

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Д. А. Таюрский

\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

## **Программа дисциплины**

Основы методы конечных элементов

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: не предусмотрено

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2018

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, д.н. (профессор) Даутов Р.З. (кафедра вычислительной математики, отделение прикладной математики и информатики), Rafail.Dautov@gmail.com

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-11	Техническое сопровождение возможных вариантов архитектуры компонентов, включающее описание вариантов и технико-экономическое обоснование выбранного варианта
ПК-9	Описание возможной архитектуры развертывания каждого компонента, включая оценку современного состояния предлагаемых архитектур, оценка архитектур с точки зрения надежности правовой поддержки

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

основные понятия и факты линейной алгебры, математического анализа и дифференциальных уравнений

Должен уметь:

понимать и применять на практике компьютерные технологии для решения различных задач линейной алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений

Должен владеть:

навыками самостоятельного анализа и решения теоретических и практических задач, связанных с численным решением краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений методом конечных элементов.

Должен демонстрировать способность и готовность:

строить схемы МКЭ произвольного порядка точности для основных краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка.

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.22.05 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.02 "Прикладная математика и информатика (не предусмотрено)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 3 курсе в 5 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) на 72 часа(ов).

Контактная работа - 36 часа(ов), в том числе лекции - 0 часа(ов), практические занятия - 0 часа(ов), лабораторные работы - 36 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 36 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 5 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
	Тема 1. Простейший метод					

конечных элементов (МКЭ) для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) второго порядка

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Лагранжевы сплайны и квадратуры Гаусса	5	0	0	4	6
3.	Тема 3. Схемы МКЭ произвольного порядка точности для основных краевых задач для линейных ОДУ второго порядка.	5	0	0	6	4
4.	Тема 4. Программирование МКЭ для линейных ОДУ второго порядка	5	0	0	12	16
5.	Тема 5. Решение систем алгебраических уравнений	5	0	0	4	
	Итого		0	0	36	36

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### Тема 1. Простейший метод конечных элементов (МКЭ) для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) второго порядка

О системе программирования МатЛаб. Вектора и векторные операции. Функции и их векторизация. Двумерная графика. Циклы и условный оператор. Матрицы плотные и разреженные и операции с ними.

Формулировка краевой задачи для ОДУ второго порядка на примере задачи Неймана. Пространство ломаных и базис в нем. Интегральное тождество. Определение схемы МКЭ. Система алгебраических уравнений МКЭ.

Алгоритм формирования системы МКЭ. Понятие о квадратурной формуле. Алгоритм вычисления матрицы жесткости и вектора сил конечного элемента.

Программирование простейшей схемы МКЭ при произвольных краевых условиях. Решение тестовых задач. Измерение точности решения и определение порядка точности метода.

##### Тема 2. Лагранжевы сплайны и квадратуры Гаусса

Понятие о задаче приближения функций. Интерполяционный полином Лагранжа. Барцентрическая формула. Остаточный член. Оценка погрешности вычисления производной. Кусочно-полиномиальная интерполяция. Оценка вычисления функции и производной. Пространство лагранжевых сплайнов и лагранжевый базис в нем.

Ортогональные полиномы Лежандра. Трехчленная рекуррентная формула. Свойства корней. Интерполяционные квадратуры. Квадратуры Гаусса. Алгоритм вычисления узлов и весов квадратуры Гаусса.

Программирование вычисления лагранжева сплайна на произвольной сетке узлов. Программирование вычисления узлов и весов квадратуры Гаусса в МатЛаб.

##### Тема 3. Схемы МКЭ произвольного порядка точности для основных краевых задач для линейных ОДУ второго порядка.

Вывод интегрального тождества для смешанной краевой задачи для ОДУ второго порядка. Запись в абстрактной форме. Метод Галеркина. Система алгебраических уравнений метода Галеркина. Метод МКЭ произвольного порядка точности на основе лагранжевых сплайнов. Свойства билинейной формы. Оценка точности метода.

##### Тема 4. Программирование МКЭ для линейных ОДУ второго порядка

Структура программы, реализующей МКЭ. Данные о решаемой задаче и данные метода МКЭ. Вывод алгоритма сборки системы МКЭ. Алгоритм вычисления локальных матриц жесткости и векторов сил элементов.

