

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ
проф. Таюрский Д.А.

"__" _____ 20__ г.

Программа дисциплины

Матричный и тензорный анализ

Направление подготовки: 01.04.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Карчевский М.М. (кафедра вычислительной математики, отделение прикладной математики и информатики), mikhail.Karchevsky@kpfu.ru

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-1	способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу
ОПК-1	способностью проводить экономический анализ работ, обосновывать оптимальность решения с учетом различных требований
ОПК-2	способностью разрабатывать эффективные математические методы решения задач естествознания, техники, экономики и управления
ПК-1	способностью анализировать сложные технические системы управления
ПК-7	способностью разрабатывать и исследовать математические модели объектов, систем, процессов и технологий, предназначенных для проведения расчетов, анализа, подготовки решений

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

Магистры, завершившие изучение данной дисциплины должны быть знакомыми с разделами теории уравнений математической физики, функционального анализа и численных методов

Должен уметь:

использовать матричный и тензорный анализ для решения определенных задач.

Должен владеть:

основными понятиями из курсов 'Алгебра и геометрия', 'Математический анализ', 'Уравнения математической физики'.

Должен демонстрировать способность и готовность:

применять полученные знания по дисциплине 'Матричный и тензорный анализ' в математическом моделировании.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ОД.1 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.04 "Прикладная математика (Математическое моделирование)" и относится к обязательным дисциплинам.

Осваивается на 1 курсе в 1 семестре.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 36 часа(ов), в том числе лекции - 0 часа(ов), практические занятия - 18 часа(ов), лабораторные работы - 18 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 72 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 1 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Определители и их основные свойства. Основные операции над матрицами. Основные классы матриц.	1	0	2	2	8
2.	Тема 2. Общие линейные пространства. Евклидовы пространства, Неравенство Коши ? Буняковского. Матрица Грама. Ортогональные системы векторов. Взаимные базисы.	1	0	2	2	8
3.	Тема 3. Линейные операторы (тензоры). Линейное пространство операторов Собственные числа и собственные векторы. Характеристический полином.	1	0	2	2	8
4.	Тема 4. Инварианты оператора. Инвариантные функции операторного аргумента. Изотропные операторные функции.	1	0	2	2	8
5.	Тема 5. Линейные функционалы. Сопряженный оператор. Самосопряженный и косоэрмитов операторы. Неотрицательный и положительно определенный операторы.	1	0	2	2	8
6.	Тема 6. Унитарный оператор. Корень из самосопряженного неотрицательного оператора. Вариационные свойства собственных чисел эрмитова оператора.	1	0	2	2	8
7.	Тема 7. Евклидово пространство операторов, базисы в пространстве операторов, различные типы координат тензора.	1	0	2	2	8
8.	Тема 8. Дифференцирование векторных и тензорных функций вещественного аргумента. Градиенты. Координатные представления дифференциальных операций. Формулы Остроградского ? Гаусса (векторная и тензорная формы).	1	0	2	2	8
9.	Тема 9. Криволинейные координаты. Формулы преобразования компонент векторов и тензоров при замене координат. Представление дифференциальных операций в криволинейных координатах. Сводка формул для цилиндрических и сферических координат.	1	0	2	2	8
	Итого		0	18	18	72

4.2 Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Определители и их основные свойства. Основные операции над матрицами. Основные классы матриц.

Квадратные матрицы с комплексными элементами. Перестановки конечного числа элементов. Сигнатура перестановки. Понятие об определителе как функции строк (столбцов) квадратной матрицы. Восемь основных свойств определителя. Прямоугольные матрицы. Алгебраические операции над матрицами и их основные свойства. Теорема об определителе произведения квадратных матриц. Примеры вычисления определителей. Эрмитовы, косоэрмитовы, ортогональные матрицы. Примеры матриц указанных классов.

Тема 2. Общие линейные пространства. Евклидовы пространства, Неравенство Коши ? Буняковского. Матрица Грама. Ортогональные системы векторов. Взаимные базисы.

Определение линейного пространства над полем комплексных (вещественных) чисел. Конечномерное пространство. Базис пространства. Основные свойства базиса. Примеры линейных пространств. Примеры конечномерных линейных пространств. Пространства полиномов. Примеры базисов в пространствах полиномов. Различные формы интерполяционных полиномов. Определение евклидова пространства. Примеры евклидовых пространств. Ортогональные полиномы. Доказательства неравенств Коши - Буняковского и Минковского. Основные свойства матрицы Грама и ее применения. Теорема о существовании и единственности взаимного базиса.

Тема 3. Линейные операторы (тензоры). Линейное пространство операторов Собственные числа и собственные векторы. Характеристический полином.

