

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**  
Комплексный анализ Б1.Б.18

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Каюмов И.Р. , Обносов Ю.В.

**Рецензент(ы):**

Насыров С.Р.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Насыров С. Р.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2019

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) ведущий научный сотрудник, д.н. (доцент) Каюмов И.Р. Региональный научно-образовательный математический центр КФУ , [lgis.Kayumov@kpfu.ru](mailto:lgis.Kayumov@kpfu.ru) ; ведущий научный сотрудник, д.н. (профессор) Обносков Ю.В. научно-исследовательская лаборатория Современные геоинформационные и геофизические технологии Институт геологии и нефтегазовых технологий , [yurii.obnosov@kpfu.ru](mailto:yurii.obnosov@kpfu.ru)

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) "Комплексный анализ" являются:

- 1) понимать роль дисциплины в познании мира, понимать основные идеи, лежащие в основе теории функций комплексного переменного;
- 2) обладать теоретическими знаниями и иметь четкое представление о методах теории аналитических функций;
- 3) приобрести навыки в решении задач теории функций комплексного переменного с приложениями к решению задач вещественного анализа.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.Б.18 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 02.03.01 Математика и компьютерные науки и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 2, 3 курсах, 4, 5 семестры.

Дисциплина "Комплексный анализ" входит в цикл профессиональных дисциплин в базовой части.

Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математический анализ, линейная алгебра, абстрактная алгебра, аналитическая геометрия.

Освоение дисциплины "Комплексный анализ" необходимо при последующем изучении дисциплин "Уравнения в частных производных" ("Уравнения математической физики"), "Функциональный анализ", "Теоретическая механика" и всех основных спецкурсов, читаемых на кафедре дифференциальных уравнений и кафедрах математического анализа и ТФИП.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	пппп

В результате освоения дисциплины студент:

#### 1. должен знать:

основные понятия теории функций комплексного переменного, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений

#### 2. должен уметь:

: решать задачи вычислительного и теоретического характера в области комплексного анализа;

#### 3. должен владеть:

математическим аппаратом комплексного анализа, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

- 1) знать: основные понятия теории функций комплексного переменного, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений;
- 2) уметь: решать задачи вычислительного и теоретического характера в области комплексного анализа;
- 3) владеть: математическим аппаратом комплексного анализа, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных(ые) единиц(ы) 216 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 4 семестре; экзамен в 5 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Понятие о комплексных числах и действия над ними. Топология комплексной плоскости.	4	1-3	4	4	0	Устный опрос Устный опрос
2.	Тема 2. Дифференцируемость функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. .	4	4-6	2	6	0	Устный опрос Устный опрос
3.	Тема 3. Элементарные голоморфные функции комплексного переменного.	4	7-9	2	6	0	Устный опрос Контрольная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Криволинейный интеграл от функции комплексного переменного и его свойства. Интегральная теорема Коши.	4	10-13	2	6	0	Устный опрос Устный опрос
5.	Тема 5. Интеграл типа Коши. Ряды с комплексными членами. Ряд Тэйлора.	4	14-16	2	6	0	Контрольная работа Устный опрос
6.	Тема 6. Ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек. Целые и мероморфные функции. Теория вычетов.	4	1-3	4	6	0	Устный опрос Устный опрос
7.	Тема 7. Аналитическое продолжение. Принцип симметрии Римана-Шварца. Понятие об аналитической функции. Понятие о римановой поверхности.	5	4-6	4	10	0	Контрольная работа Устный опрос
8.	Тема 8. Изолированные особые точки аналитических функций. Принцип аргумента.	5	7-9	4	8	0	Устный опрос Устный опрос
9.	Тема 9. Теорема Римана о конформном отображении. Формула Кристоффеля - Шварца. Модулярная функция.	5	9-12	4	6	0	Устный опрос Контрольная работа
10.	Тема 10. Теорема Коши о разложении мероморфной функции на простейшие дроби. Разложение целых функций в бесконечные произведения..	5	13-15	4	6	0	Устный опрос Устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
11.	Тема 11. Гармонические функции на плоскости и их свойства.	5	16-17	2	6	0	Устный опрос Устный опрос
	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	Зачет
	Тема . Итоговая форма контроля	5		0	0	0	Экзамен
	Итого			34	70	0	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Понятие о комплексных числах и действия над ними. Топология комплексной плоскости.

