формальных языков.
2. Детерминированные машины Тьюринга (далее - МТ). Рекурсивные и рекурсивно-перечислимые языки.
3. Меры вычислительной сложности для детерминированных МТ. Связь между пространственной и временной сложностью.
4. Сложностные классы  $L$ ,  $P$ ,  $PSPACE$ ,  $EXPTIME$  и связь между ними.
5. МТ-преобразователи. Функции, конструируемые по памяти. Теоремы Хартманиса.
6. Недетерминированные МТ. Меры сложности. Связь с мерами сложности детерминированных МТ. Классы  $NP$ ,  $NPSPACE$ .
7. Полиномиальная сводимость. Свойства. Сводимость языка Palindrom к языку SAT.
8.  $NP$ -полнота языков  $K$ , SAT, 3-SAT.
9. Вероятностные МТ. Класс  $RP$  и его связь с  $PSPACE$  и  $NP$ .
10. Класс  $BPP$  и его связь с  $P$ ,  $RP$  и  $NP$ .
11. Оценка Чернова. Теорема о принадлежности языка классу  $BPP$ . Связь  $BPP$  с  $PSPACE$ .
12. Классы  $coLSPACE$ ,  $coP$ ,  $coPSPACE$ ,  $coNP$  и их свойства.
13. Классы  $RP$  и  $coRP$ . Теорема о принадлежности языка классу  $RP$ . Связь классов  $RP$  и  $coRP$  с классами  $P$ ,  $NP$ ,  $coNP$  и  $BPP$ .
14. Класс  $ZPP$ . Связь  $ZPP$  с классами  $P$ ,  $RP$ ,  $coRP$ .
15. Квантовые МТ. Меры сложности. Квантовые классы сложности и их связь с детерминированными, недетерминированными и вероятностными классами. Теорема моделирования (без д-ва).
16. Вероятностные конечные автомат. Мера сложности. Класс распознаваемых языков.
17. Схемы из функциональных элементов. Глубина и сложность схемы. Класс  $P/poly$  и его связь с  $BPP$  (результат Адлемана).
18. Классы  $AC_i$ ,  $NC_i$ ,  $PSIZE$  и их связь друг с другом.
19. Детерминированные ветвящиеся программа. Графовое представление. Меры сложности. Класс  $P-BP$ . Уровневые и забывающие ветвящиеся программы
20. Неоднородные МТ. Оракул. Класс  $L/poly$  и его связь с  $P-BP$  (результат Кобхэма).
21. Ветвящиеся программы ограниченной ширины. Результат Баррингтона (набросок).
22. Нижние оценки сложности детерминированных ветвящихся программ. Оценка Нечипорука.
23. Вероятностные ветвящиеся программы. Класс  $BPP-BP$ .

## 7.1. Основная литература:

1. Теоретические основы информатики/Царев Р.Ю., Пупков А.Н., Самарин В.В. и др. - Краснояр.:СФУ, 2015. - 176 с.: ISBN 978-5-7638-3192-4 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/549801>
2. Зверев, Г.Н. Теоретическая информатика и ее основания. Т.1 [Электронный ресурс] : учебное пособие / Г.Н. Зверев. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2007. - 592 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2386>
3. Зверев, Г.Н. Теоретическая информатика и её основания. Том 2 [Электронный ресурс] : учебное пособие / Г.Н. Зверев. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2008. - 576 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2378>

## **7.2. Дополнительная литература:**

1. Формальные языки и компиляторы / Малявко А.А. - Новосиб.: НГТУ, 2014. - 431 с.: ISBN 978-5-7782-2318-9 -

Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/548152>

2. Лекции по дискретной математике: Учебное пособие / В.Б. Алексеев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 90 с. -

(Высшее образование: Бакалавриат). ISBN 978-5-16-005559-6 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/371452>

3. Элементы дискретной математики в задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.А. Глибичук [и др.]. -

Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2016. - 174 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/80156>

## **7.3. Интернет-ресурсы:**

Библиотека по математике - <http://mathemlib.ru/mathenc/item/f00/s00/e0000043/index.shtml>

Блог - <http://blog.computationalcomplexity.org/>

Википедия - <http://ru.wikipedia.org>

Классические и квантовые ветвящиеся программы -

[http://libweb.ksu.ru/ebooks/09-IVMIT/09\\_62\\_2010\\_000088.pdf](http://libweb.ksu.ru/ebooks/09-IVMIT/09_62_2010_000088.pdf)

Открытый университет Интуит - <http://www.intuit.ru>

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Вероятностные модели вычислений" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером), а так же в специализированных компьютерных кабинетах.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Аблаев Ф.М. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Гайнутдинова А.Ф. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.