Определение линейного оператора. Алгебраические операции над операторами. Основные свойства алгебраических операций. Примеры линейных операторов в конкретных линейных пространствах. Обратный оператор. Изоморфизм конечномерных пространств. Определение и основные свойства линейного пространства операторов. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами оператора в различных базисах. Эквивалентные матрицы. Подобные матрицы. Собственные числа и собственные векторы оператора. Собственные числа и собственные векторы матрицы. Характеристический полином, примеры вычисления спектра оператора. Теорема Кэли - Гамильтона.

Тема 4. Инварианты оператора. Инвариантные функции операторного аргумента. Изотропные операторные функции.

Определение инвариантов линейного оператора, действующего в конечномерном комплексном пространстве. Вычисление инвариантов оператор через его собственные числа. Вычисление инвариантов оператора через элементы матрицы оператора. Операторы простой структуры. Формулы Сильвестра. След оператора и его основные свойства. Примеры вычисления инвариантов оператора. Операторные функции операторного аргумента. Определение инвариантной функции операторного аргумента. Теорема об общем виде инвариантной функции операторного аргумента.

Тема 5. Линейные функционалы. Сопряженный оператор. Самосопряженный и косоэрмитов операторы. Неотрицательный и положительно определенный операторы.

Определение линейного функционала на комплексном линейном пространстве. Примеры линейных функционалов над конкретными линейными пространствами. Теорема Банаха - Хана для случая комплексного конечномерного линейного пространства. Теорема Рисса об общем виде линейного функционала над комплексным евклидовым пространством (конечномерный случай). Теорема о существовании и единственности сопряженного оператора. Самосопряженный (эрмитов) оператор и его матрица (основные свойства). Косоэрмитов оператор и его матрица. Представление произвольного оператора через эрмитов и косоэрмитов операторы. Основные свойства положительно определенного оператора. Критерий Сильвестра.

Тема 6. Унитарный оператор. Корень из самосопряженного неотрицательного оператора. Вариационные свойства собственных чисел эрмитова оператора.

Эквивалентные определения унитарного оператора. Матрица и определитель унитарного оператора. Примеры унитарных операторов. Ортогональный оператор. Структура матрицы ортогонального оператора. Классы ортогональных операторов в трехмерном пространстве, геометрическая интерпретация. Теорема о существовании корня произвольного целого положительного порядка из самосопряженного неотрицательно определенного оператора. Отношение Релея эрмитова оператора. Минимаксное вычисление произвольного собственного числа эрмитова оператора (теорема Куранта - Фишера). Применения теоремы Куранта - Фишера для оценок собственных чисел эрмитовых операторов.

Тема 7. Евклидово пространство операторов, базисы в пространстве операторов, различные типы координат тензора.

Скалярное произведение операторов, действующих в комплексном конечномерном евклидовом пространстве. Примеры вычисления скалярного произведения операторов. Определение и основные свойства евклидова пространства операторов. Тензорное произведение векторов евклидова пространства. Основные свойства. Примеры вычисления. Внешнее произведение векторов евклидова пространства. Тензорный базис евклидова пространства операторов. Основные подпространства евклидова пространства операторов и вычисление их размерностей.

Тема 8. Дифференцирование векторных и тензорных функций вещественного аргумента. Градиенты. Координатные представления дифференциальных операций. Формулы Остроградского ? Гаусса (векторная и тензорная формы).

Основные правила дифференцирования векторных и тензорных функций скалярного вещественного аргумента (времени). Физическая интерпретация. Примеры вычисления производных. Градиент тензорной функции векторного аргумента. Основные частные случаи. Основные правила вычисления градиента, геометрическая интерпретация. Дивергенция тензорной функции векторного аргумента. Формулы вычисления дивергенции различных произведений. Координатные представления основных дифференциальных операций функций скалярного и векторного аргументов в произвольном (косоугольном) базисе евклидова пространства. Вывод тензорных аналогов формулы Остроградского - Гаусса. Формула Стокса.

Тема 9. Криволинейные координаты. Формулы преобразования компонент векторов и тензоров при замене координат. Представление дифференциальных операций в криволинейных координатах. Сводка формул для цилиндрических и сферических координат.

Определение понятия криволинейных координат на области конечномерного вещественного евклидова пространства. Координатные поверхности, координатные линии. Основной и взаимный базисы криволинейной системы координат. Физический базис. Вывод формул преобразования координат векторов и компонент тензоров при переходе от одной системы криволинейных координат к другой. Дифференциальные операции в криволинейных координатах, символы Кристоффеля. Формулы для вычисления символов Кристоффеля и их применения в конкретных системах координат. Координатные представления градиента векторной и тензорной функции векторного аргумента в произвольной криволинейной системе координат. Применение этих формул для случаев полярной, цилиндрической, сферической систем координат (трехмерный случай).