#### *лекционное занятие (4 часа(ов)):*

1. Понятие о комплексных числах и действия над ними. Изображение комплексных чисел на сфере Римана. Формулы стереографической проекции. 2. Топология комплексной плоскости. Понятие пути и кривой на комплексной плоскости. Области на комплексной плоскости. 3. Комплекснозначные функции комплексного переменного; предел функции, непрерывность, модуль непрерывности. Дифференцируемость функции комплексного переменного.

#### *практическое занятие (4 часа(ов)):*

1. Понятие о комплексных числах и действия над ними. Изображение комплексных чисел на сфере Римана. Формулы стереографической проекции. 2. Топология комплексной плоскости. Понятие пути и кривой на комплексной плоскости. Области на комплексной плоскости. 3. Комплекснозначные функции комплексного переменного; предел функции, непрерывность, модуль непрерывности. Дифференцируемость функции комплексного переменного. 1. Понятие о комплексных числах и действия над ними. Изображение комплексных чисел на сфере Римана. Формулы стереографической проекции. 2. Топология комплексной плоскости. Понятие пути и кривой на комплексной плоскости. Области на комплексной плоскости. 3. Комплекснозначные функции комплексного переменного; предел функции, непрерывность, модуль непрерывности. Дифференцируемость функции комплексного переменного.

### Тема 2. Дифференцируемость функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. .

#### *лекционное занятие (2 часа(ов)):*

1. Дифференцируемость функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Производная функции комплексного переменного. Голоморфные функции. 2. Геометрическая интерпретация R- и C-дифференцируемости. Конформные отображения 1-го и 2-го рода. Геометрический смысл модуля и аргумента производной Гидродинамический смысл C-дифференцируемости. 3. Свойства стереографической проекции: круговое свойство, свойство инвариантности углов, вращение сферы вокруг диаметра параллельного оси x на угол  $\Pi$ .

#### *практическое занятие (6 часа(ов)):*

1. Дифференцируемость функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Производная функции комплексного переменного. Голоморфные функции. 2. Геометрическая интерпретация R- и C-дифференцируемости. Конформные отображения 1-го и 2-го рода. Геометрический смысл модуля и аргумента производной Гидродинамический смысл C-дифференцируемости. 3. Свойства стереографической проекции: круговое свойство, свойство инвариантности углов, вращение сферы вокруг диаметра параллельного оси x на угол  $\Pi$ .

### Тема 3. Элементарные голоморфные функции комплексного переменного.

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

1. Элементарные функции. дробно-линейная функция. круговое свойство дробно-линейной функции. свойство сохранения симметричных точек при дробно-линейном отображении. групповое свойство. неподвижные точки дробно-линейных отображений; свойство инвариантности ангармонического отношения четырех точек при дробно-линейном отображении. 2. Дробно-линейные изоморфизмы и автоморфизмы. классификация дробно-линейных отображений. 3. Степенная функция. Функция Жуковского. отображение круговой луночки на профиль крыла самолета (Жуковский Н.Е.). Показательная функция. тригонометрические и гиперболические функции.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

1. Элементарные функции. дробно-линейная функция. круговое свойство дробно-линейной функции. свойство сохранения симметричных точек при дробно-линейном отображении. групповое свойство. неподвижные точки дробно-линейных отображений; свойство инвариантности ангармонического отношения четырех точек при дробно-линейном отображении. 2. Дробно-линейные изоморфизмы и

**Тема 4. Криволинейный интеграл от функции комплексного переменного и его свойства. Интегральная теорема Коши.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

1. Криволинейный интеграл от функции комплексного переменного и его свойства. 2. Первообразная. Интегральная теорема Коши для треугольника. 3. Теоремы о существовании локальной первообразной и первообразной вдоль пути. Интегральная теорема Коши и ее обобщения. 4. Интегральная формула Коши. Формула Коши-Грина.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

1. Криволинейный интеграл от функции комплексного переменного и его свойства. 2. Первообразная. Интегральная теорема Коши для треугольника. 3. Теоремы о существовании локальной первообразной и первообразной вдоль пути. Интегральная теорема Коши и ее обобщения. 4. Интегральная формула Коши. Формула Коши-Грина.