Программирование вычисления глобальной матрицы жесткости и вектора сил для элементов произвольного порядка точности и при произвольных краевых условиях. Отладка программ. Решение тестовых задач. Измерение точности решения и практическое определение порядка точности метод

##### Тема 5. Решение систем алгебраических уравнений

Компактный метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений. Ленточные и профильные матрицы и системы линейных уравнений с этими матрицами. Сохранение профиля матрицы при LU разложением матрицы. Понятие о перенумерации неизвестных и решении разреженных систем линейных алгебраических уравнений.

#### **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

Образовательный математический сайт - <http://www.exponenta.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>

Портал ресурсов по естественно-научным дисциплинам - <http://en.edu.ru/>

#### **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

#### **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС З++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

#### 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Образовательный математический сайт - <http://www.exponenta.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>

Сайт с учебными материалами по математике - <http://mathelp.spb.ru>

#### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лабораторные работы	Обучение происходит в форме лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов. Необходимый теоретический материал излагается на занятиях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи экзамена минимум и дополнительная литература.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы. Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к зачету. При подготовке к сдаче зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к зачету, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.
зачет	При подготовке к сдаче зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к зачету и экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени. Кроме материала лекций рекомендуется использовать материалы из списка рекомендованной литературы

#### 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

#### 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Компьютерный класс.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки "не предусмотрено".



Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.22.05 Основы методы конечных элементов

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: не предусмотрено

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2018

**Основная литература:**

1. Даутов Р.З. Введение в теорию метода конечных элементов: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 'Прикладная математика и информатика' и по направлению 'Прикладная математика и информатика' / Р. З. Даутов, М. М. Карчевский. -Изд. 2-е, испр.-Казань: Казанский университет, 2011.-237 с.: ил.; 21.- Библиогр.: с. 228-229 (25 назв.).-Предм. указ.: с. 234-237.-ISBN 978-5-98180-993-4.
2. Даутов Р.З., Карчевский М.М. Введение в теорию метода конечных элементов: [Учебное пособие]. - Казань: Казанский университет. 2012. - 240 с. (с грифом УМО). - Режим доступа: [http://kpfu.ru/publication?p\\_id=47325](http://kpfu.ru/publication?p_id=47325)
3. Даутов Р.З. Метод Галеркина с возмущениями для задач на собственные значения. [Учебное пособие]. - Казань, 2010. - 94 с. - Режим доступа: [http://kpfu.ru/publication?p\\_id=21045](http://kpfu.ru/publication?p_id=21045)
4. Самогин, Ю.Н. Метод конечных элементов в задачах сопротивления материалов [Электронный ресурс] : учебное пособие / Ю.Н. Самогин, В.Е. Хроматов, В.П. Чирков. - Электрон. дан. - М. : Физматлит, 2012. - 200 с. - Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=59633](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59633) - Загл. с экрана.
5. Киреев, В.И. Численные методы в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.И. Киреев, А.В. Пантелеев. - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2015. - 448 с. - Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=65043](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65043) - Загл. с экрана.

**Дополнительная литература:**

1. Квасов Б.И. Численные методы анализа и линейной алгебры. Использование Matlab и Scilab. [Электронный ресурс] : учеб. пособие - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2016. - 328 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/71713>
2. Амосов А.А. Вычислительные методы. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.А. Амосов, Ю.А. Дубинский, Н.В. Копченова. - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2014.- 672 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/42190>
3. Бахвалов, Н.С. Численные методы. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. - Электрон. дан. - М. : Издательство 'Лаборатория знаний', 2015. - 639 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/70767>
4. Бахвалов, Н.С. Численные методы. Решения задач и упражнения. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н.С. Бахвалов, А.А. Корнев, Е.В. Чижонков. - Электрон. дан. - М. : Издательство 'Лаборатория знаний', 2016.- 355 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/90239>

Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.22.05 Основы методы конечных элементов

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: не предусмотрено

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2018

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "Консультант студента", доступ к которой предоставлен обучающимся. Многопрофильный образовательный ресурс "Консультант студента" является электронной библиотечной системой (ЭБС), предоставляющей доступ через сеть Интернет к учебной литературе и дополнительным материалам, приобретенным на основании прямых договоров с правообладателями. Полностью соответствует требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования к комплектованию библиотек, в том числе электронных, в части формирования фондов основной и дополнительной литературы.