

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.

" " 20__ г.

Программа дисциплины

Краевые задачи теории гетерогенных сред Б1.В.ДВ.5

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Обносов Ю.В.

Рецензент(ы):

Авхадиев Ф.Г. , Гарифьянов Фархат Нургаязович

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Насыров С. Р.

Протокол заседания кафедры № ____ от "____" 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК № ____ от "____" 201__ г

Регистрационный №

Казань
2019

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) ведущий научный сотрудник, д.н. (профессор) Обносов Ю.В. научно-исследовательская лаборатория Современные геоинформационные и геофизические технологии Институт геологии и нефтегазовых технологий , yuriii.obnosov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Студенты, завершившие изучение данной дисциплины должны:

- понимать физическую постановку рассматриваемых задач и место, которое аналитические методы занимают в общем спектре подходов к их исследованию
- обладать теоретическими знаниями о методах исследования трехэлементных краевых задач, связанных с применением методов симметрии, аналитического продолжения, элементами теории спец. функций и конформных отображений
- ориентироваться в современном состоянии теории гетерогенных сред и проблемах этой теории, допускающих замкнутое решение с использованием методов теории функций комплексного переменного
- приобрести навыки самостоятельного исследования простейших задач теории плоских композитов
- уметь обрабатывать полученные аналитические результаты с помощью современных вычислительных средств

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.5 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.01 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 8 семестр.

Данная дисциплина дает пример применения классических результатов комплексного анализа к решению актуальных задач теории композитов

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
опк-1	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности
опк-1	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности

В результате освоения дисциплины студент:

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Студенты, завершившие изучение данной дисциплины должны:

- понимать физическую постановку рассматриваемых задач и место, которое аналитические методы занимают в общем спектре подходов к их исследованию

- обладать теоретическими знаниями о методах исследования трехэлементных краевых задач, связанных с применением методов симметрии, аналитического продолжения, элементами теории спец. функций и конформных отображений

- ориентироваться в современном состоянии теории гетерогенных сред и проблемах этой теории, допускающих замкнутое решение с использованием методов теории функций комплексного переменного

- приобрести навыки самостоятельного исследования простейших задач теории плоских композитов

- уметь обрабатывать полученные аналитические результаты с помощью современных вычислительных средств

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 8 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Постановка краевых задач теории гетерогенных сред	8		2	2	0	
2.	Тема 2. Задача об эллиптическом включении	8		4	4	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Обобщение теоремы Милн-Томсона на случай эллиптического включения	8		4	4	0	
4.	Тема 4. Задача о параболическом включении	8		4	4	0	
5.	Тема 5. Обобщение теоремы Милн-Томсона на случай параболического включения	8		4	4	0	
6.	Тема 6. Задача о гиперболическом включении	8		2	4	0	
.	Тема . Итоговая форма контроля	8		0	0	0	Зачет
	Итого			20	22	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Постановка краевых задач теории гетерогенных сред

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Основные понятия и определения. Плоские задачи теории гетерогенных сред. Приведение задачи сопряжения силовых полей в гетерогенных средах к краевой задаче R-линейного сопряжения в классе кусочно-голоморфных функций, эквивалентность, единственность решения.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Теорема о двухфазных средах - приведение задачи в случае комплексных коэффициентов к соответствующей задаче в случае вещественных коэффициентов. Постановка краевых задач для основных канонических областей.

Тема 2. Задача об эллиптическом включении

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Приведение исходной задачи к задаче для кольца и сведение последней к функциональному уравнению. Доказательство четности искомого решения и его представление в виде линейной комбинации двух частных решений, удовлетворяющих соответствующему условию симметрии.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Решение задачи об эллиптическом включении в случае вещественных и комплексных коэффициентов. Предельные и вырожденные случаи.

Тема 3. Обобщение теоремы Милн-Томсона на случай эллиптического включения

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Решение задачи о возмущении произвольно заданного комплексного потенциала путем внесения в однородную среду инородного эллиптического включения. Случай отсутствия граничных особенностей у заданной главной части искомого комплексного потенциала. Случай граничных особенностей.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Построение с помощью пакета Математика (Wolfram) линий тока и эквипотенциалей потока, порожденного конечным набором мультиполей.

Тема 4. Задача о параболическом включении

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Построение частных решений задачи, удовлетворяющих условиям симметрии относительно мнимой и вещественной оси. Приведение задачи о параболическом включении к задаче о полосе и ее решение методом аналитического продолжения. Решение задачи в вещественном случае. Теорема единственности. Предельные и вырожденные случаи.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Построение с помощью пакета Математика (Wolfram) линий тока и эквипотенциалей потока, порожденного диполем заданной мощности в бесконечно удаленной точке.