**Тема 5. Интеграл типа Коши. Ряды с комплексными членами. Ряд Тэйлора.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

1. Интеграл типа Коши. Теоремы о существовании производных высших порядков, о среднем и теорема Морера. 2. Ряды с комплексными членами. Теорема Вейерштрасса. Степенные ряды, теорема Абеля и формула Коши-Адамара. 3. Ряд Тэйлора, теорема Тэйлора, неравенство Коши для коэффициентов ряда Тэйлора, теорема Лиувилля, теорема единственности.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

1. Интеграл типа Коши. Теоремы о существовании производных высших порядков, о среднем и теорема Морера. 2. Ряды с комплексными членами. Теорема Вейерштрасса. Степенные ряды, теорема Абеля и формула Коши-Адамара. 3. Ряд Тэйлора, теорема Тэйлора, неравенство Коши для коэффициентов ряда Тэйлора, теорема Лиувилля, теорема единственности.

**Тема 6. Ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек. Целые и мероморфные функции. Теория вычетов.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

1. Ряд Лорана, область его сходимости, разложение голоморфной функции в ряд Лорана, единственность разложения, формулы и неравенства Коши для коэффициентов. 2. Классификация изолированных особых точек, устранимая особая точка. Полюс. Существенно особая точка, теорема Сохоцкого. Целые и мероморфные функции. Т 3. Теория вычетов, теорема Коши о вычетах. Теорема о полной сумме вычетов, вычисления вычета в полюсе порядка  $n$ . Вычисление некоторых вещественных интегралов, лемма Жордана.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

1. Ряд Лорана, область его сходимости, разложение голоморфной функции в ряд Лорана, единственность разложения, формулы и неравенства Коши для коэффициентов. 2. Классификация изолированных особых точек, устранимая особая точка. Полюс. Существенно особая точка, теорема Сохоцкого. Целые и мероморфные функции. Т 3. Теория вычетов, теорема Коши о вычетах. Теорема о полной сумме вычетов, вычисления вычета в полюсе порядка  $n$ . Вычисление некоторых вещественных интегралов, лемма Жордана.

## **Тема 7. Аналитическое продолжение. Принцип симметрии Римана-Шварца. Понятие об аналитической функции. Понятие о римановой поверхности.**

### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

1. Аналитическое продолжение. Элементы аналитических функций. Аналитическое продолжение вдоль пути, теорема единственности. Теорема об инвариантности аналитического продолжения по гомотопным путям. 2. Принцип непрерывного продолжения. Принцип симметрии Римана-Шварца. Понятие об аналитической функции. Теорема Пуанкаре-Вольтерра, теорема о монодромии. 3. Понятие о римановой поверхности. Римановы поверхности некоторых элементарных функций.

### **практическое занятие (10 часа(ов)):**

1. Аналитическое продолжение. Элементы аналитических функций. Аналитическое продолжение вдоль пути, теорема единственности. Теорема об инвариантности аналитического продолжения по гомотопным путям. 2. Принцип непрерывного продолжения. Принцип симметрии Римана-Шварца. Понятие об аналитической функции. Теорема Пуанкаре-Вольтерра, теорема о монодромии.

## **Тема 8. Изолированные особые точки аналитических функций. Принцип аргумента.**

### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

1. Изолированные особые точки аналитических функций. Теорема о представлении аналитической функции в окрестности ее точки ветвления конечного порядка. 2. Принцип аргумента. Теорема Руше. Принцип сохранения области. Задача о локальном обращении голоморфной функции. 3. Эффективное решение задачи о локальном обращении голоморфной функции, ряд Бурмана-Лагранжа. Принцип максимума модуля и лемма Шварца.

### **практическое занятие (8 часа(ов)):**

1. Изолированные особые точки аналитических функций. Теорема о представлении аналитической функции в окрестности ее точки ветвления конечного порядка. 2. Принцип аргумента. Теорема Руше. Принцип сохранения области. Задача о локальном обращении голоморфной функции. 3. Эффективное решение задачи о локальном обращении голоморфной функции, ряд Бурмана-Лагранжа. Принцип максимума модуля и лемма Шварца.