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Горлач, Б.А. Тензорная алгебра и тензорный анализ [Электронный ресурс] : учеб. пособие ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург: Лань, 2015. ? 160 с. ? - <https://e.lanbook.com/book/56160>

Келлер, И.Э. Тензорное исчисление [Электронный ресурс] : учеб. пособие ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург: Лань, 2012. ? 176 с. - <https://e.lanbook.com/book/3814>

Певзнер, Л.Д. Теория систем управления [Электронный ресурс] : учеб. пособие ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург: Лань, 2013. ? 424 с. - <https://e.lanbook.com/book/68469>.

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>

Тыртышников, Е.Е. Матричный анализ и линейная алгебра [Электронный ресурс] : учеб. пособие ? Электрон. дан. ? Москва : Физматлит, 2007. ? 480 с. - <https://e.lanbook.com/book/2352>

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
практические занятия	Обучающиеся получают задание по освещению определённых теоретических вопросов или решению задач. Работа выполняется письменно и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами исследования, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.
лабораторные работы	Обучающиеся выполняют задания, требующие создания уникальных объектов определённого типа. Тип объекта, его требуемые характеристики и методы его создания определяются потребностями профессиональной деятельности в соответствующей сфере либо целями тренировки определённых навыков и умений. Оцениваются креативность, владение теоретическим материалом по теме, владение практическими навыками.

Вид работ	Методические рекомендации
самостоятельная работа	<p>Основной целью самостоятельных занятий по данному курсу является развитие навыков построения математических моделей типичных физических процессов, исследование их свойств, построение и исследование аналитических решений. При подготовке к каждому занятию необходимо обратиться к курсу лекций по данному вопросу и учебным пособиям, чтобы уточнить определения, формулировки основных результатов, найти аналоги решаемым задачам и выполняемым упражнениям. При работе с примерами необходимо стремиться не только к узнаванию способа решения каждой конкретной задачи, но и к пониманию цели его употребления в данном контексте, функциональной нагрузки, которой данный пример обладает.</p> <p>Изучение данного курса предусматривает систематическую самостоятельную работу студентов над лекционным материалом, текстами рекомендованных учебников и учебных пособий; развитие навыков самоконтроля, способствующих интенсификации учебного процесса. Изучение лекционного материала по конспекту лекций должно сопровождаться изучением рекомендуемой литературы, основной и дополнительной. Основной целью организации самостоятельной работы студентов является систематизация и активизация знаний, полученных ими на лекциях и в процессе подготовки к самостоятельным занятиям. Студентам следует стремиться к активизации знаний на занятиях по другим естественнонаучным дисциплинам, связанным с данным курсом.</p> <p>Самостоятельная работа по изучению курса предполагает внеаудиторную работу, которая включает выполнение ряд самостоятельных работ.</p> <p>Этапы выполнения самостоятельных работ:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Просмотр записей лекционного курса и рекомендуемой литературы по теме задания. 2. Составление резюме прочитанной главы соответствующего раздела рекомендуемого теоретического источника или учебника. 3. Выполнение заданий по теме и их комментирование. <p>При решении задач рекомендованы сборники, в которых каждый раздел или ответы к разделу предваряются подробными решениями. Приступая к решению задач, рекомендуем внимательно изучить методы их решения.</p>
зачет	<p>При подготовке к зачета экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к зачету, каждый день контролировать выполнение работы. Лучше, если можно, перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени, который полезно использовать для повторения материала.</p>

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;

- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.04 "Прикладная математика" и магистерской программе "Математическое моделирование".

Приложение 2
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.ОД.1 Матричный и тензорный анализ

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.04.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

Основная литература:

1. Карчевский, Евгений Михайлович. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие / Е. М. Карчевский, М. М. Карчевский. ?Казань: Казанский университет, 2011? 269 с.: ил.; 21 см. ? Библиогр.: с. 268-269 (15 назв.).? ISBN 978-5-98180-994-1 ((в пер.)), 200.269 с.
2. Горлач, Б.А. Тензорная алгебра и тензорный анализ [Электронный ресурс] : учеб. пособие ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург: Лань, 2015. ? 160 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/56160>
3. Келлер, И.Э. Тензорное исчисление [Электронный ресурс] : учеб. пособие ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург: Лань, 2012. ? 176 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/3814>

Дополнительная литература:

1. Тыртышников, Е.Е. Матричный анализ и линейная алгебра [Электронный ресурс] : учеб. пособие ? Электрон. дан. ? Москва : Физматлит, 2007. ? 480 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2352>
2. Певзнер, Л.Д. Теория систем управления [Электронный ресурс] : учеб. пособие ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург: Лань, 2013. ? 424 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/68469>.

Приложение 3
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.ОД.1 Матричный и тензорный анализ

Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Направление подготовки: 01.04.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.