Тема 5. Обобщение теоремы Милн-Томсона на случай параболического включения

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Решение в случае отсутствия граничных особенностей у заданной главной части искомого комплексного потенциала. Случай наличия у невозмущенного потенциала сингулярных особенностей на линии сопряжения разнородных сред .

практическое занятие (4 часа(ов)):

Построение с помощью пакета Математика (Wolfram) линий тока и эквипотенциалей потока, порожденного конечным набором мультиполей. Рассмотреть случай наличия мультиполей на параболической линии раздела разнородных сред.

Тема 6. Задача о гиперболическом включении

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Приведение задачи о гиперболическом включении методами симметрии и конформного отображения к задаче о "клине". Сведение задачи к системе двух трансцендентных уравнений и выделение случаев, когда последние допускают точное решение в квадратурах. Решение в вещественном и комплексном случаях. Выделение случая поля, порожденного заданным диполем в бесконечно удаленной точке.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Построение с помощью пакета Математика (Wolfram) линий тока и эквипотенциалей потока, порожденного диполем в конечной точке.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Постановка краевых задач теории гетерогенных сред	8		Разбор лекций по теме 1.	4	Устный опрос
2.	Тема 2. Задача об эллиптическом включении	8		Разбор лекций по теме 2. Составление программ расчетов с помощью пакета Mathematica.	4	Устный опрос и отладка программ

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
	Тема 3. Обобщение теоремы 3. Милн-Томсона на случай эллиптического включения	8		Разбор лекций по теме 3. Самостоятельное доказательство обобщения теоремы Милн-Томсона на случай кругового включения. Составление программ расчетов с помощью пакета Mathematica.	6	Устный опрос и отладка программ
4.	Тема 4. Задача о параболическом включении	8		Разбор лекций по теме 4. Составление программ расчетов с помощью пакета Mathematica.	6	Устный опрос и отладка программ
5.	Тема 5. Обобщение теоремы Милн-Томсона на случай параболического включения	8		Разбор лекций по теме 5. Составление программ расчетов с помощью пакета Mathematica.	6	Устный опрос и отладка программ
6.	Тема 6. Задача о гиперболическом включении	8		Разбор лекций по теме 6. Составление программ расчетов с помощью пакета Mathematica.	4	Устный опрос и отладка программ
	Итого				30	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;

- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Постановка краевых задач теории гетерогенных сред

Устный опрос, примерные вопросы:

1. Теорема о двухфазных средах - приведение задачи в случае комплексных коэффициентов к соответствующей задаче в случае вещественных коэффициентов.
2. Постановка краевых задач для основных канонических областей.

Тема 2. Задача об эллиптическом включении

Устный опрос и отладка программ, примерные вопросы:

1. Решение задачи об эллиптическом включении в случае вещественных и комплексных коэффициентов.
2. Предельные и вырожденные случаи.
3. Построение с помощью пакета Математика (Wolfram) линий тока и эквипотенциалей потока, порожденного диполем на бесконечности.

Тема 3. Обобщение теоремы Милн-Томсона на случай эллиптического включения

Устный опрос и отладка программ, примерные вопросы:

1. Решение задачи о возмущении произвольно заданного комплексного потенциала путем внесения в однородную среду инородного эллиптического включения.
2. Случай отсутствия граничных особенностей у заданной главной части искомого комплексного потенциала. Случай граничных особенностей.
3. Построение с помощью пакета Математика (Wolfram) линий тока и эквипотенциалей потока, порожденного конечным набором мультиполей.

Тема 4. Задача о параболическом включении

Устный опрос и отладка программ, примерные вопросы:

1. Приведение задачи о параболическом включении к задаче о полосе и ее решение методом аналитического продолжения.
2. Решение задачи в вещественном случае. Теорема единственности.
3. Предельные и вырожденные случаи.
4. Построение с помощью пакета Математика (Wolfram) линий тока и эквипотенциалей потока, порожденного диполем в бесконечно удаленной точке.