## **Тема 9. Теорема Римана о конформном отображении. Формула Кристоффеля - Шварца. Модулярная функция.**

### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

1. Теорема Римана о конформном отображении и теоремы о соответствии границ. Группы автоморфизмов канонических областей. 2. Формула Кристоффеля - Шварца. Отображение произвольного треугольника. Отображение прямоугольника - эллиптический интеграл первого рода. Эллиптический синус. 3. Понятие об автоморфных и в частности об эллиптических функциях. Модулярная функция. Теоремы Пикара о целых и мероморфных функциях.

### **практическое занятие (6 часа(ов)):**

1. Теорема Римана о конформном отображении и теоремы о соответствии границ. Группы автоморфизмов канонических областей. 2. Формула Кристоффеля - Шварца. Отображение произвольного треугольника. Отображение прямоугольника - эллиптический интеграл первого рода. Эллиптический синус. 3. Понятие об автоморфных и в частности об эллиптических функциях. Модулярная функция. Теоремы Пикара о целых и мероморфных функциях.

## **Тема 10. Теорема Коши о разложении мероморфной функции на простейшие дроби. Разложение целых функций в бесконечные произведения..**

### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

1. Теорема Миттаг-Леффлера (без доказательства). Теорема Коши о разложении мероморфной функции на простейшие дроби. 2. Разложение некоторых элементарных функций в ряд главных частей. 3. Бесконечные произведения, критерии сходимости. Разложение целых функций в бесконечные произведения. Теорема Вейерштрасса (без доказательства). Примеры.

### **практическое занятие (6 часа(ов)):**



1. Теорема Миттаг-Леффлера (без доказательства). Теорема Коши о разложении мероморфной функции на простейшие дроби. 2. Разложение некоторых элементарных функций в ряд главных частей. 3. Бесконечные произведения, критерии сходимости. Разложение целых функций в бесконечные произведения. Теорема Вейерштрасса (без доказательства).  
Примеры.

### Тема 11. Гармонические функции на плоскости и их свойства.

#### лекционное занятие (2 часа(ов)):

1. Гармонические функции на плоскости и их свойства. 2. Бесконечная дифференцируемость. 3. Теорема единственности и теорема Лиувилля. 4. Принцип экстремума. 5. Задача Дирихле для односвязной области с жордановой границей. 6. Разложение гармонических функций в ряды, связь с тригонометрическими рядами.

#### практическое занятие (6 часа(ов)):

1. Гармонические функции на плоскости и их свойства. 2. Бесконечная дифференцируемость. 3. Теорема единственности и теорема Лиувилля. 4. Принцип экстремума. 5. Задача Дирихле для односвязной области с жордановой границей. 6. Разложение гармонических функций в ряды, связь с тригонометрическими рядами.

### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Понятие о комплексных числах и действия над ними. Топология комплексной плоскости.	4	1-3	подготовка к устному опросу	2	Устный опрос
				подготовка к устному опросу	2	Устный опрос
2.	Тема 2. Дифференцируемость функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. .	4	4-6	подготовка к устному опросу	2	Устный опрос
				подготовка к устному опросу	2	Устный опрос
3.	Тема 3. Элементарные голоморфные функции комплексного переменного.	4	7-9	подготовка к контрольной работе	2	Контрольная работа
				подготовка к устному опросу	2	Устный опрос
4.	Тема 4. Криволинейный интеграл от функции комплексного переменного и его свойства. Интегральная теорема Коши.	4	10-13	подготовка к устному опросу	2	Устный опрос
				подготовка к устному опросу	2	Устный опрос
5.	Тема 5. Интеграл типа Коши. Ряды с комплексными членами. Ряд Тэйлора.	4	14-16	подготовка к контрольной работе	2	Контрольная работа
				подготовка к устному опросу	2	Устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
6.	Тема 6. Ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек. Целые и мероморфные функции. Теория вычетов.	4	1-3	подготовка к устному опросу	1	Устный опрос
				подготовка к устному опросу	1	Устный опрос
7.	Тема 7. Аналитическое продолжение. Принцип симметрии Римана-Шварца. Понятие об аналитической функции. Понятие о римановой поверхности.	5	4-6	подготовка к контрольной работе	10	Контрольная работа
				подготовка к устному опросу	3	Устный опрос
				подготовка к устному опросу	4	Устный опрос
8.	Тема 8. Изолированные особые точки аналитических функций. Принцип аргумента.	5	7-9	подготовка к устному опросу	2	Устный опрос
				подготовка к устному опросу	4	Устный опрос
				подготовка к устному опросу	4	Устный опрос
9.	Тема 9. Теорема Римана о конформном отображении. Формула Кристоффеля - Шварца. Модулярная функция.	5	9-12	подготовка к контрольной работе	4	Контрольная работа
				подготовка к устному опросу	2	Устный опрос
				подготовка к устному опросу	4	Устный опрос
10.	Тема 10. Теорема Коши о разложении мероморфной функции на простейшие дроби. Разложение целых функций в бесконечные произведения..	5	13-15	подготовка к устному опросу	2	Устный опрос
				подготовка к устному опросу	4	Устный опрос
				подготовка к устному опросу	4	Устный опрос
11.	Тема 11. Гармонические функции на плоскости и их свойства.	5	16-17	подготовка к устному опросу	4	Устный опрос
				подготовка к устному опросу	3	Устный опрос
	Итого				76	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Освоение дисциплины "Комплексный анализ" предполагает использование в основном традиционных средств - лекции и практические/семинарские занятия. Проведение ряда семинарских занятий по геометрической теории функций комплексных переменных предполагает использование программных средств - современных математических пакетов (Mathematica, MatLab и др.)

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Понятие о комплексных числах и действия над ними. Топология комплексной плоскости.**

Устный опрос , примерные вопросы:

Формулы стереографической проекции. Топология комплексной плоскости. Понятие пути и кривой на комплексной плоскости. Области на комплексной плоскости.

Устный опрос , примерные вопросы:

Формулы стереографической проекции. Топология комплексной плоскости. Понятие пути и кривой на комплексной плоскости. Области на комплексной плоскости.

### **Тема 2. Дифференцируемость функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. .**

Устный опрос , примерные вопросы:

Условия Коши-Римана. .

Устный опрос , примерные вопросы:

Условия Коши-Римана. .

### **Тема 3. Элементарные голоморфные функции комплексного переменного.**

Контрольная работа , примерные вопросы:

Элементарные голоморфные функции комплексного переменного.

Устный опрос , примерные вопросы:

Элементарные голоморфные функции комплексного переменного.

### **Тема 4. Криволинейный интеграл от функции комплексного переменного и его свойства. Интегральная теорема Коши.**

Устный опрос , примерные вопросы:

Криволинейный интеграл от функции комплексного переменного и его свойства. Интегральная теорема Коши. Устный опрос

Устный опрос , примерные вопросы:

Криволинейный интеграл от функции комплексного переменного и его свойства. Интегральная теорема Коши. Устный опрос

### **Тема 5. Интеграл типа Коши. Ряды с комплексными членами. Ряд Тэйлора.**

Контрольная работа , примерные вопросы:

Интеграл типа Коши. Ряды с комплексными членами. Ряд Тэйлора.

Устный опрос , примерные вопросы:

Интеграл типа Коши. Ряды с комплексными членами. Ряд Тэйлора.

### **Тема 6. Ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек. Целые и мероморфные функции. Теория вычетов.**

Устный опрос , примерные вопросы:

Ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек. Целые и мероморфные функции. Теория вычетов.

Устный опрос , примерные вопросы:

Ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек. Целые и мероморфные функции. Теория вычетов.

### **Тема 7. Аналитическое продолжение. Принцип симметрии Римана-Шварца. Понятие об аналитической функции. Понятие о римановой поверхности.**

Контрольная работа , примерные вопросы:

Аналитическое продолжение. Принцип симметрии Римана-Шварца. Понятие об аналитической функции. Понятие о римановой поверхности.

Устный опрос , примерные вопросы:

Аналитическое продолжение. Принцип симметрии Римана-Шварца. Понятие об аналитической функции. Понятие о римановой поверхности.

Устный опрос , примерные вопросы:

Аналитическое продолжение. Принцип симметрии Римана-Шварца. Понятие об аналитической функции. Понятие о римановой поверхности.

### **Тема 8. Изолированные особые точки аналитических функций. Принцип аргумента.**

Устный опрос , примерные вопросы:

Изолированные особые точки аналитических функций. Принцип аргумента.

Устный опрос , примерные вопросы:

Изолированные особые точки аналитических функций. Принцип аргумента.

Устный опрос , примерные вопросы:

Изолированные особые точки аналитических функций. Принцип аргумента.