Тема 5. Обобщение теоремы Милн-Томсона на случай параболического включения

Устный опрос и отладка программ, примерные вопросы:

1. Решение в случае отсутствия граничных особенностей у заданной главной части искомого комплексного потенциала.
2. Случай наличия у невозмущенного потенциала сингулярных особенностей на линии сопряжения разнородных сред.
3. Построение с помощью пакета Математика (Wolfram) линий тока и эквипотенциалей потока, порожденного конечным набором мультиполей.
4. Рассмотреть случай наличия мультиполей на параболической линии раздела разнородных сред.

Тема 6. Задача о гиперболическом включении

Устный опрос и отладка программ, примерные вопросы:

1. Приведение задачи о гиперболическом включении методами симметрии и конформного отображения к задаче о "клине". 2. Сведение задачи к системе двух трансцендентных уравнений и выделение случаев, когда последние допускают точное решение в квадратурах. 3. Решение в вещественном и комплексном случаях. Выделение случая поля, порожденного заданным диполем в бесконечно удаленной точке.

Итоговая форма контроля

зачет (в 8 семестре)

Примерные вопросы к зачету:

1. Отобразить на верхнюю полуплоскость 4-х конечную звезду, образованную трисекцией углов квадрата.
2. Отобразить на верхнюю полуплоскость 3-х конечную звезду, образованную трисекцией углов правильного треугольника.
3. Задача об эллиптическом включении.
4. Задача о круговом включении в случае произвольно заданной главной части искомой функции, обобщенная теорема Милн-Томпсона.
5. Обобщение теоремы Милн-Томсона на случай эллиптического включения. Решение в случае отсутствия граничных особенностей у заданной главной части искомого комплексного потенциала.
6. Обобщение теоремы Милн-Томсона на случай эллиптического включения. Решение в случае граничных особенностей у заданной главной части искомого комплексного потенциала.
7. Задача о параболическом включении, приведение к задаче о полосе.
8. Решение задачи о параболическом включении в вещественном случае. Теорема единственности.
9. Обобщение теоремы Милн-Томсона на случай параболического включения. Решение в случае отсутствия граничных особенностей у заданной главной части искомого комплексного потенциала.
10. Обобщение теоремы Милн-Томсона на случай параболического включения. Решение в случае граничных особенностей у заданной главной части искомого комплексного потенциала. Случай конечных граничных особенностей.
11. Задача о параболическом ?кольце?.
12. Задача о гиперболическом включении, приведение к задаче о клине.
13. Решение задачи о гиперболическом включении в вещественном случае.
14. Задача о клине.

7.1. Основная литература:

1. Обносов Ю.В. Краевые задачи теории гетерогенных сред. Многофазные среды, разделенные кривыми второго порядка. Казань: Изд-во Казан. ун-та. - 2009. - 205 с.
2. Теория функций комплексной переменной: учебник для вузов / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов. Издание 6-е, стереотипное. Москва: Физматлит, 2010. 336 с.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=48167
3. Половинкин Е. С. Теория функций комплексного переменного: Учебник: 1 - Москва: ООО 'Научно-издательский центр ИНФРА-М', 2018 - 254с. - URL:
<http://znanium.com/go.php?id=945532>

7.2. Дополнительная литература:

1. М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. Методы теории функций комплексного переменного. М. Наука. 1987. (в библиотеке имеется 93 экз.)

2. Л.И. Волковыский, Г.Л. Лунц, И.Г .Араманович. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. М. Наука. 1970. <http://www.studmedlib.ru/book/ISBN5922102648.html>
3. Гахов Ф.Д., Краевые задачи. М., 'Наука', 1977, 640 с

7.3. Интернет-ресурсы:

Ангилейко И.М., Козлова Р.В. Задачи по теории функций комплексной переменной. Мн.: Выш. Школа - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/AngilejkoKozlova1976ru.djvu>

Бицадзе А.В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного. М.: Наука, - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Bicadze1969ru.djvu>

Евграфов М.А. Аналитические функции. - 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург: Лань", 2008. - 448 с. - <http://e.lanbook.com/view/book/134/>

И.И. Привалов. Введение в теорию функций комплексного переменного. Издательство: Лань, 2009. - 432 с - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=1344.

Ф.Д. Гахов, Н. И. Мусхелишвили. Сингулярные интегральные уравнения - www.mathnet.ru/zvmmf9305

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Краевые задачи теории гетерогенных сред" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Необходимо приобрести умение обрабатывать полученные аналитические результаты с помощью современных вычислительных средств

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Обносов Ю.В. _____

"__" ____ 201 ____ г.

Рецензент(ы):

Авхадиев Ф.Г. _____

Гарифьянов Фархат Нургаязович _____

"__" ____ 201 ____ г.