### **Тема 9. Теорема Римана о конформном отображении. Формула Кристоффеля - Шварца. Модулярная функция.**

Контрольная работа , примерные вопросы:

Теорема Римана о конформном отображении. Формула Кристоффеля - Шварца. Модулярная функция.

Устный опрос , примерные вопросы:

Теорема Римана о конформном отображении. Формула Кристоффеля - Шварца. Модулярная функция.

Устный опрос , примерные вопросы:

Теорема Римана о конформном отображении. Формула Кристоффеля - Шварца. Модулярная функция.

### **Тема 10. Теорема Коши о разложении мероморфной функции на простейшие дроби. Разложение целых функций в бесконечные произведения..**

Устный опрос , примерные вопросы:

Теорема Коши о разложении мероморфной функции на простейшие дроби. Разложение целых функций в бесконечные произведения..

Устный опрос , примерные вопросы:

Теорема Коши о разложении мероморфной функции на простейшие дроби. Разложение целых функций в бесконечные произведения..

Устный опрос , примерные вопросы:

Теорема Коши о разложении мероморфной функции на простейшие дроби. Разложение целых функций в бесконечные произведения..

### **Тема 11. Гармонические функции на плоскости и их свойства.**

Устный опрос , примерные вопросы:

Гармонические функции на плоскости и их свойства.

Устный опрос , примерные вопросы:

Гармонические функции на плоскости и их свойства.

### **Итоговая форма контроля**

зачет и экзамен (в 5 семестре)

### **Итоговая форма контроля**

зачет и экзамен (в 4 семестре)

Примерные вопросы к :

1. 1. Понятие о комплексных числах и действиях над ними. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.

2. Изображение комплексных чисел на сфере Римана. Формулы стереографической проекции.
3. Круговое свойство стереографической проекции.
4. Свойство консерватизма углов при стереографической проекции.
5. Преобразование комплексной плоскости, соответствующее вращению сферы Римана на угол  $\varphi$  вокруг диаметра параллельного оси  $x$ .
6. Комплекснозначные функции комплексного переменного.
7.  $C$ - дифференцируемость функции комплексного переменного.
8. Производная функций комплексного переменного, условия Коши-Римана.
9. Понятие голоморфной функции. Геометрический смысл  $C$ - дифференцируемости.
10. Гидродинамический смысл  $C$ - дифференцируемости.
11. Дробно-линейная функция. Групповые свойства и круговое свойство.
12. Свойство сохранения симметричных точек при дробно-линейном отображении.
13. Свойство инвариантности ангармонического отношения четырех точек при дробно-линейном отображении.
14. Классификация дробно-линейных отображений.
15. Функция Жуковского.
16. Показательная функция.
17. Тригонометрические и гиперболические функции.
18. Криволинейный интеграл от функций к.п. и его свойства.
19. Интегральная теорема Коши для треугольника
20. Теоремы о существовании локальной первообразной и первообразной вдоль пути.
21. Глобальная интегральная теорема Коши.
22. Интеграл Коши, интегральная формула Коши.
23. Формула Коши-Грина.
24. Интеграл типа Коши.
25. Теоремы о существовании производных высших порядков, о среднем и теорема Морера.
26. Первая теорема Вейерштрасса.
27. Степенные ряды, первая теорема Абеля и формула Коши-Адамара.
28. Ряд Тэйлора, теорема Тэйлора.
29. Теорема единственности.
30. Нули голоморфной функции, неравенство Коши для коэффициентов ряда Тэйлора, теорема Лиувилля.
31. Ряд Лорана, теорема Лорана.
32. Классификация изолированных особых точек, устранимая особая точка и полюс.
33. Существенно особая точка, теорема Сохоцкого.
34. Целые и мероморфные функции.
35. Теория вычетов, теорема Коши о вычетах.
36. Теорема Коши о полной сумме вычетов, вычисления вычета в полюсе порядка  $n$ .
37. Вычисление некоторых вещественных интегралов, лемма Жордана.
38. Теорема Коши о разложении мероморфной функции на простейшие дроби.
39. Разложение функции в ряд главных частей.
40. Непосредственное аналитическое продолжение. Аналитическое продолжение по кривой, теорема единственности. Теорема об инвариантности аналитического продолжения по гомотопным путям (формулировка).
41. Принцип симметрии Римана-Шварца.
42. Понятие об аналитической функции. Теорема Пуанкаре - Вольтерра, теорема о монодромии.

43. Понятие о римановой поверхности. Римановы поверхности некоторых элементарных функций.
44. Изолированные особые точки аналитических функций
45. Теорема о представлении аналитической функции в окрестности ее точки ветвления конечного порядка.
46. Применение теории вычетов к вычислению интеграла от логарифмической производной голоморфной функции.
47. Принцип аргумента. Теорема Руше.
48. Принцип сохранения области.
49. Ряд Бурмана - Лагранжа.
50. Принцип максимума модуля, лемма Шварца.
51. Группы автоморфизмов канонических областей.
52. Теорема Римана (единственность) и теорема о соответствии границ. Принцип взаимнооднозначного соответствия границ. (формулировки).
53. Формула Кристоффеля - Шварца.
54. Отображение произвольного треугольника.
55. Отображение прямоугольника - эллиптический интеграл первого рода.
56. Модулярная функция.
57. Теоремы Пикара о целых и мероморфных функциях.
58. Гармонические функции на плоскости и их свойства.

### 7.1. Основная литература:

1. Шабунин М. И. и др. Теория функций комплексного переменного: 3-е изд., испр. и доп. - Издательство 'Лаборатория знаний', 2016 - 303с. - URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=84089](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=84089)
2. Свешников А. Г. и др. Теория функций комплексной переменной: учебник для вузов: Издание 6-е, стереотипное - Москва: Физматлит, 2010 - 336с.
3. Половинкин Е. С. Теория функций комплексного переменного: Учебник: 1 - Москва: ООО 'Научно-издательский центр ИНФРА-М', 2018 - 254с. - URL: <http://znanium.com/go.php?id=945532>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Киясов, Сергей Николаевич. Введение в теорию функций комплексного переменного: [примеры и задачи: метод. пособие] / С. Н. Киясов, Ю. В. Обносков, Л. Г. Салехов; Казан. гос. ун-т, Мех.-мат. фак., Казань: КГУ, 2004. 35 с.;
2. Привалов И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного: 15-е изд., стер. - Лань, 2009 - 432с. - URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=322](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=322)
3. Волковиский Л. И. и др. Сборник задач по теории функций комплексного переменного.: 4-е изд., перераб. - Физматлит, 2006 - 312с. - URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2763](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2763)

### 7.3. Интернет-ресурсы:

- Ангилейко И.М., Козлова Р.В. Задачи по теории функций комплексной переменной. Мн.: Выш. школа - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/AngilejkoKozlova1976ru.djvu>
- Бицадзе А.В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного. М.: Наука, - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Bicadze1969ru.djvu>
- Гурвиц А., Курант Р. Теория функций. М.: Наука, - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/GurvicKurant1968ru.djvu>

Евграфов М.А. (ред.) Сборник задач по аналитической теории функций (2-е изд.). М.: Наука - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Evgrafov1972ru.djvu>

Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Lavrentev1946ru.djvu>

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Комплексный анализ" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "БиблиоРоссика", доступ к которой предоставлен студентам. В ЭБС "БиблиоРоссика" представлены коллекции актуальной научной и учебной литературы по гуманитарным наукам, включающие в себя публикации ведущих российских издательств гуманитарной литературы, издания на английском языке ведущих американских и европейских издательств, а также редкие и малотиражные издания российских региональных вузов. ЭБС "БиблиоРоссика" обеспечивает широкий законный доступ к необходимым для образовательного процесса изданиям с использованием инновационных технологий и соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "Консультант студента" , доступ к которой предоставлен студентам. Электронная библиотечная система "Консультант студента" предоставляет полнотекстовый доступ к современной учебной литературе по основным дисциплинам, изучаемым в медицинских вузах (представлены издания как чисто медицинского профиля, так и по естественным, точным и общественным наукам). ЭБС предоставляет вузу наиболее полные комплекты необходимой литературы в соответствии с требованиями государственных образовательных стандартов с соблюдением авторских и смежных прав.

учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" и профилю подготовки Математическое и компьютерное моделирование .



Автор(ы):

Обносов Ю.В. \_\_\_\_\_

Каюмов И.Р. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Насыров С.Р. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.